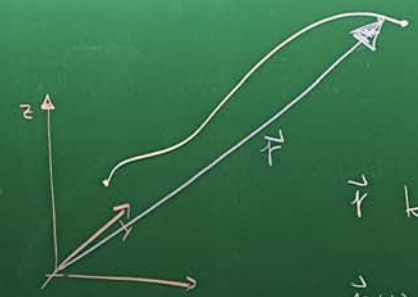
KINEMATIKA

TIR ali TIRNICA je krivulja gibanja.

SAMA TIRNICA NE POKAŽE LEGE TELESA OB POLJUBNEM ČASU





Pravokotni koordinatni sistem

$\vec{r}$ krajevni vektor

$\vec{r}(t)$:

t	x	y	z
:	:	:	:

ČE JE TIRNICA PREMICA $\Rightarrow$

PRAVO GIBANJE

NAPRIMER:
Osi K.S. usmerimo tako, da se telo giblje v smeri osi x.

PRAVO GIBANJE

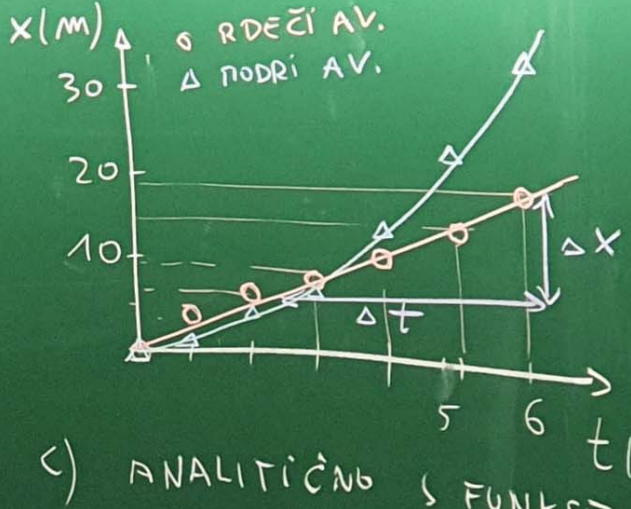
OPIS GIBANJA:

a) S TABELO

t (s)	(RDEČI) x_1 (m)	(MODER) x_2 (m)
0	0	0
1	3	0,9
2	6	3,6
3	9	8,1
4	12	14,4
5	15	22,5
6	18	32,4



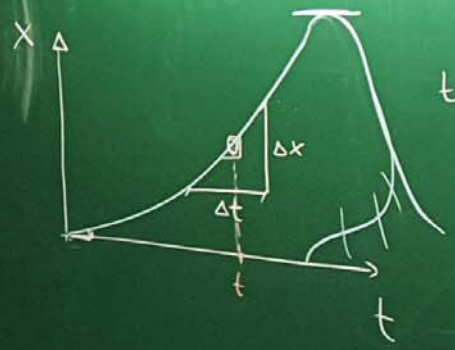
b) GRAF



c) ANALITIČNO S FUNKCIJO $x(t)$

RDEČI AVTO $x(t) = 3\frac{m}{s}t$ HITROST

$$v = \frac{2\,cm}{1\,mesec} = \frac{2 \cdot 10^{-2}\,m}{30 \cdot 24 \cdot 3600\,s} \approx 8\,10^{-9}\,m/s = 8\,nm/s.$$



trenutna hitrost:

$$v_{(t)} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = x' = \dot{x}$$

POVPREČNA HITROST:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{celotna\ pot}{celotni\ čas}$$

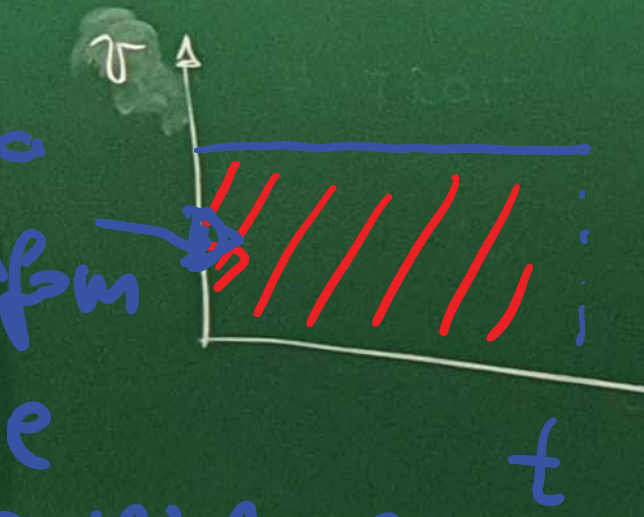
$$[v] = m/s$$

HITROST RASTI LAS:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Če poznamo $v(t)$, kako izračunah $x(t)$?

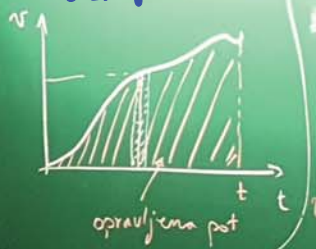
$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t) \cdot dt$$



Ploščina pod grafom $v(t)$ je ENAKA OPRAVLJENI POTI

primer enakomerno gibanje

VELJA TUDI PRI NEENAKOMERNEM GIBANJU



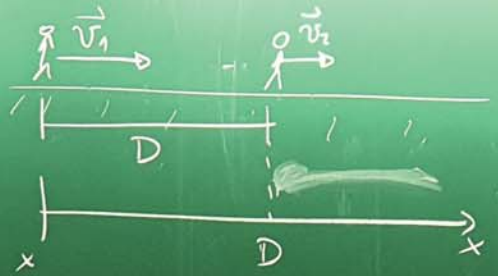
RAČUNSKI ZGLED:

$v_1 = |\vec{v}_1| = 6\ m/s$

$D = 50\ m$

$v_2 = 4\ m/s$

$\vec{v}_1 = \left(6\frac{m}{s}, 0, 0\right)$

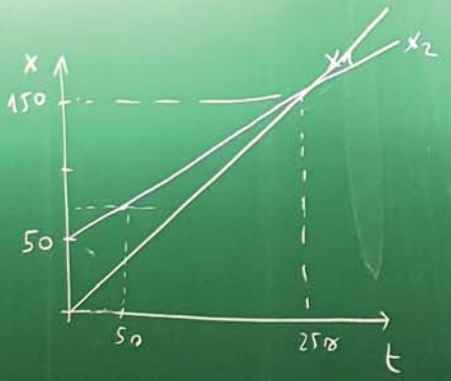


$x_1 = v_1 \cdot t$

$x_2 = v_2 \cdot t + D$

iščem t, ko $x_1 = x_2$

Dobimo $t = 25\ s$, $x_1 = x_2 = 150\ m$.



POSPEŠEK

$a = \frac{dv}{dt}$, na grafu $v(t)$ je pospešek sorazmeren strmini grafa

$[a] = \frac{m}{s^2}$

$a = 4\,g_0$

$x(t)$, $v =$

$x(t)$, $v = \frac{dx}{dt}$, $x = x_0 + \int_0^t v(t)\,dt$

$a = \frac{dv}{dt}$, $v = v_0 + \int_0^t a(t)\,dt$ ←

ENAKOMERNO POSPEŠENO GIBANJE

$a = konst.$

ENAKOMERNO POSPEŠENO GIBANJE

a = konstanten

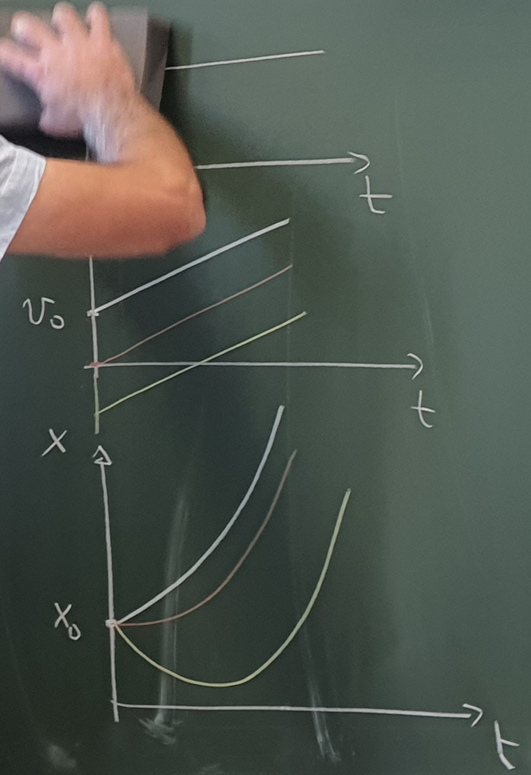
$$v = v_0 + \int_0^t a \cdot dt = v_0 + at$$

$$x = x_0 + \int_0^t (v_0 + at)\, dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\int dt = t$$

$$\int a \cdot t\, dt$$

$x(t)$, $v =$



ENAKOMERNO POJEMAJOČE GIBANJE

Dvo možni obravnavi:

a) negativni pospešek $a < 0$

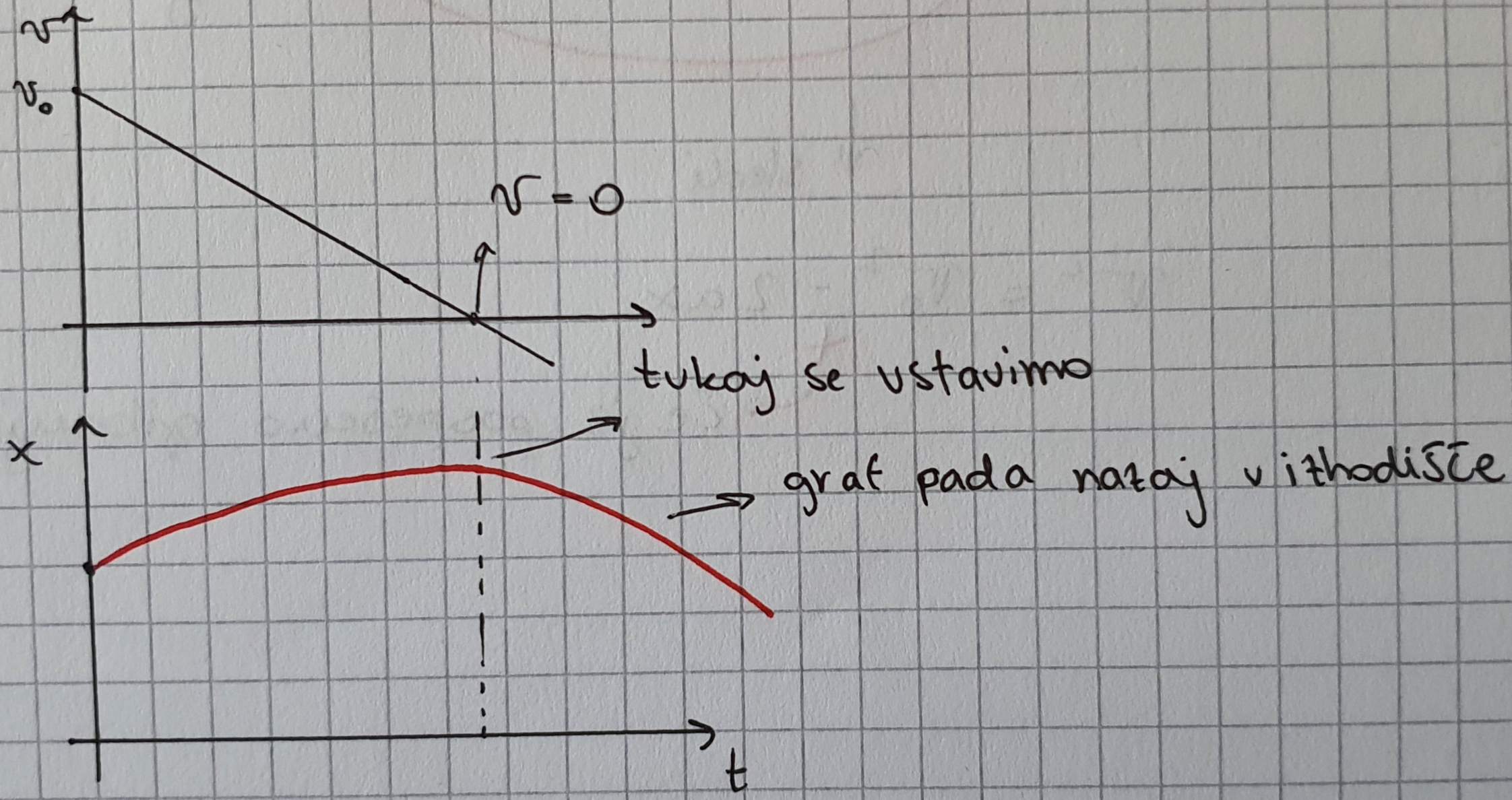
formule enake kakor pri posp. gib.

b) definiramo POZITIVNI pojemek.

v formulah pri členih z a-jem dodamo

minus znak: $v = v_0 - at$

$$x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$$


v
v_0
v = 0
tukaj se ustavimo
x
graf pada nazaj v izhodišče
t

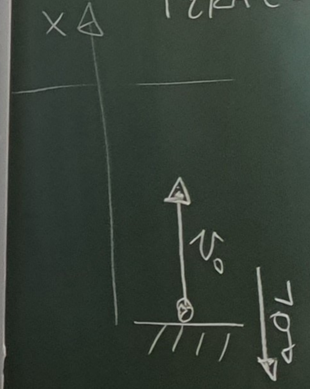
$x(t)$, $v =$

PROSTI PAD in NAVPIČNI MET

$a = \text{konst} = g = 9{,}81\ m/s^2$

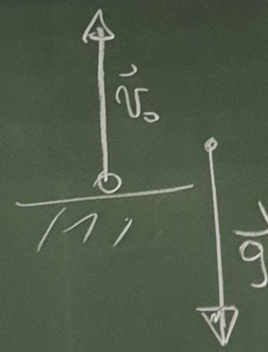
TELO VRŽENO S HITROSTJO v_0 navpično navzgor.

IZRAČUNAJTE t_{dviganja} in MAKSIMALNO višino H !



ENAKOM. POJ. GIB: $v = v_0 - gt$ ←

NA MAX. VIŠINI $v = 0 \Rightarrow t_{\text{dviganja}} = \frac{v_0}{g}$



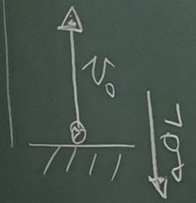
Maks. višina: (splošno) $x = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$

$x = H$, ko $t = t_{\text{dviganja}}$: $H = v_0 \frac{v_0}{g} - g \frac{v_0^2}{2g^2} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$.

če v splošno: $x = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$ ustavimo $t = \frac{v_0 - v}{g}$

ENAKOM. POJ. GIB: $v = v_0 - gt$

NA MAX. VIŠINI $v = 0 \Rightarrow t_{\text{dviganja}} = \frac{v_0}{g}$





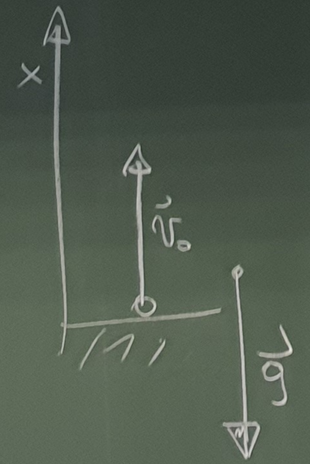
Maks. višina: (splošno) $x = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$

$x = H$, ko $t = t_{dviganja}$: $\underline{H = v_0 \frac{v_0}{g} - g \frac{v_0^2}{2g^2} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}}$.

če v splošno: $x = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$ ustalimo $t = \frac{v_0 - v}{g}$

$$v^2 = v_0^2 \mp 2ax$$

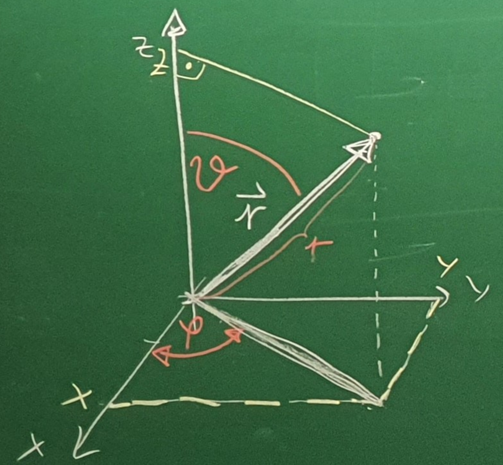
ČE POSPEŠENO G,



KRIVO GIBANJE V RAVNINI IN PROSTORU

(2D) $\vec{r}(x,y)$

(3D) $\vec{r}(x,y,z)$



KARTEZIČNE KOORDINATE

$\vec{r} = (x,y,z)$

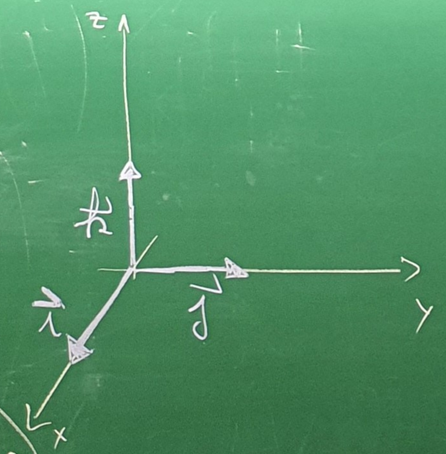
KROGELNE (SFERIČNE) KOORDINATE

$x = r \cdot \sin\vartheta \cos\varphi$

$y = r \cdot \sin\vartheta \sin\varphi$

$z = r \cdot \cos\vartheta$

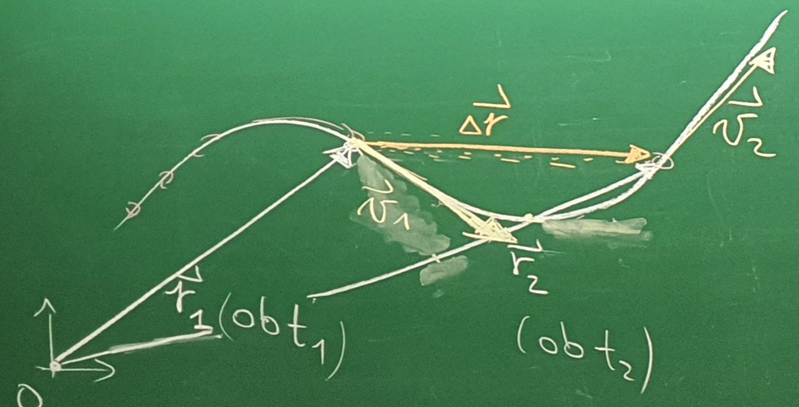
OPIS Z ENOTSKIMI VEKTORJI



$\vec{r} = x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j} + z\cdot\vec{k}$

$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$

HITROST PRI KRIVEM GIBANJU



DEF: POVPREČNA HITROST med t_1 in t_2

$$\overline{\vec{v}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

TRENUTNA HITROST

($\vec{r}_2$ vse bližje $\vec{r}_1$):

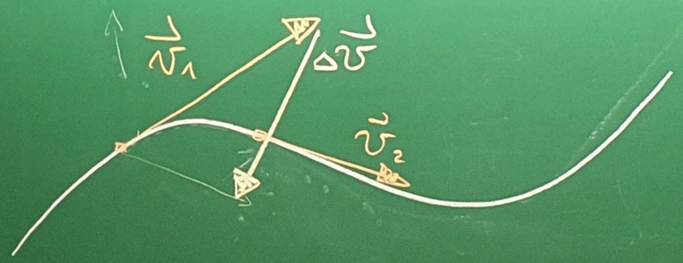
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,' = \dot{\vec{r}} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$$

TRENUTNA HITROST KAŽE V SMERI TANGENTE NA TIRNICO.

Poznamo $\vec{v}(t)$, potem

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t)\,dt .$$

POSPEŠEK



- opisuje kako se spreminja hitrost:

DEF POVPREČNI POSPEŠEK:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

TRENUTNI POSPEŠEK

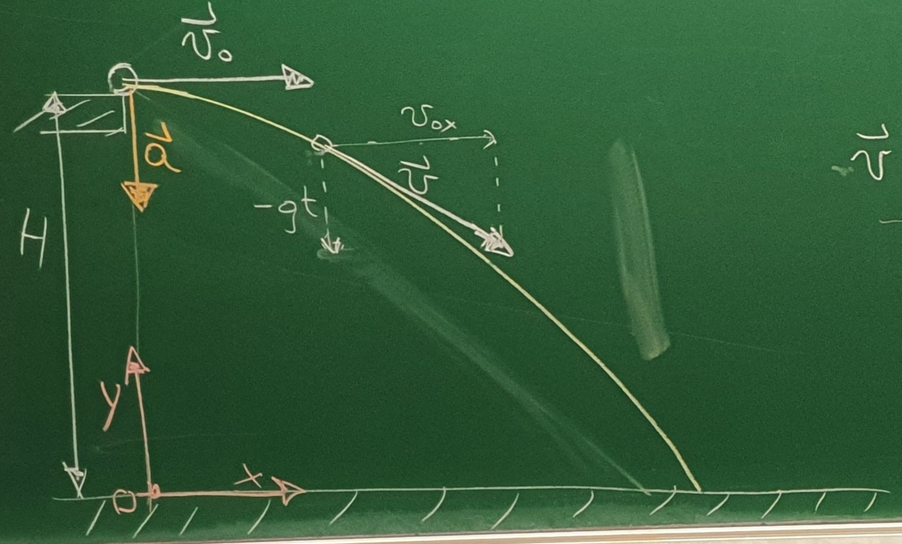
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}' = \dot{\vec{v}} = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt} \right)$$

Pospešek je, pri krivem gibanju vedno usmerjen proti vbočeni strani tirnice.

POZNANO: $\vec{a}(t)$, IZRAČUNANO

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)\,dt$$

PRIMER: vodoravni met



izračunajmo tirnico $\vec{r}(t)$ ali $y(x)$.

POZNAMO: $\vec{v}_0 = (v_{0x}, \phi)$

$\vec{r}_0 = (\phi, H)$

$\vec{a} = (\phi, -g)$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}\,dt = (v_{0x}, -gt)$$

$$\hookrightarrow v_x = v_{0x} + \int_0^t \underbrace{a_x}_{=\phi}\,dt = v_{0x} + \phi = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} + \int_0^t a_y\,dt = \phi - g\int_0^t dt = -gt$$

POZNANO: $\vec{a}(t)$, IZRAČUNANO

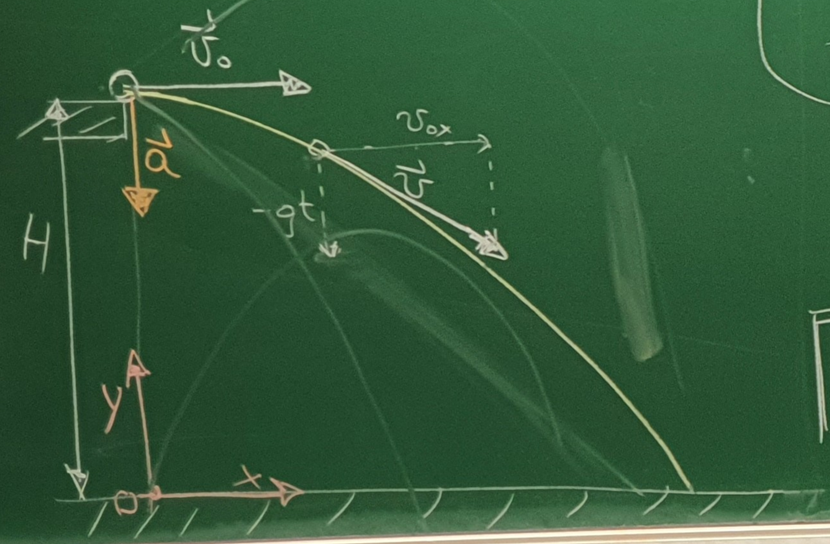
$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)\,dt$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t)\,dt = \left(v_{0x}\,t,\ H - \frac{1}{2}gt^2\right)$$

$$r_x = x = x_0 + \int_0^t v_x\,dt = \phi + \int_0^t v_{0x}\,dt = v_{0x}\,t$$

$$r_y = y = y_0 + \int_0^t v_y(t)\,dt = H + \int_0^t (-gt)\,dt = H - \frac{1}{2}gt^2$$

PRIMER: vodoravni met



$$x = v_{0x}\,t, \quad y = H - \frac{1}{2}gt^2$$

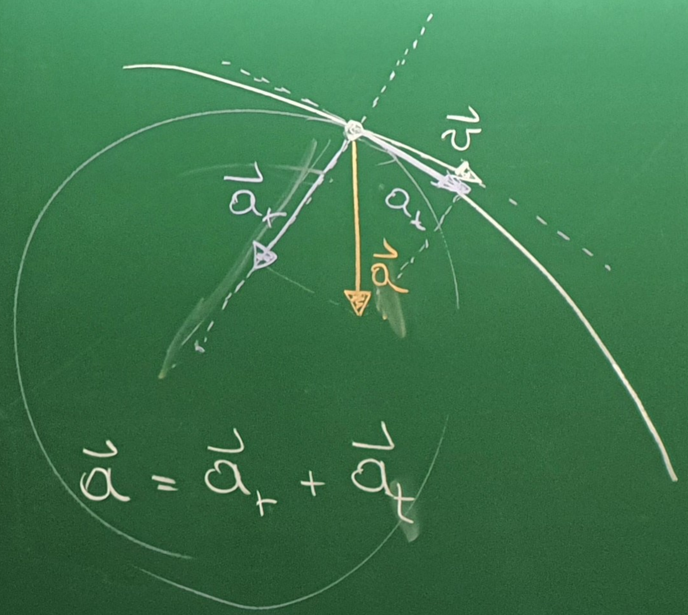
$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

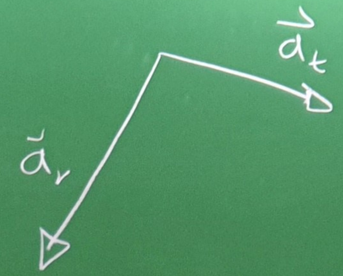
$$y(x) = H - \frac{1}{2}\frac{g}{v_{0x}^2}x^2$$

PARABOLA.

POŠEVNI MET: $v_{0y} \neq 0$

RADIALNI IN TANGENTNI POSPEŠEK





$\vec{a}_t$ ... tang. pospešek

SPREMINJA VELIKOST HITROSTI $|\vec{v}|$

$\vec{a}_r$ ... radialni pospešek.

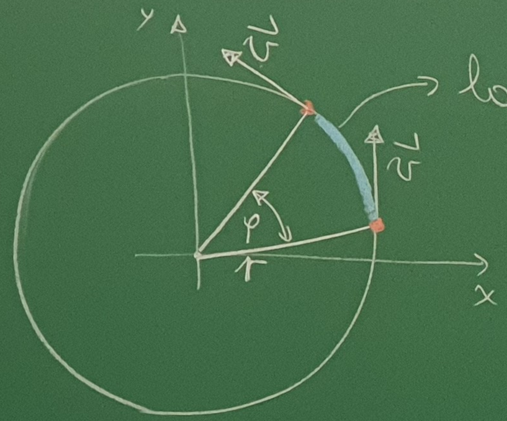
SPREMINJA SMER HITROSTI $\vec{v}$

KAŽE PROTI TRENUTNEMU SREDIŠČU KROŽNICE NA TIRNICO

KROŽENJE

TIRNICA JE KROŽNICA

2) ENAKOMERNO KROŽENJE



lok l, ki ga telo opiše v času t.

ENAKOMERNO KR. $\Rightarrow |\vec{v}| = \text{konst.} = v$

OBODNA ali KROŽILNA HITROST

φ ... kot zasuka:

$$l = r \cdot \varphi$$

(lok) $= v \cdot t = r \cdot \varphi$

$$\varphi = \frac{v}{r} t = \omega \cdot t$$

KOTNA HITROST

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$[\omega] = \frac{\text{rad}}{s} = s^{-1}$$

FREKVENCA

ν

V meri število obratov na časovno enoto.

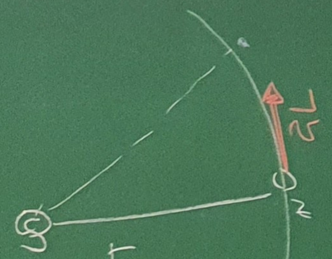
$$\nu = \frac{W}{2\pi} \qquad [\nu] = \frac{\text{št. obratov}}{s} = s^{-1} = Hz$$

STROBOSKOPSKO MERJENJE FREKVENCE

t_0 ... obhodni čas → JE ČAS V KATEREM TELO NAREDI EN OBRAT.

$$t_0 = \frac{1}{\nu}$$

Zgled: HITROST ZEMLJE OKOLI SONCA:

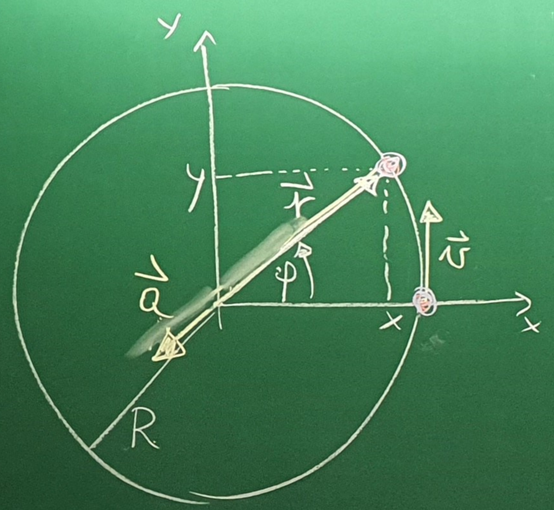


$r = 150 \cdot 10^9\ m$

$t_0 = 1$ leto

$$v = \frac{2\pi r}{t_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot 10^9\ m}{365 \cdot 24 \cdot 3600\ s} \approx 30\ km/s$$

RADIALNI POSPEŠEK



$$\vec{r} = (R\cdot\cos\varphi\,,\ R\cdot\sin\varphi) = R(\cos\varphi\,,\ \sin\varphi) = R(\cos(\omega t)\,,\ \sin(\omega t))$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = R\,(-\omega\sin\omega t\,,\ \omega\cos\omega t) = R\omega\,(-\sin\omega t\,,\ \cos\omega t)$$

ob $t=0$ $(0,1)$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = R\omega\,(-\omega\cos\omega t\,,\ -\omega\sin\omega t) = -\omega^2 R\,(\cos\omega t\,,\ \sin\omega t)$$

$\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$ ← velja pri enakomernem kroženju.

Vidimo $\vec{a} \perp \vec{v}$ ... imamo le $\vec{a}_r$.

$|\vec{a}_r| = \omega^2 R$. $a_r = \omega^2 R = v^2/R$.

NEENAKOMERNO KROŽENJE

$v = |\vec{v}|$ ni konstantna

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

a_t → tang. pospešek

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} \equiv \alpha \ldots \text{kotni pospešek}$$

$$[\alpha] = s^{-2}$$

Spreminja se tudi ω s časom.

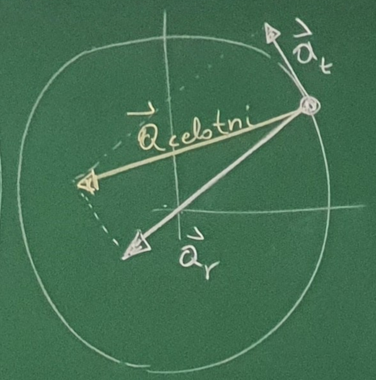
Vedno velja $v = \omega r$

Zveza med a_t in α:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r \cdot \alpha$$

RADIALNI POSPEŠEK: $a_r = \omega^2 \cdot r$

NARIŠINO $\vec{a}_t$ in $\vec{a}_r$

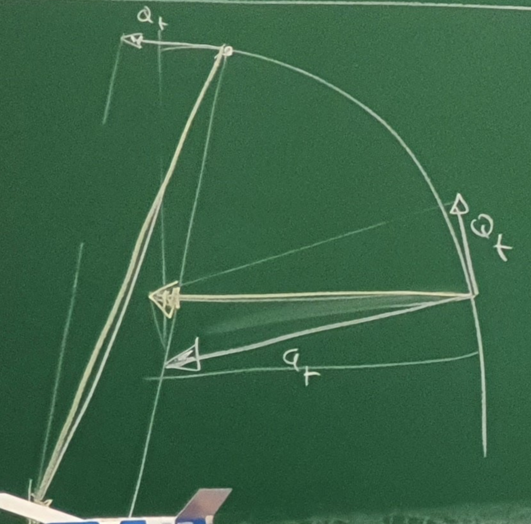


ENAKOTERNO POSPEŠENO (ali POJENJAJOČE) KROŽENJE

$a_t = \text{konst}$ $\quad a_t = \alpha \cdot r$ $\quad \alpha = \text{konst}$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$v = v_0 + a_t t$$



po integriranju dobimo

$$\omega = \omega_0 \pm \alpha t$$

kot zasuka $\Rightarrow$ še enkrat integriramo:

$$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t \omega(t)\,dt = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{1}{2}\alpha t^2$$

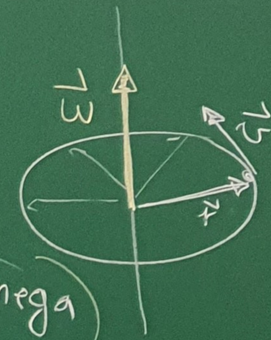
SMER KOLIČIN PRI KROŽENJU

φ, ω in α

KAŽEJO v SMERI osi vrtenja

$\Downarrow$

smer po pravilu desnosučnega vijaka oz palca desne roke.



$\vec{r}$ v vodoravni ravnini

$\vec{v}$ ... v tablo

$\vec{\omega}$ navpično gor.

PRIMER UPORABE: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

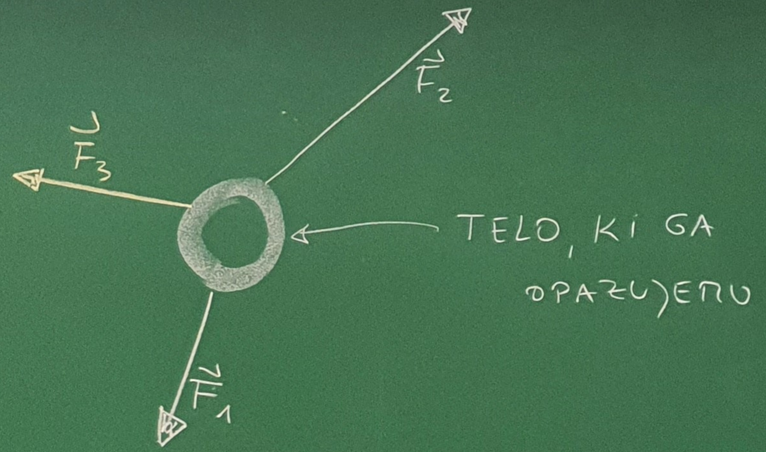
SILA

POVE KAKO TELESI DELUJETA ENO NA DRUGO

MERIMO JO V NEWTON (N)

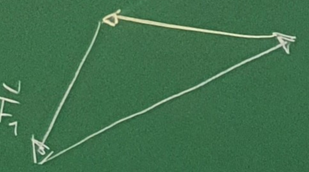
VEKTORSKA KOLIČINA

LAHKO DELUJE NA DOTIK ALI NA DALJAVO



vsota

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \emptyset$,



Potem telo miruje ali se giblje PREMO ENAKOMER

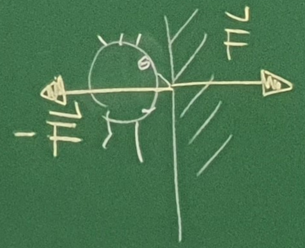
NEWTONOVI ZAKONI MEHANIKE

1. <u>zunanjih</u> sil in navorov

2. $\vec{a}$ $\quad \vec{F} = m\vec{a}$ $\quad F = ma$

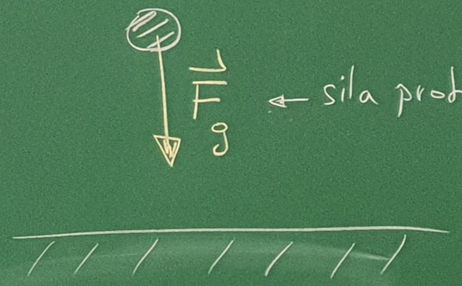
$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ ... rezultanta sil

3.



NEKATERE SILE

① TEŽA: sila s katero zemlja privlači telesa



← sila proti središču zemlje.

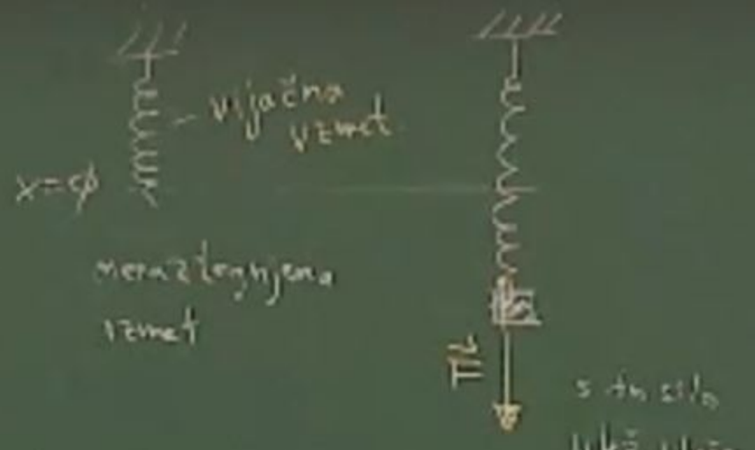
$F_g = m \cdot g$

npr. $m = 1\,kg$; $F_g = 1\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 = 9{,}8\,N$

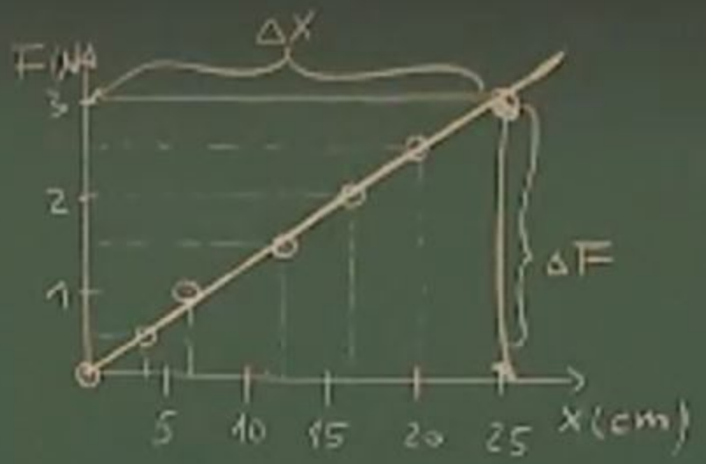
$= 9{,}8\,N = 1\,kp$

SILA VZMETI

F (N)	x (cm)
0	0
0,5	3
1	6
1,5	12
2	16
2,5	20
3,0	25



Sila vzmeti je $-\vec{F}$



ZAPIŠEMO:

$F = k \cdot x$

k ... koeficient vzmeti

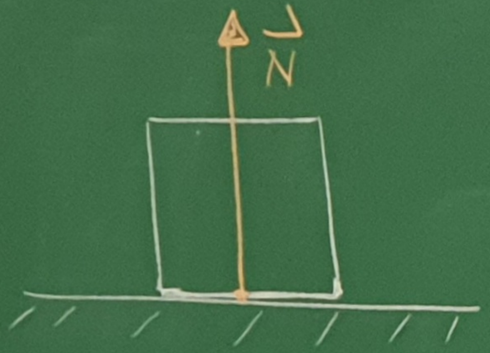
$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{3\,N}{25\,cm} = 0{,}12\,N/cm$

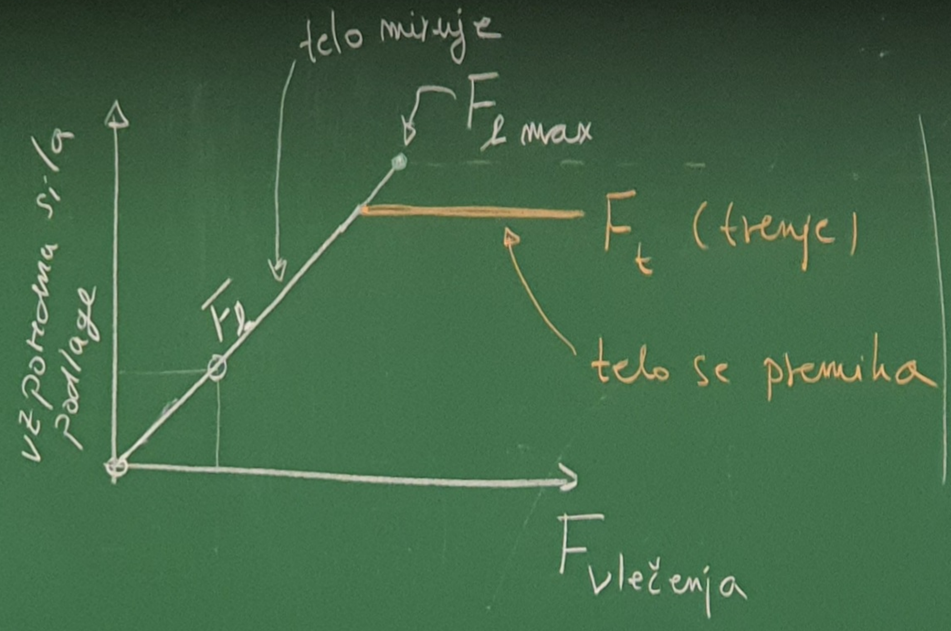
Vijačno vzmet lahko uporabimo kot SILOMER

-14/-10/X2

3) SILA PODLAGE

a) PRAVOKOTNA SILA PODLAGE

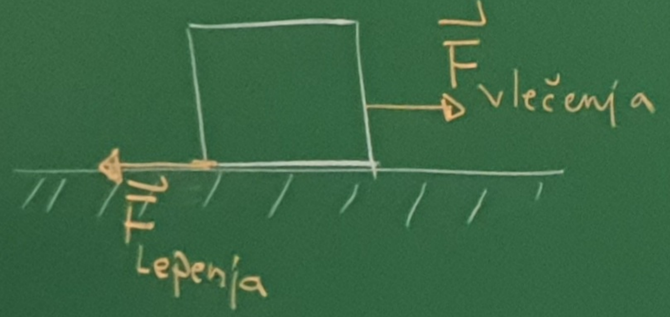




ZA ISTI PAR MATERIALOV JE OBIČAJNO

$k_L \approx 10\%$ večji od k_t

b) VZPOREDNA SILA PODLAGE



$$F_{L\,max} = k_l \cdot N$$

$$F_t = k_t \, N \quad \text{, ko se telo giblje}$$

ta sila je neodvisna od hitrosti telesa glede na podlago.

	k_t
suh les po suhem lesu	0,25–0,5
sani po snegu ali ledu	0,04
jeklo – jeklo	0,18

$F_{L\,max} = (1{,}3 \pm 0{,}1)\,N$

$F_g = (4{,}4 \pm 0{,}05)\,N$

NALOGA: izračunajmo k_L } $\Rightarrow k_L = \quad \pm$

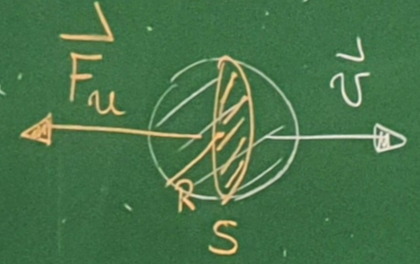
z mersko napako vrvi.

Na klancu:

TELO ZDRSNE PRI $18{,}1°$ $\Rightarrow h_e =$ ..

merečnajmo napake.

4) Upor pri gibanju telesa skozi tekočino



analitični izraz za silo upora pri poljubni hitrosti NE OBSTAJA.

pri dovolj majhnih hitrostih smemo uporabiti:

LINEARNI ZAKON UPORA $F_u = 6\pi\eta \cdot R \cdot v$ (STOKE-sova enačba

η ← viskoznost tekočine

pri dovolj velikih hitrostih:

KVADRATNI ZAKON UPORA $F_u = \frac{1}{2} C_u \rho S \cdot v^2$

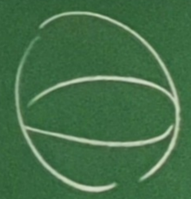
O TEM KATERO FORMULO UPORABI ZA IZRAČUN SILE UPORA ODLOČA REYNOLDSOVO ŠTEVILO

$$R = \frac{2 \cdot R \cdot \rho \, v}{\eta}$$

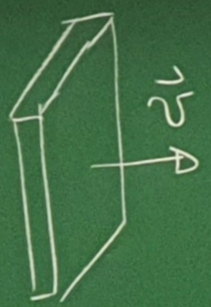
če $R < 0{,}5 \Rightarrow$ uporabimo Linearni zakon upora

če $R > 1000$ uporabimo kvadratni zakon upora.

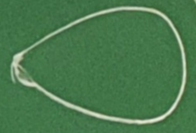
KOEFICIENTI UPORA C_u



$C_u = 0{,}4$



$C_u = 1{,}1$

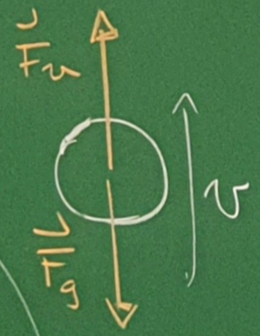


$C_u = 0{,}04$
za telo z aerodinamično obliko.

Primer: zrak, $v = 1\ m/s$, krogla, $R = 0{,}1\ m$

$$R = \frac{2 \cdot 1{,}2\ \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}1\,m \cdot 1\,m/s}{1{,}7 \cdot 10^{-5}\ kg/m\,s} \approx 14\,000 \Rightarrow \text{kv. z. upora}$$

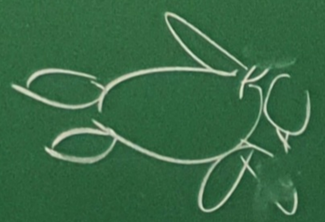
Poskus "PUHALNIK"



$$F_u = \frac{1}{2} C_u \rho S v^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 1{,}2\ \frac{kg}{m^3} \cdot \pi\,(0{,}1\,m)^2 \left(25\ \frac{m}{s}\right)^2$$

$$\approx 5\ N$$



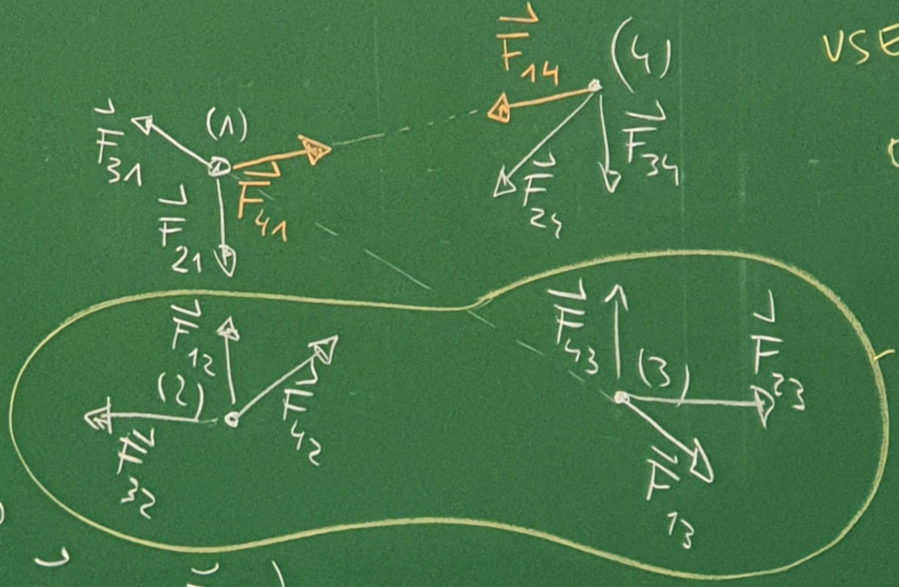
OSNOVNE SILE V NARAVI

- MOČNA JEDRSKA	$10\ kN$
- ŠIBKA JEDRSKA	$10^{-2}\ N$
- ELEKTROMAGNETNA	$90\ N$
- GRAVITACIJA	$10^{-32}\ N$ ←

velikost med protonoma v jedru

SISTEM in OKOLICA

imejmo 4 točkasta telesa in sile med njimi



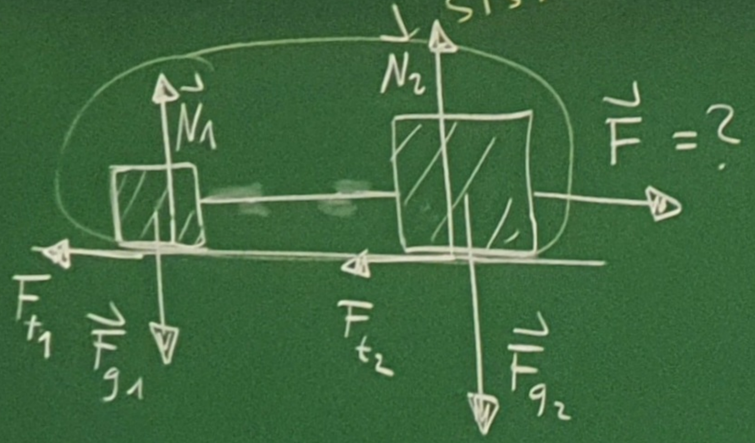
VSE OSTALO OKOLICA

OPAZOVALNI SISTEM

NOTRANJE SILE → TISTE, KI DELUJEJO MED TELESI V OPAZ. SISTEMU (PRIMER: $\vec{F}_{23}$ in $\vec{F}_{32}$). VSOTA NOTRANJIH SIL JE $\vec{0}$.

ZUNANJE SILE: SILE S KATERIMI OKOLICA DELUJE NA TELESA V OP. SISTEMU $\left(\vec{F}_{12}, \vec{F}_{42}, \vec{F}_{13}, \vec{F}_{43}\right)$

ZGLED:



Nanšimo zunanje sile

$m_2 = 10\,kg$

$m_1 = 5\,kg$

$k_t = 0{,}3$

$F_{t_1} = k_t N_1 = 15\,N$

$F_{t_2} = k_t N_2 = 30\,N$

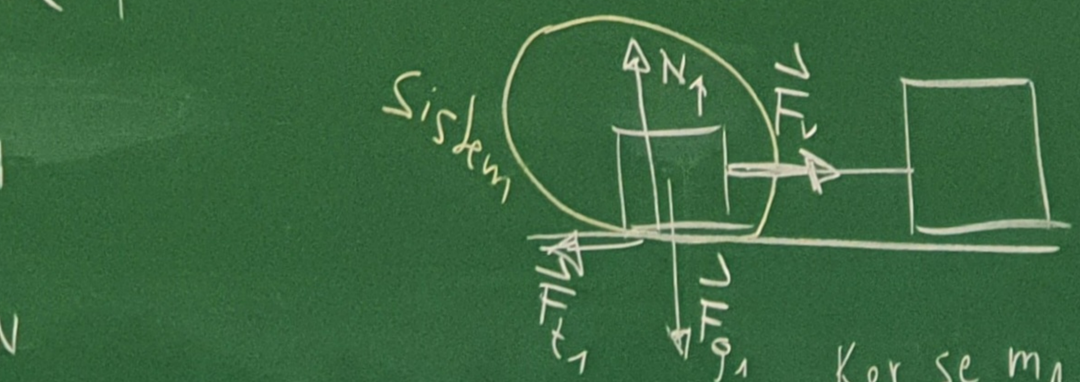
$F = F_{t_1} + F_{t_2}$, ker se telo giblje enakomerno

$\therefore$ Im mora biti vsota sil na sistem enaka ϕ.

$F = 45\,N.$

Kako izračunati silo v vrvici?

Zmanjšamo opazovalni sistem, npr. le zaboj m_1



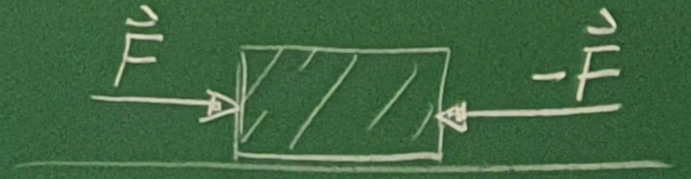
Ker se m_1 giblje enakomerno $\Rightarrow$

$F_v = F_{t_1} = 15\,N.$

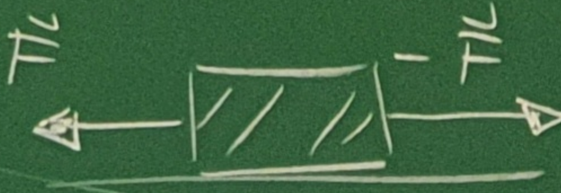
PORAZDELITVE SIL

a) TOČKOVNA SILA, primer: vrvica, žebelj





TLAČNI SILI

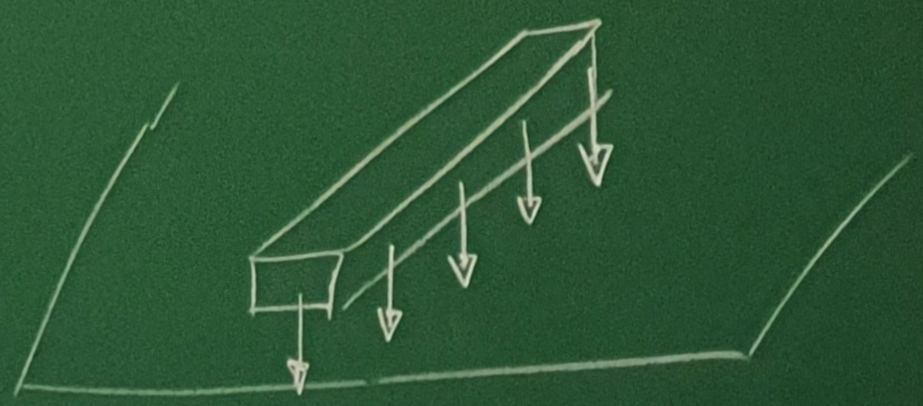


NATEŽNI SILI

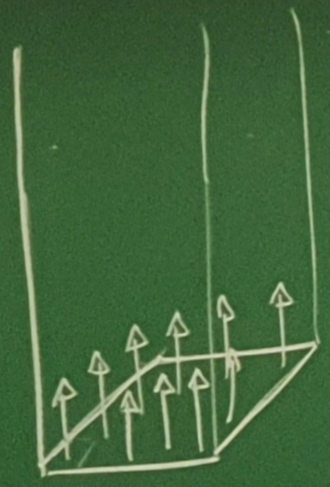
b) LINIJSKO PORAZDELJENA SILA

primer: moč, tram na plošči

npr. $500 \frac{N}{m}$ LINIJSKA OBTEŽBA



c) PLOSKOVNO PORAZDELJENA SILA



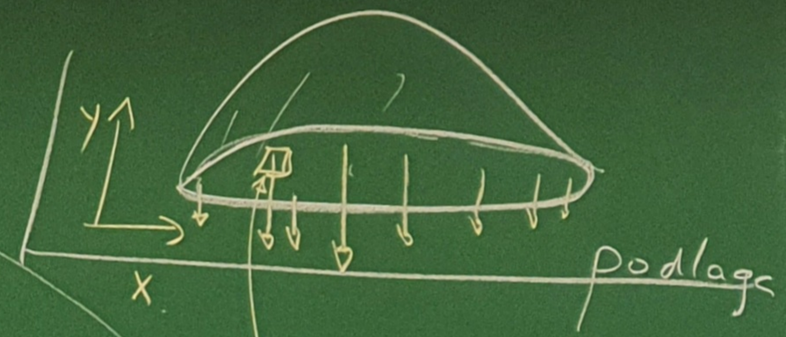
$F = p\,S$; sila $\perp$ na površino ploskve.

Takrat vpeljemo tlak.

$[p] = \frac{N}{m^2} = Pa$

$1\,bar = 10^5\,Pa$.

Kako izračunamo silo F, če se tlak s krajem spreminja: $p(x,y)$?



$p(x,y)$

površina kvadratka je dS

sila na tem mestu: $dF = p(x,y) \cdot dS$

celotna sila je vsota (integral)

$$F = \int_S dF = \int_S p(x,y) \cdot dS$$

d) PROSTORNINSKO PORAZDELJENA SILA

primer TEŽA:

$$F_g = \underset{\uparrow}{\gamma} \cdot V = mg = \underset{\uparrow}{\rho} \cdot V \cdot \underline{g}$$

specifična teža — gostota

$$\gamma = \rho g$$

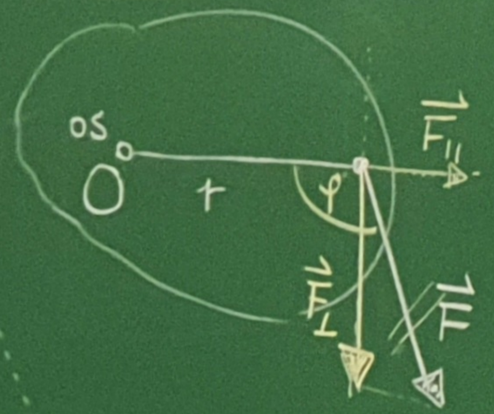
$$[\gamma] = \frac{N}{m^3}$$

Homogeno telo

$\rho = konst.$ (neodvisen od kraja)

Nehomogeno telo: gostota se s krajem spreminja $\rho(\vec{r})$. Maso izračunamo kot: $m = \int_V \rho(\vec{r})\, dV$.

NAVOR oz. MOMENT



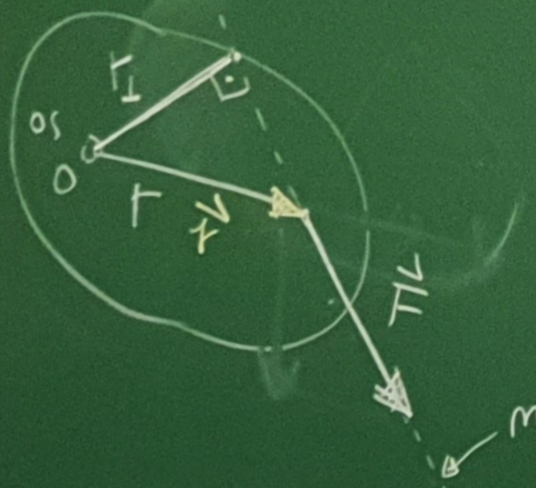
NAVOR SILE $\vec{F}$ na os O je:

$$M = r \cdot F \cdot \sin\varphi = r \cdot F_\perp = r_\perp \cdot F$$

r... razdalja med prijemališčem sile in osjo

$$[M] = N \cdot m$$

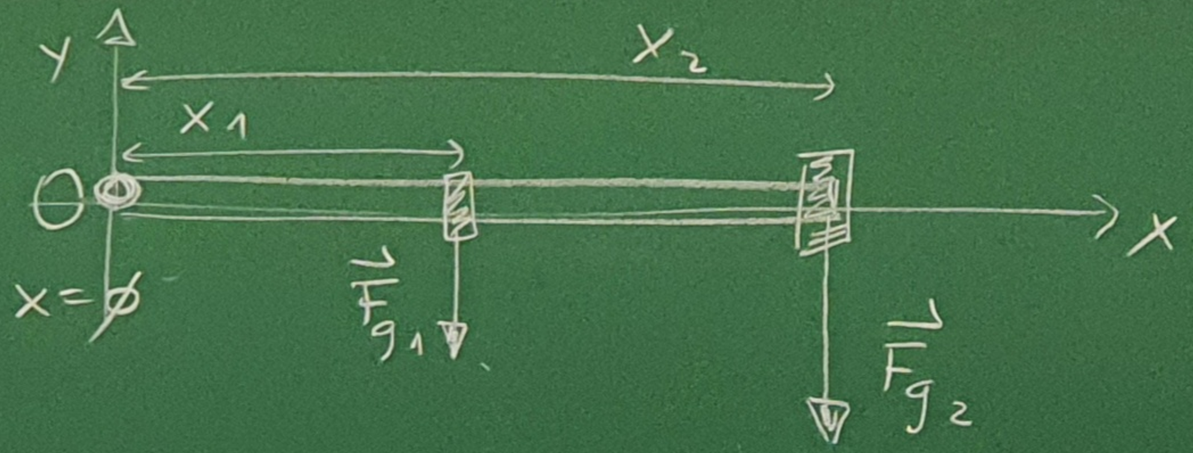
Dogovor glede smeri oz. predznaka navora: pozitivni tisti, ki telo vrtijo v nasprotni smeri urinega kazalca.



Navor, vektorska enačba:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

NAVOR TEŽE IM TEŽIŠČE.

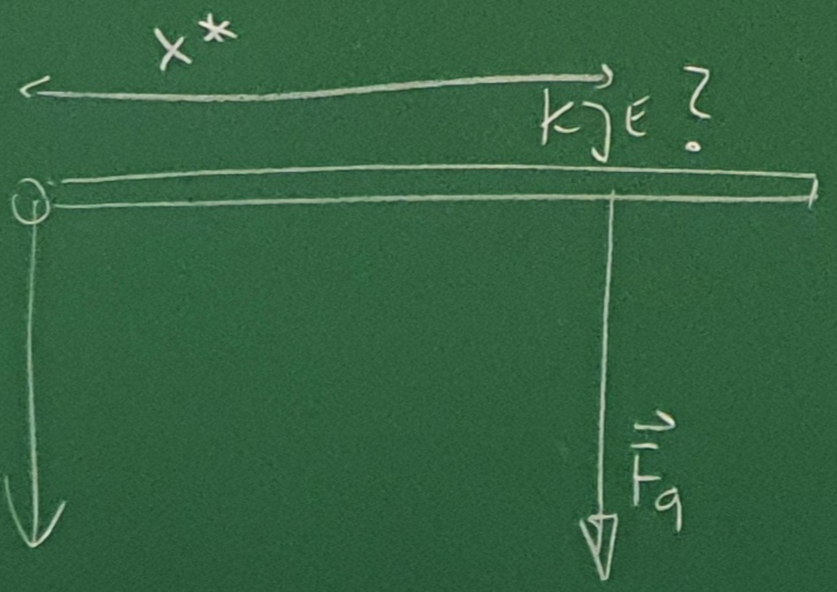


"TELO" =

utežj + palica.

TELO ima

$F_g = F_{g_1} + F_{g_2} = 30N$



$M_{(od\ F_{g_1}\ in\ F_{g_2})} = -x_1 F_{g_1} - x_2 F_{g_2}$

$M_{(od\ F_g)} = -x^* F_g$

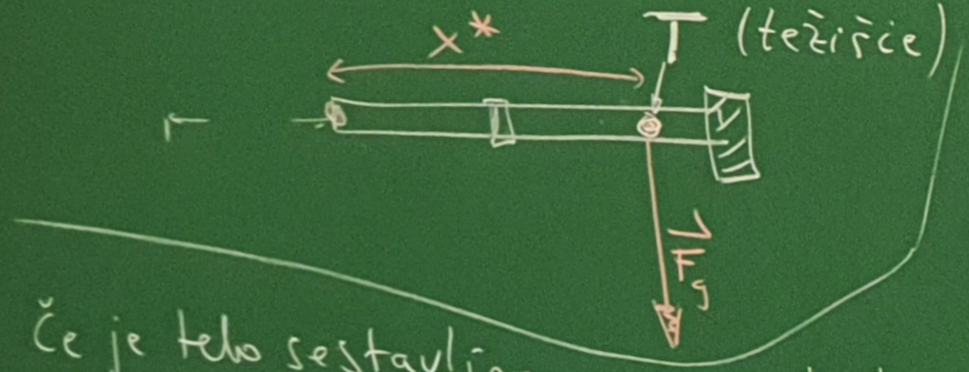
---

x^* določimo tako, da sta

$M_{(od\ F_{g_1}\ in\ F_{g_2})} = M_{(od\ F_g)}$

$$x_1 F_{g_1} + x_2 F_{g_2} = x^* F_g$$

$$x^* = \frac{x_1 m_1 g + x_2 m_2 g}{(m_1 + m_2) g} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}5\,\text{m} \cdot 1\,\text{kg} + 1\,\text{m} \cdot 2\,\text{kg}}{3\,\text{kg}} = 0{,}83\,\text{m}$$



Če je telo sestavljeno iz N točkastih mas:

$$X^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i m_i}{m}, \quad \text{v 3D: } \vec{r}^{\,*} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i m_i}{m}$$

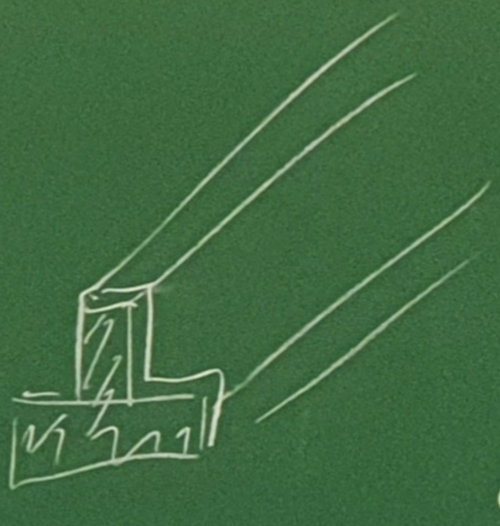
TELO = ZVEZNO PORAZDELJENO MASO

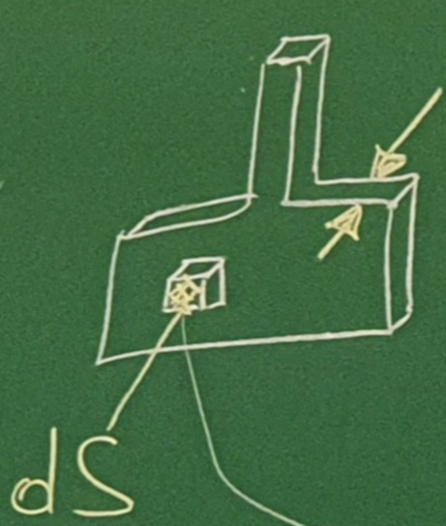
$\sum$ preide v $\int$, ko mase m_i vse bolj manjšamo.

$$\vec{r}^{\,*} = \frac{\int_{\text{poceli maso}} \vec{r}\, dm}{m}$$

TEŽIŠČE LIKOV in PROFILOV

⇒ HOMOGENI: konstantna debelina L in gostota ρ.





L (debelina lika)

pri računanju integrala rabimo

$$dm = dS \cdot L \cdot \rho$$

celotna masa $m = S \cdot L \cdot \rho$

težišče:

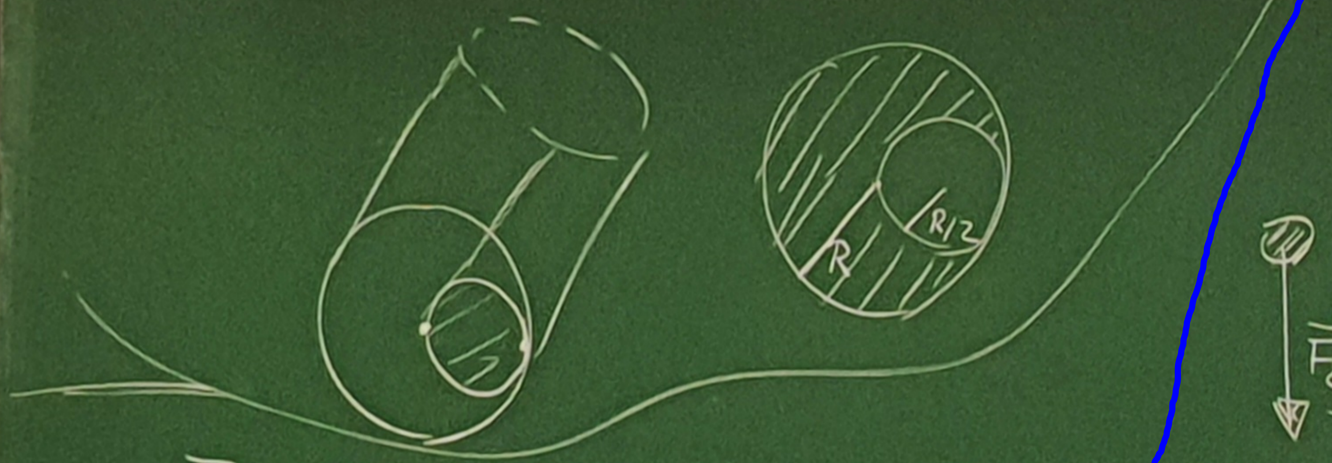
$$\vec{r}^{\,*} = \frac{\int_{\text{po celi masi}} \vec{r}\, L\rho\, dS}{L\rho \cdot S} = \frac{\int_{\text{po površini}} \vec{r}\, dS}{S}.$$

Z VSOTO:

$$\vec{r}^{\,*} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i S_i}{S}$$

NALOGA ZA DOMA:

KJE JE TEŽIŠČE CEVI Z EKSCENTRIČNO LUKNJO



II. N.Z.

EKSPERIMENTALNO: REZULTANTA SIL

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Primer

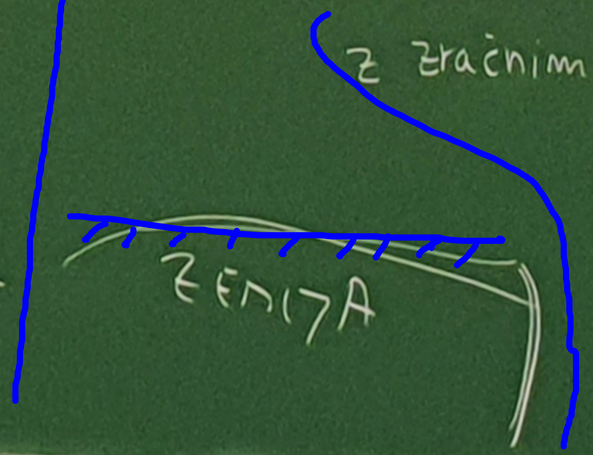
prosti pad (brez zračnega upora)

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

II. N.Z.: $m\vec{g} = m\vec{a}$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

z zračnim uporom: v navpični smeri:





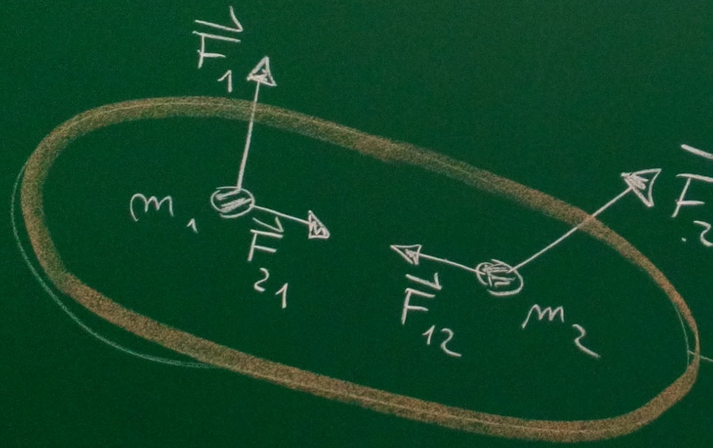
$$mg - \frac{1}{2} c_u \rho_{zrak} S v^2 = ma$$

$$a = g - \frac{\frac{1}{2} c_u \rho_{zrak} S v^2}{m}.$$

$\vec{F} = m\vec{a}$

II. NZ ZA OPAZOVALNI SISTEM SESTAVLJEN IZ VEČ TELES

OKOLICA



SISTEM

N.Z. za m_1:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_{21} = m_1 \vec{a}_1$$

N.Z. za m_2: $\vec{F}_2 + \vec{F}_{12} = m_2 \vec{a}_2$

Enačbi seštejemo

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m_1 \vec{a}_1 + m\vec{a}_2$$

Rezultanta zunanjih sil $= (m_1 + m_2)\cdot \vec{a}^*$

PRINCIPIARO

pospešek masnega središča

$$\vec{a}^{*} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

POSPEŠEK MASNEGA SREDIŠČA = POSPEŠEK TEŽIŠČA.

Spomnimo se izraza za rač. težišča:

$$\vec{r}^{*}(t) = \frac{m_1 \vec{r}_1(t) + m_2 \vec{r}_2(t)}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}^{*} = \frac{d\vec{r}^{*}}{dt} = \frac{m_1 \vec{v}_1(t) + m_2 \vec{v}_2(t)}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{a}^{*} = \frac{d\vec{v}^{*}}{dt} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

pospešek težišča

ZGLEDA:

- vozička na zračni blazini
- računalniški program IP

primerjamo in vidimo, da masno središče sistema izračunamo enako kakor težišče.

II NZ PRI KROŽENJU



2. NZ. $\vec{F} = m\vec{a}$

v komponentah:

V smeri radija $F_c = m\,a_r$, F_c ... centripetalna sila

a_r ... radialni pospešek

V $\perp$ smeri na radij $F_\perp = m\,a_t$, a_t ... tang. pospešek

$F_\perp = m\,r\,\alpha$ / $\cdot r$ α ... kotni pospešek

$r\,F_\perp = m\,r^2\,\alpha$

$M_{(\text{sile } \vec{F})} = J\cdot\alpha$

za točkasto maso, je VZTRAJNOSTNI MOMENT J DEFINIRAN KOT $J = m\,r^2$.

$[J] = kg\,m^2$.

VZT. MOMENT JE ADITIVNA KOLIČINA.

VEČ TOČKASTIH MAS:

$$J_{celotni} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$$

KAJ PA VZTRAJNOSTNI MOMENT RAZSEŽNEGA TELESA?

V MISLIH RAZREŽEMO NA ~~MAJNE~~ TOČKASTE MASE

in dobimo neskončno VSOTO:

$\sum_{i=1}^{\infty} m_i r_i^2$ → preide v integral $J = \int r^2 dm$ po telesu

m_i so vse manjši in preidejo v dm

Zgled: VZTRAJNOSTNI MOMENT HOMOGENE

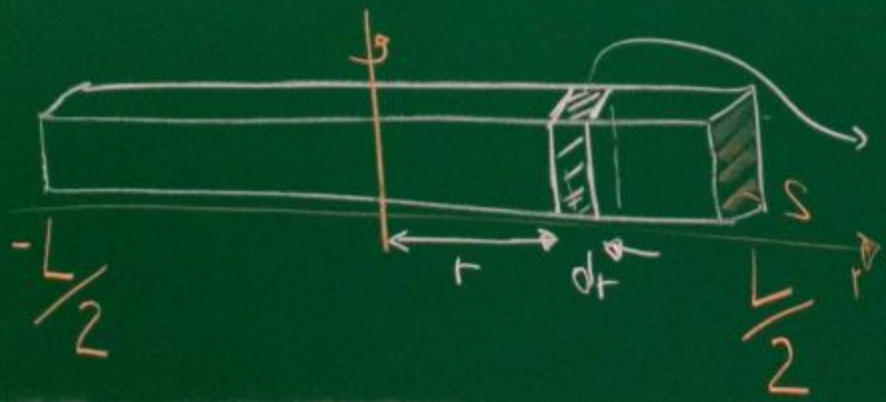
(povsod enak presek S in gostota ρ)

PALICE PRI VRTENJU OKOLI OSI SKOZI

TEŽIŠČE.



$$J = \int_{\text{po palici}} r^2 \, dm$$



$$dm = \rho \cdot S \cdot dr$$

$$J = \int_{-L/2}^{L/2} r^2 \cdot \rho \, S \, dr = \rho S \int_{-L/2}^{L/2} r^2 dr =$$

$$= \rho S \left[\frac{r^3}{3} \right]_{-L/2}^{L/2} = \rho S \left(\frac{L^3}{24} + \frac{L^3}{24} \right) =$$

$$= \frac{\rho S L \, L^2}{12} = \frac{m L^2}{12}$$

STEINERJEV IZREK

⋮

ŠE NEKAJ TELES:

os

$$J = \frac{1}{2} m R^2 ;$$

os obroč

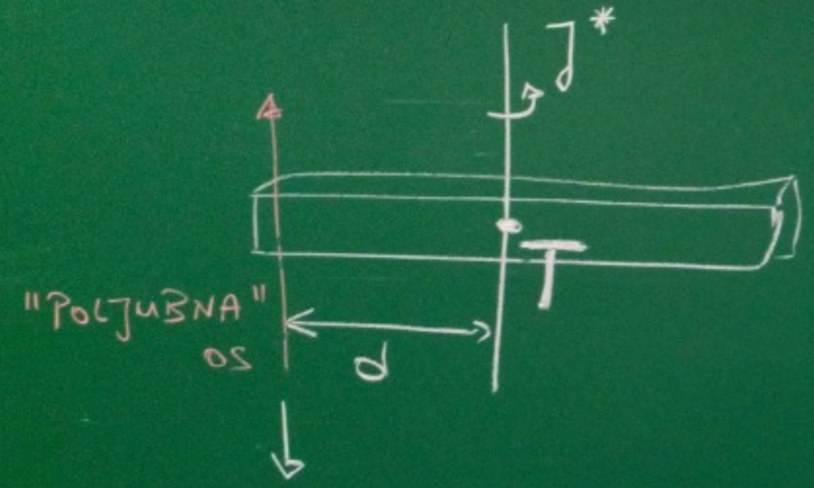
R

$$J = m R^2 .$$

os

$$J = \frac{2}{5} m R^2$$

STEINERJEV IZREK



$$J = J^* + md^2$$

NPR: KOLIKŠEN JE VZT. M. PALICE, ČE JO VRTIMO OKOLI OSI SKOZI KRAJIŠČE?

PALICA, OS SKOZI TEŽIŠČE:

$$J^* = \frac{1}{12} m l^2$$

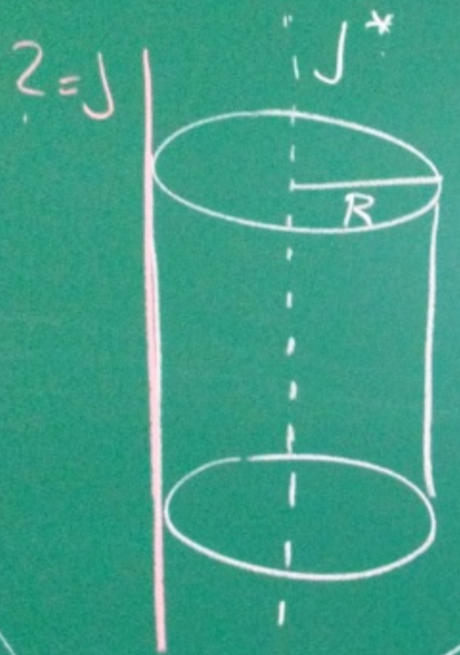
d = razdalja med osema (skozi T, skozi krajišče)

$$d = l/2$$

J =

2

$$J = \frac{1}{12} m l^2 + m \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m l^2$$

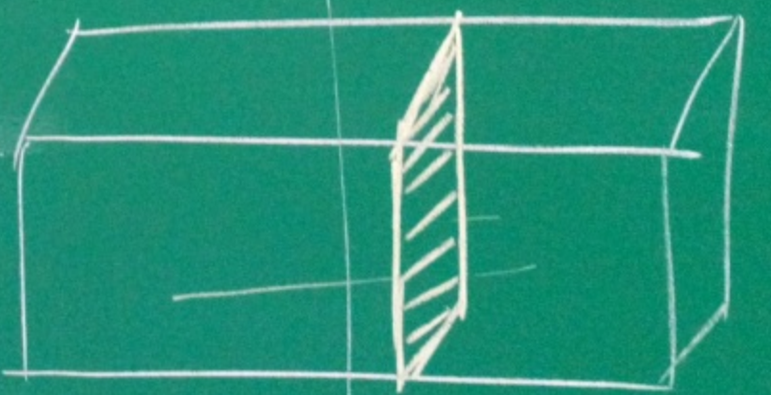


$$J = \int r^2 \, dm$$

Vztrajnostni moment PREČNEGA PREREZA

$$I = \int x^2 \, dS$$

po površini



oz. krajišče).

Gibalna količina

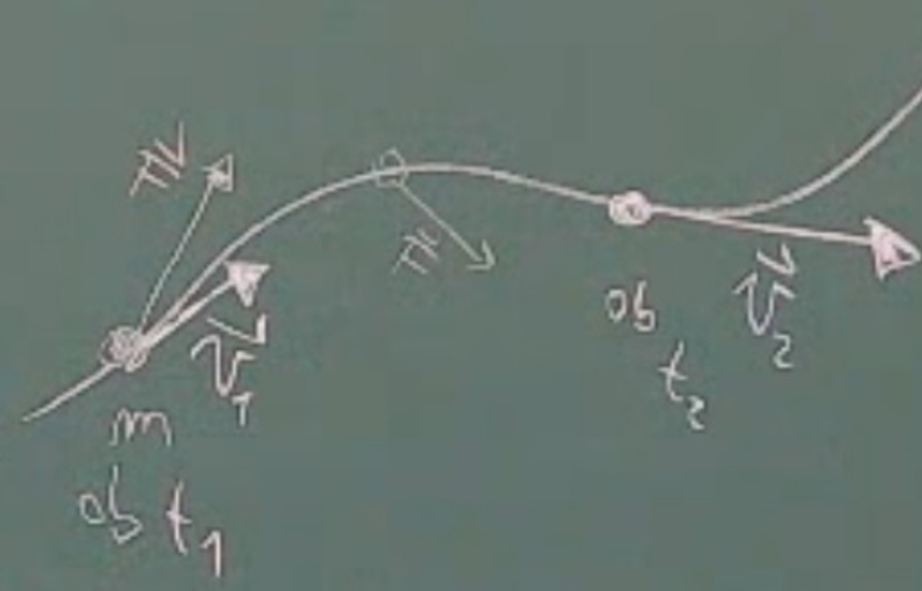
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d m\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{G}}{dt} \quad / \cdot dt$$

PRODUKTU $m\vec{v} = \vec{G}$ pravimo gibalna količina

$$\vec{F} \cdot dt = d\vec{G}$$

/ integriramo levo in desno stran enačbe

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt = \int_{\vec{G}_1}^{\vec{G}_2} d\vec{G} = \vec{G}_2 - \vec{G}_1$$

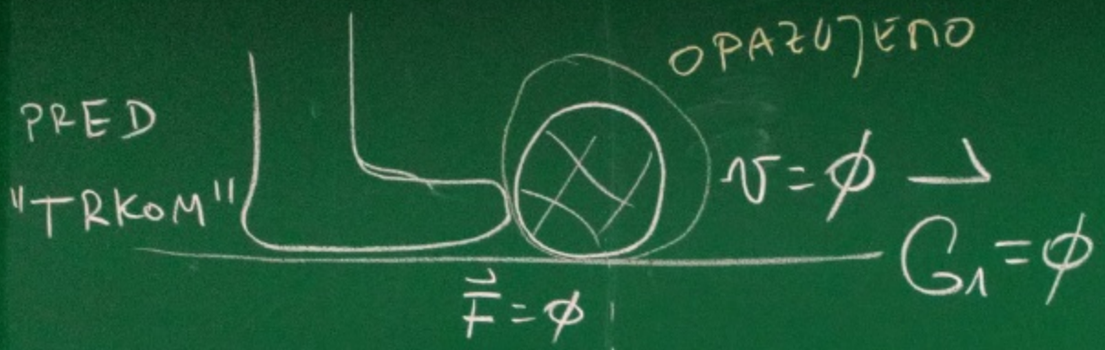


-18/-10/X3 → IZREK O GIBALNI KOLIČINI

$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt$ je sunek sile

IZREK o GIB. Kol: Sunek sile je enak spremembi gibalne količine.

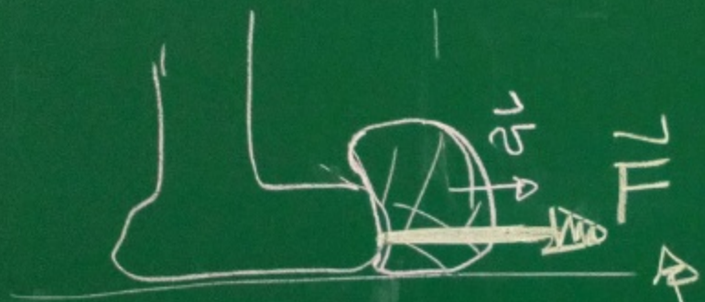
Zgled: Jožek brcne žogo

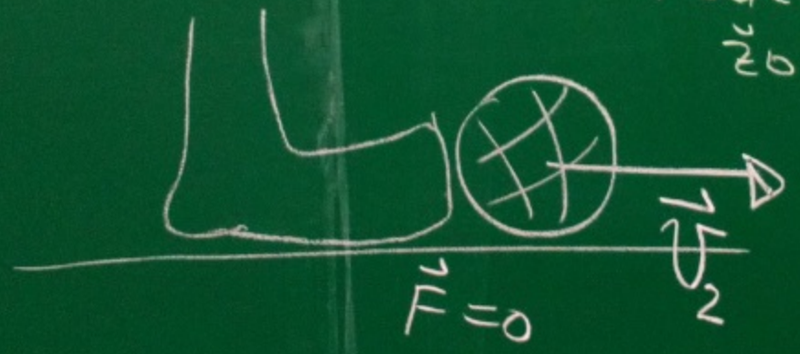


$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt$$

sunek sile

$$= \vec{G}_2 - \vec{G}_1$$



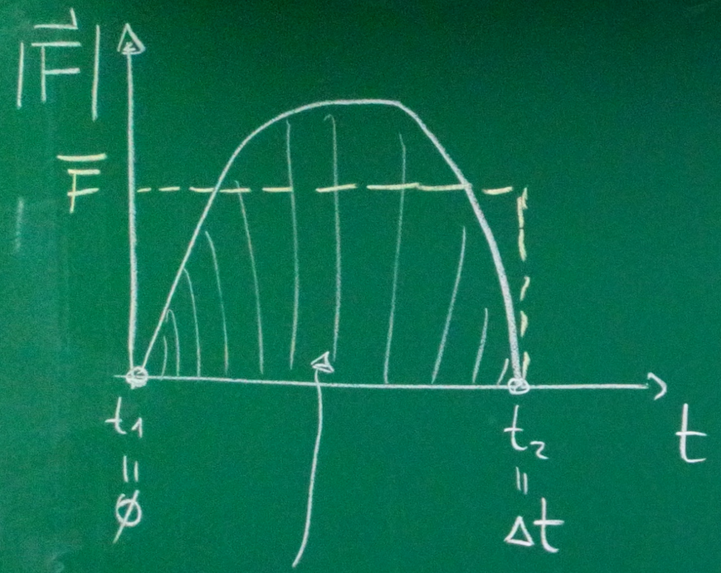


sunek sile enak

$G_2 - G_1$ v vodoravni smeri

$m v_2 - 0 = 4{,}3\ kg \frac{m}{s} =$

$= 4{,}3\ N \cdot s$.



$$\int_{t_1}^{t} F\,dt \equiv \overline{F}\,\Delta t$$

$$\overline{F} = \frac{\text{sunek sile}}{\Delta t} = \frac{4{,}3\ \text{Ns}}{0{,}1\ \text{s}} = 43\ \text{N}$$

ploščima je sunek sile

Če čas trajanja stika noge z žogo ocenimo na 0,1 s,

Lahko izračunamo $\overline{F}$

Uporaba gib. količine za obravnavo trkov

=

Izberemo dovolj velik opazovani sistem, da je vsota zun. sil enaka ϕ,

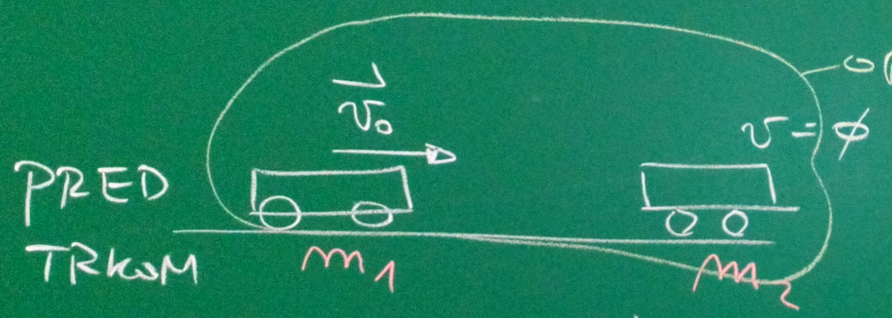
TAKRAT SE GIBAL. KOL. SISTEMA OHRANJA.

Primeri: - tiki avtomobilov, vozički na zračni klopi

- v vesolju

- ali osnovni delci.

Vozička na zračni klopi:



$|\vec{G}_1| = m_1 v_0$

$|\vec{G}_2| = (m_1 + m_2) v_k$

KER VSOTA ZUN. SIL ENAKA NIČ

$\vec{G}_1 = \vec{G}_2$

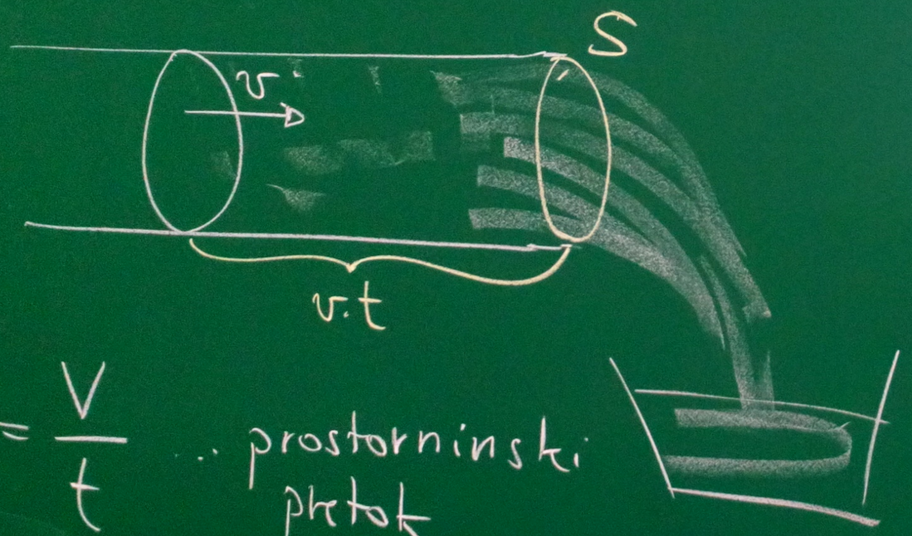
V vodoravni smeri:

$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_k$

$$v_k = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_0$$

TOK SNOV in SILA CURKA

TOK SNOVI



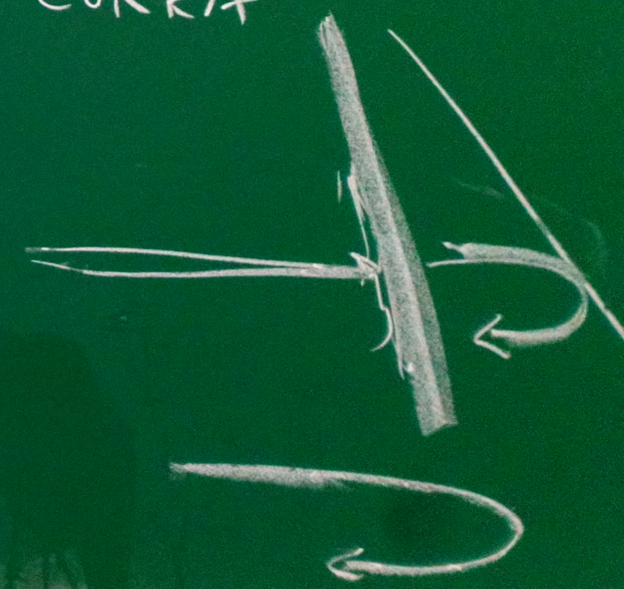
Q $\phi_V = \frac{V}{t}$ .. prostorninski pretok

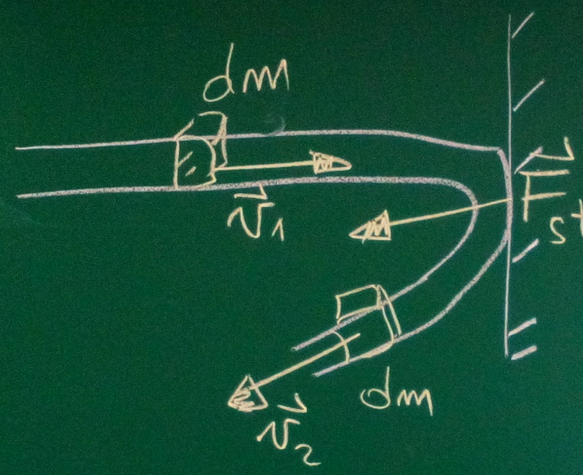
$\phi_m = \frac{m}{t} = \frac{V \cdot \rho}{t} = \rho \cdot \phi_V$ .. masni pretok

Povežimo prostorninski pretok
s hitrostjo v in prerezom cevi S

$$\phi_V = \frac{v \cdot t \cdot S}{t} = S \cdot v$$

IZPELJAVA SILE CURKA





Izračunamo silo stene na curek.

Sistem, ki ga opazujemo je del tekočine z maso dm.

b)

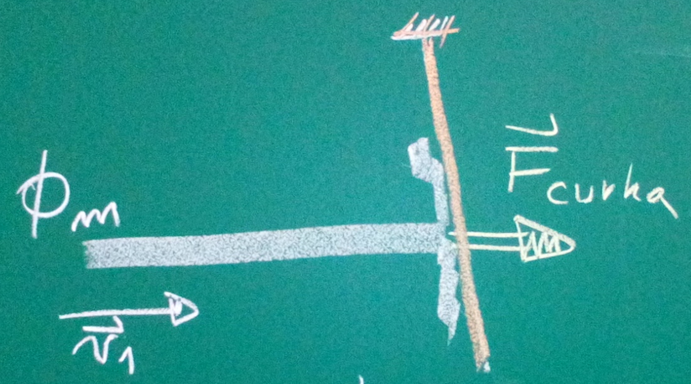
$$\vec{F}_{stena}\,dt = d\vec{G} = dm\,(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \;/ : dt$$

$$\vec{F}_{stena} = \frac{dm}{dt}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \Phi_m\,(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\vec{F}_{curka} = -\vec{F}_{stene} = \phi_m (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

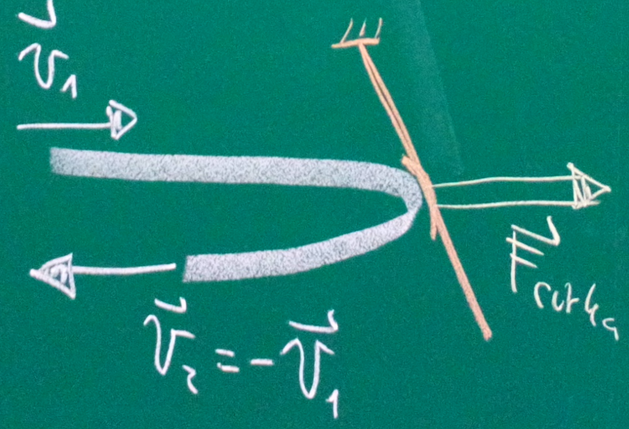
Primera:

a)



$$\vec{F}_{curka} = \phi_m (\vec{v}_1 - \phi) = \phi_m \vec{v}_1$$

b)



$$\vec{F}_{curka} = \phi_m (\vec{v}_1 - (-\vec{v}_1)) = 2\phi_m \vec{v}_1$$

PELTONOVA TURBINA.

ne

me z

$\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \Big| : dt$

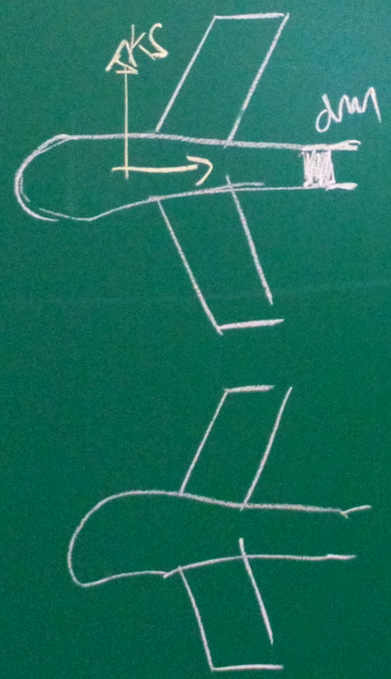
$\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

R

Zgled

REAKCIJSKA SILA

Zgled: $\phi_m = \frac{20\,kg}{\alpha}$, $v_r = 600\,m/s$



$\vec{v}_1 = \phi$

$\vec{v}_r = \vec{v}_2$

$$\vec{F}_{curka} = \phi_m(\phi - \vec{v}_r) = -\phi_m \vec{v}_r \equiv \vec{F}_{reakcijska}$$

$$|\vec{F}_{reakcijska}| = \phi_m \cdot |\vec{v}_r| = 20\,\frac{kg}{s} \cdot 600\,\frac{m}{s} = 12\,kN$$

VRTILNA KOLIČINA

spomnimo se gib. k.

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$M = \int \alpha = \int \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\int \omega}{dt} \quad / \cdot dt \text{ in integriramo} \Rightarrow \text{Dobimo:}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}\,dt = \vec{\Gamma}_2 - \vec{\Gamma}_1$$

$\vec{M}$ = sunek navora

sprememba vrtilne količine

DEF. VRTILNO KOLIČINO $\Gamma = \int \omega$

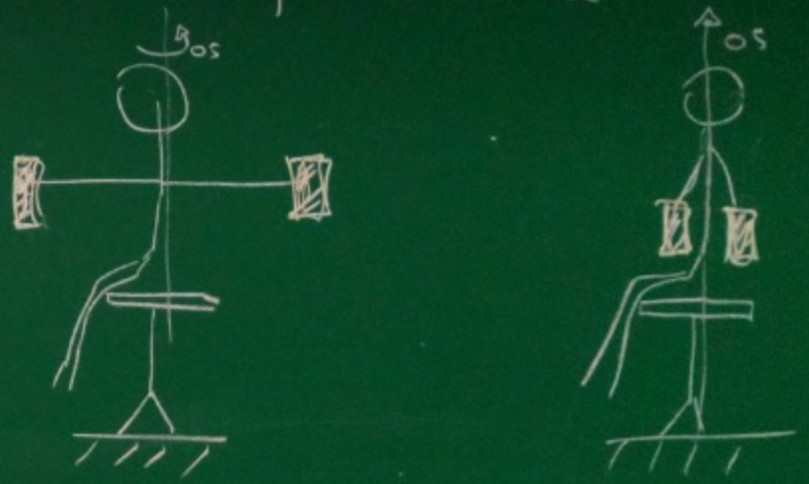
oz. vektorsko $\vec{\Gamma} = \int \vec{\omega}$

ZADNJIČ: IZREK O VRTILNI KOLIČINI

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}\,dt = \Delta\vec{\Gamma} \quad ; \quad \vec{\Gamma} = J\vec{\omega}$$

Zgledi uporabe: a) Izberemo tako velik "OPAZOVALNI SISTEM", da je vsota zunanjih navorov enaka nič $\Rightarrow$ Vrtilna količina se ohranja.

Poskus: Vrtenje na stolu:



Sistem: ↑vrteči stol, človek, uteži.

ker je vsota zunanjih navorov enaka nič, velja: $J_1\omega_1 = J_2\omega_2$

$J_1 > J_2$

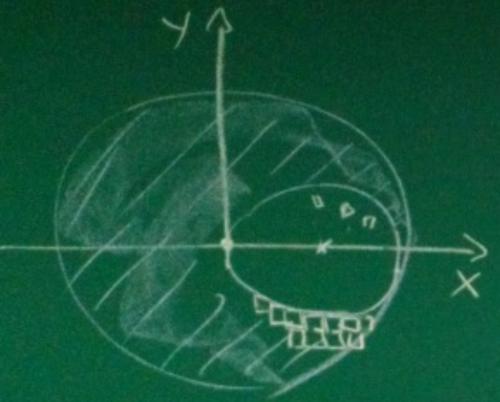
Primeri: drsanje, astronomija (sistem Zemlja-Luna)

b) vrtavka; ima veliko $\vec{\Gamma}$, ohranja smer v prostoru.

uporaba: GIROSKOP - naprava, ki pokaže orientacijo v prostoru.

c) zveza $\boxed{\vec{\Gamma} = \mathbb{J}\vec{\omega}}$ velja le, če se telo vrti okoli ene od GLAVNIH osi (ponavadi so to simetrijske osi telesa). Sicer $\vec{\Gamma}$ ni $\parallel \vec{\omega}$ in je vztrajnostni moment $\mathbb{J}$ tenzor. (matrika 3x3). NASTANEJO DEVIACIJSKI MOMENTI.

V odmoru: računanje težišča ekscentrične cevi



$$x^* = \frac{\sum_{\text{po površini}} x_i S_i}{S} = \frac{\sum_{\text{velikem krogu}} x_i S_i - \sum_{\text{luknji}} x_i S_i}{S} = \frac{x_1 S_1 - x_2 S_2}{S} = \frac{\phi \cdot \pi R^2 - \frac{R}{2} \cdot \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2}{\pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2}$$

S – dejanska površina

kaj je to?

težišče velikega kroga:

$$x_1^* = \frac{\sum_{\text{veliki krog}} x_i S_1}{S_1} \Rightarrow \sum_{\text{veli krog}} x_i S_i = x_1 \cdot S_1$$

$$= -\frac{\frac{\pi R^3}{8}}{\pi R^2 \frac{3}{4}} = -\frac{1}{6} R$$

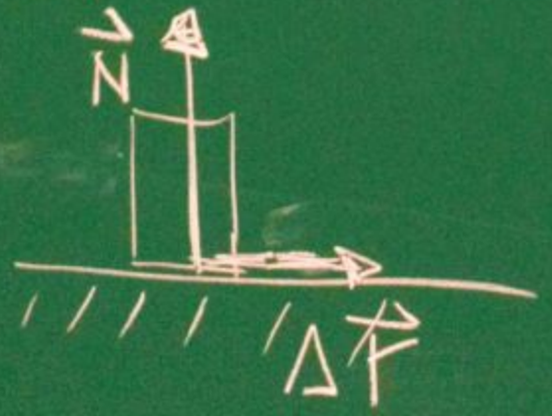
DELO, ENERGIJA, MOČ

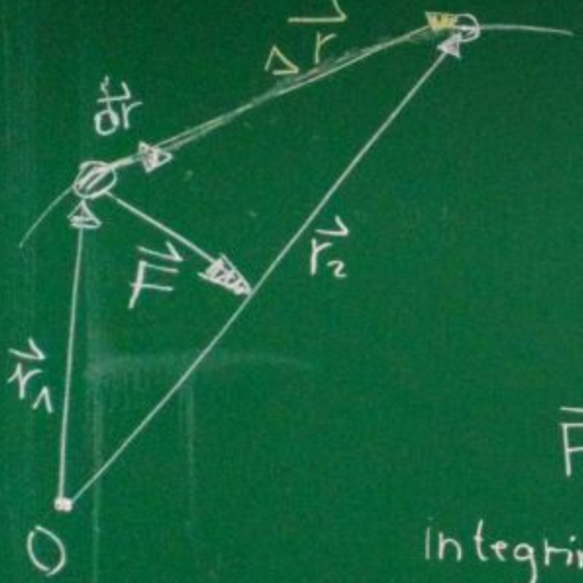
- kdaj sila opravlja delo; primeri

  - če prijemališče sile miruje, sile ne opravlja dela.

  - če se prijemališče sile premika v smeri premika telesa
    $\Rightarrow$ SILA OPRAVLJA DELO

  - če je sila pravokotna na premik telesa $\Rightarrow$ ne opravlja dela.





$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad / \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{r} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v}\,dt$$

$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = m\,\vec{v}\cdot d\vec{v}$$

Integrirajmo (seštejemo) od $\vec{r}_1$ do $\vec{r}_2$

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} m\,\vec{v}\cdot d\vec{v} = \frac{m\,\vec{v}\cdot\vec{v}}{2}\Big|_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} = \frac{m\,|\vec{v}_2|^2}{2} - \frac{m\,v_1^2}{2}$$

Dokaz: $\int \vec{v}\cdot d\vec{v} = \frac{\vec{v}\cdot\vec{v}}{2}$

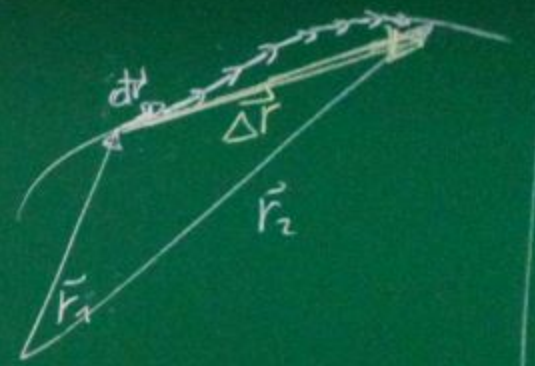
odvajamo $\left(\frac{\vec{v}\cdot\vec{v}}{2}\right)' = \frac{d\vec{v}\cdot\vec{v} + \vec{v}\cdot d\vec{v}}{2} =$

$= \vec{v}\cdot d\vec{v}$.

DELO SILE

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{... kinetična energ. telesa}$$



$$A_{\vec{F}} = \Delta W_k \quad \text{..... IZREK O KINETIČNI ENERGIJI}$$

↑ delo zunanjih sil

$[A] = J = N \cdot m$

$[W_k] = J$

PRIMER: $\vec{F} = \text{konst} \Rightarrow$

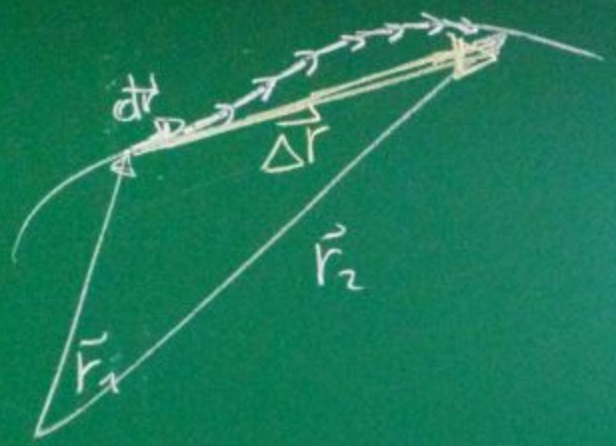
$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \left(\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} d\vec{r} \right) = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

MOČ SILE

pri majhnem premiku za $d\vec{r}$ sila $\vec{F}$ opravi delo $dA = \vec{F}$

moč sile je definirana ko



ENOTA:

$[P] = W$ $\quad\quad$ $J = W \cdot s$

kM ... konjska moč

1 kM = 750 W.

MOČ SILE

pri majhnem premiku za $d\vec{r}$ v času dt

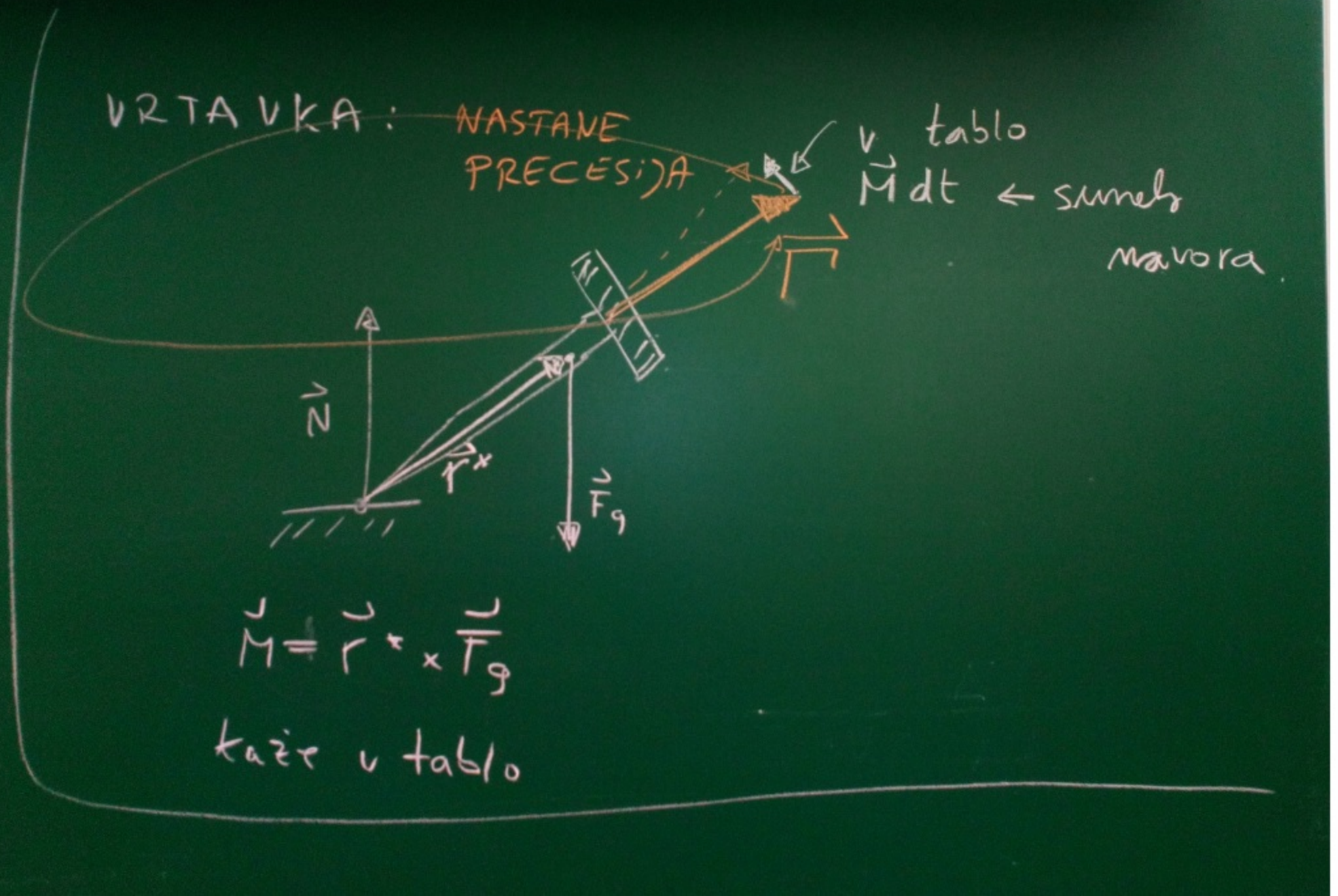
sila $\vec{F}$ opravi delo $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

moč sile je definirana kot $P = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$.

$kWh = 10^3 W \cdot 3600 s =$

$= 3{,}6 \cdot 10^6 W s = 3{,}6 \cdot 10^6 J.$

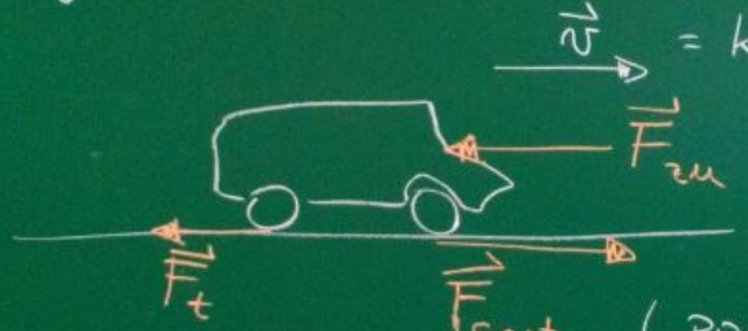
Komentar k poskusu včeraj in vprašanju: Zakaj vrtavka ne pade?



MOČ SILE

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Zgled: Vožnja avta po vodoravni cesti



$$P_{motor} = \vec{F}_{cesta} \cdot \vec{v} = F_{cesta} \, v \cdot \cos 0^\circ$$

$\cos 0^\circ = 1$

↑ Sorazmerno porabi goriva

če v = konst $\Rightarrow$ $F_{cesta} = F_{zr} + F_t$

$F_t = k_t \, N = k_t \, F_g = 240\,N$

Vzamimo: $k_t = 0{,}016$

$F_g = 15000\,N$

$F_{zr} = \alpha \, v^2$

↑ koeficient $\left(\frac{1}{2} c_u S \rho_{zraka}\right)$

$\alpha = 0{,}65 \, \frac{N}{(m/s)^2}$

$F_{cesta} = 240\,N + 0{,}65 \frac{N}{(m/s)^2} \cdot v^2$

$P_{motor} = 240\,N \cdot v + 0{,}65 \frac{N}{(m/s)^2} \, v^3$

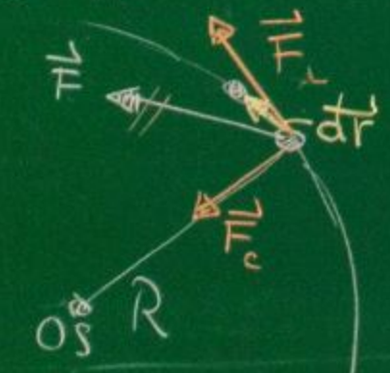
če $v = 60 \frac{km}{h}$

$P_{motor} = 4kW + 3kW$

če $v = 120 \frac{km}{h}$

$P_{motor} = 8kW + 24kW$

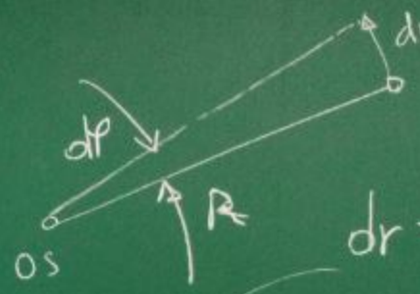
DELO IN MOČ PRI VRTENJU



DELO OPRAVLJA LE $F_\perp$:

$dA = F_\perp \cdot dr \cdot \cos 0°$

ker premik $d\vec{r} \parallel \vec{F}_\perp$



$dr = R\,d\varphi$

$(lok = R \cdot \varphi)$

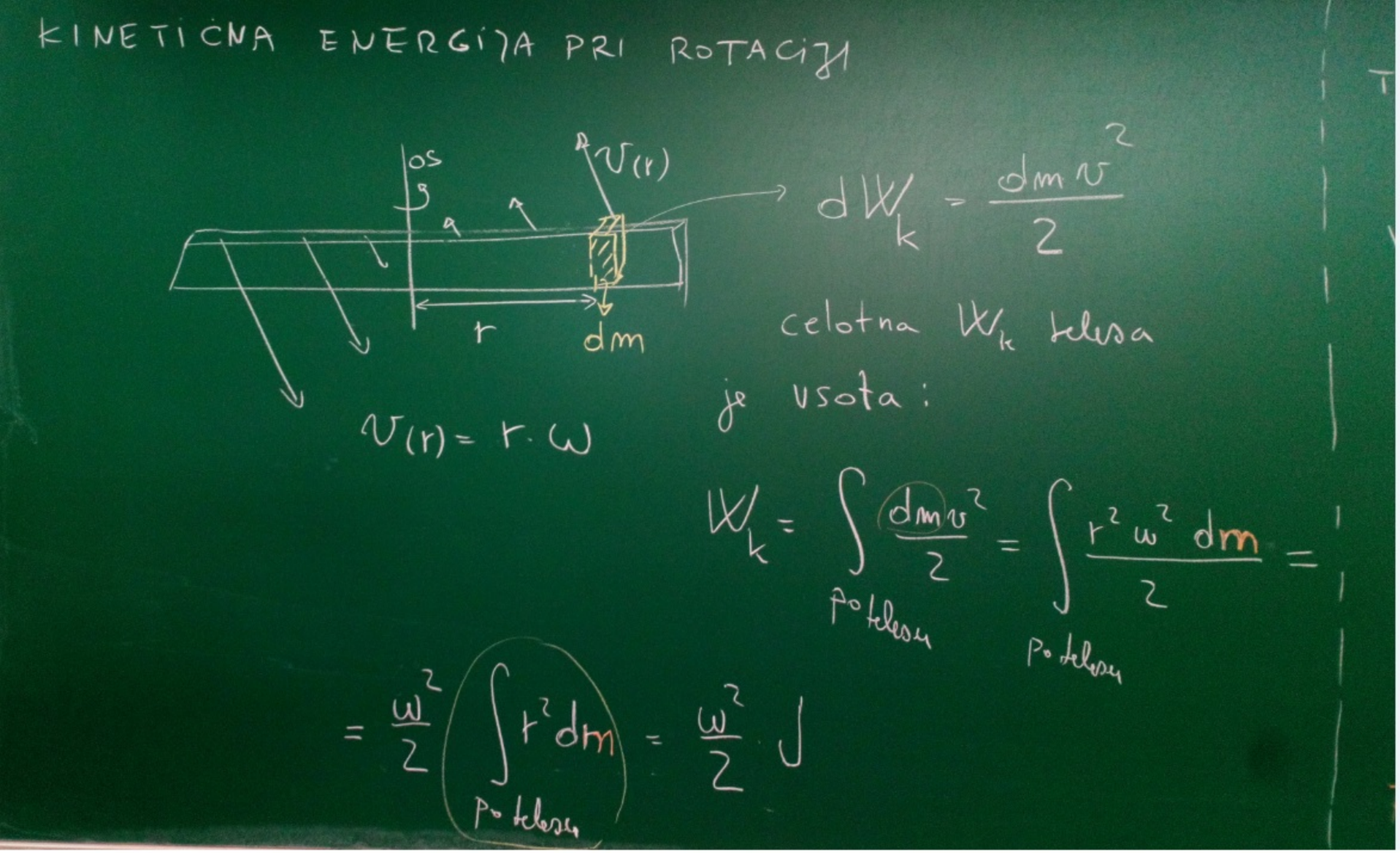
$dA = F_\perp R\,d\varphi = M_{(\vec{F})}\,d\varphi$

če večji zasuk, moramo sešteti:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M\,d\varphi$$

MOČ PRI VRTENJU:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{M\,d\varphi}{dt} = M \cdot \omega$$



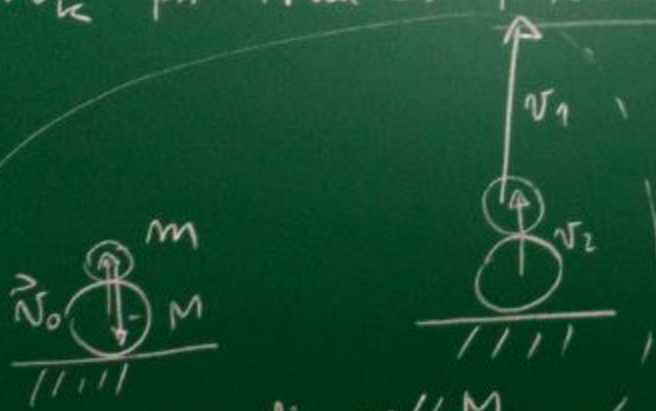
Kinetična energija togega telesa je pri poljubnem gibanju sestavljena iz *translacijske kinetične energije* $\frac{m v_{tezisca}^2}{2}$ zaradi gibanja masnega središča in *rotacijske kinetične energije* $\frac{J\omega^2}{2}$, ki jo ima telo zaradi vrtenja okrog težiščne osi.

TRKI

DOVOLJ VELIK OPAZOVALNI SISTEM, DA STA OBE TELESI V OPAZ. SISTEMU

a) če se ohrani W_k pri trku $\Rightarrow$ PROŽNI TRK

poskus: skakice pri odboju od tal:



maj velja $m \ll M$

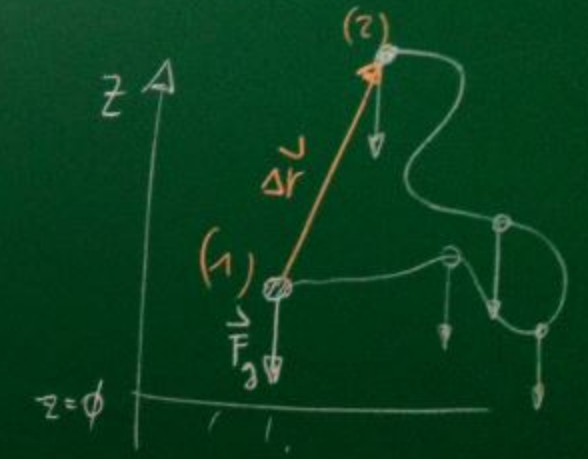
b) NEPROŽNI TRKI $\rightarrow$ del W_k se spremeni v notranjo energijo.

PRI OBOJIH SE OHRANJA GIBALNA KOLIČINA.

POTENCIALNA ENERGIJA

$$A_{\text{vseh zun. sil}} = \Delta W_k$$

IZRAČUNAJMO delo teže!



Negativnemu delu teže pravimo sprememba potencialne energije.

$A_{teže} = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r}$, ker je $\vec{F}_g$ konst. sila

$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

$\vec{F}_g = (0, 0, -mg)$

$\vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = -mg(z_2 - z_1) =$ DELO TEŽE

NEGATIVNO DELO TEŽE

PRAVIMO ΔW_p

=

SPREMEMBA POTENCIALNE ENERGIJE

$\Delta W_p = -A_{teže} = -(-mg(z_2 - z_1))$

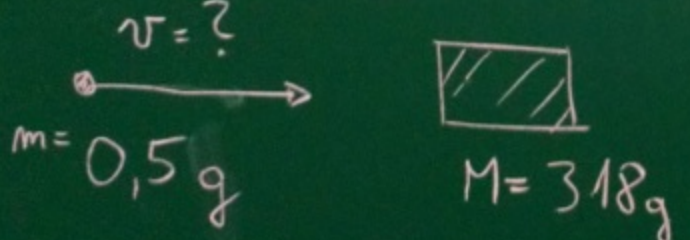
$A_{vseh\ zun.\ sil\ razen\ teže} + A_{teže} = \Delta W_k$

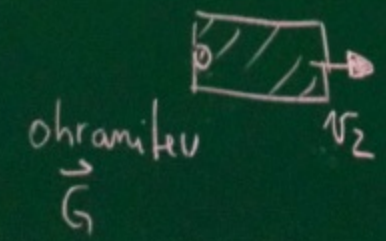
$A_{vseh\ zun.\ sil\ razen\ teže} = \Delta W_k - A_{teže}$

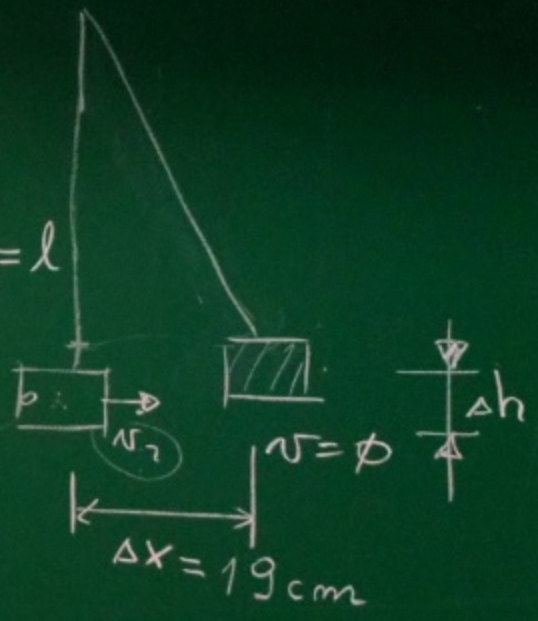
$\Delta W_p = mgz_2 - mgz_1 = W_{p2} - W_{p1}$.

$A_{vseh\ z.\ sil\ razen\ teže} = \Delta W_k + \Delta W_p$

POSKUS BALISTIČNO NIHALO





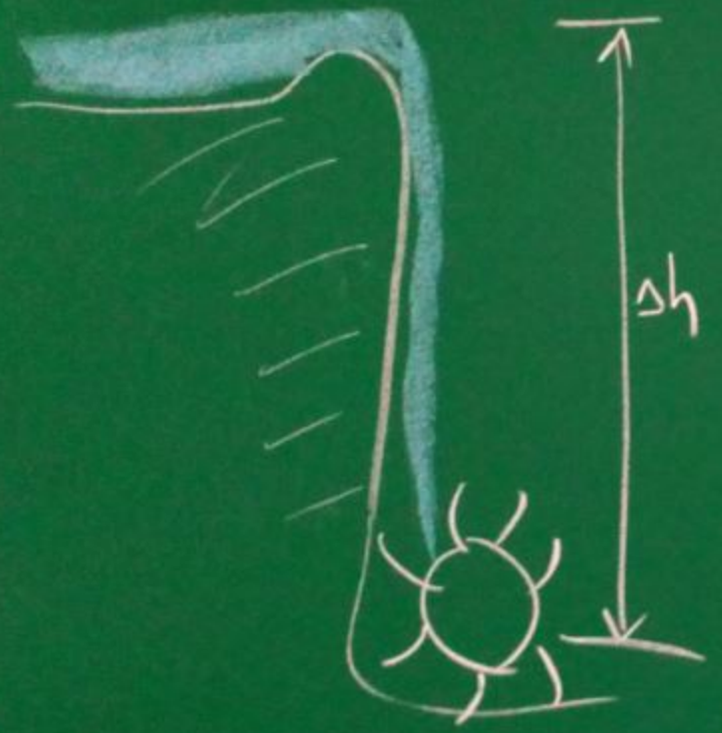


Iz ② in ③ se W_k spremeni v W_p

$$(m+M)g\,\Delta h = \frac{(m+M)v_2^2}{2}$$

IZKORISTEK

Poznamo $\Phi_m = 2\,m^3/s$



in $\Delta h = 300\ m$

Kolikšno največjo moč lahko dobimo po padcu vode?

$$P_{max} = \frac{\Delta W_p}{t} = \frac{m g \Delta h}{t} = \Phi_m \cdot g \Delta h = 6\ MW$$

V resnici dobimo 4 MW.

Kolikšen je izkoristek te elektrarne?

$$\text{izkoristek } \eta = \frac{\text{koristno delo ali moč}}{\text{vloženo delo ali moč}} = \frac{4\,MW}{6\,MW} = 67\%.$$

KONSERVATIVNE SILE

↳ ČE JE DELO SILE ODVISNO LE OD ZAČETNE IN KONČNE LEGE, NI PA ODVISNO OD OBLIKE POTI.

ZA KONSERVATIVNE SILE LAHKO UPELJEMO USTREZNO SPREMEMBO ENERGIJE (F_g, F_{vzmet})

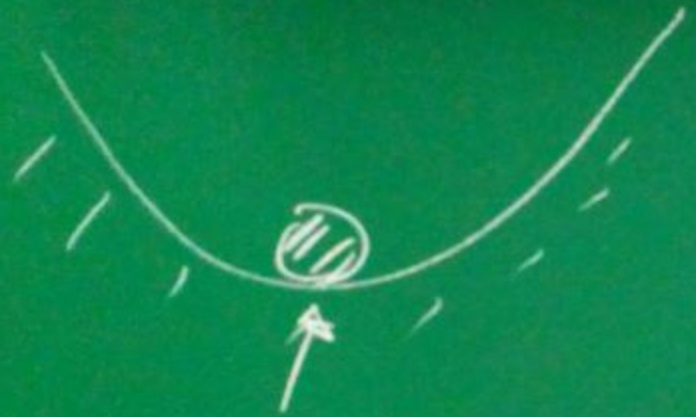
NEKONSERVATIVNE SILE (F_t, $F_{z.u.}$)

DELO TEH SIL JE ODVISNO OD OBLIKE POTI.

Če smemo delo nekonzervativnih sil zanemariti, pravimo, da se energija telesa ohranja.

RAVNOVESNE LEGE

- kje maksimum ali minimum potencialne energije



stabilna ravnovesna lega

W_p je minimalna



LABILNA raum. lega

maximum pot. energije.

Prožnostna energija

Oz. potencialna energija, ki je posledica sile $F = k\,x$.

Spomnimo se gravitacijske potencialne:

$\Delta W_p = -A_{\text{ustrezne sile}}$ lahko naredimo za poljubno KONZERVATIVNO silo

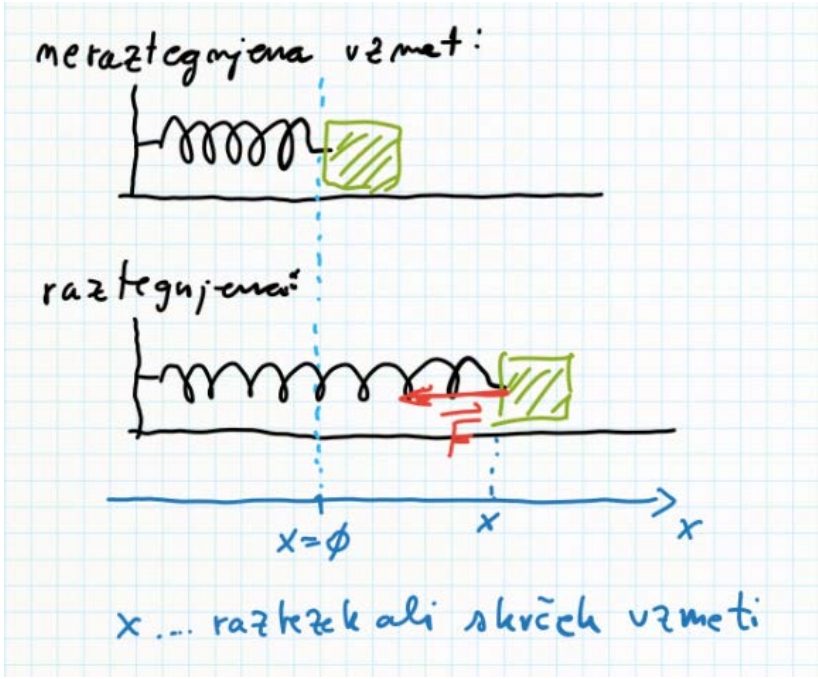
Konservativna sila je taka pri kateri velja, da je:

A) Delo sile odvisno od oblike poti.

B) Delo sile odvisno le od začetne in končne lege telesa.

C) Delo sile enako nič.

Prožnostna energija – pri raztezanju vijačne zmeti oz. katerekoli sile oblike *F = k x*



Pri pozitivnih x je sila negativna in obratno. Zato:

$$F = -k\,x.$$

Delo

$$A_{sile\ vzmeti} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} (-k\,x)\,dx = -\tfrac{k}{2}(x_2^2 - x_1^2)$$

Sprememba prožnostne energije:

$$\Delta W_{pr} = -A_{sile\ vzmeti} = \frac{k\,x_2^2}{2} - \frac{k\,x_1^2}{2}$$

Prepoznamo:

$$W_{pr} = \frac{k\,x^2}{2}.$$

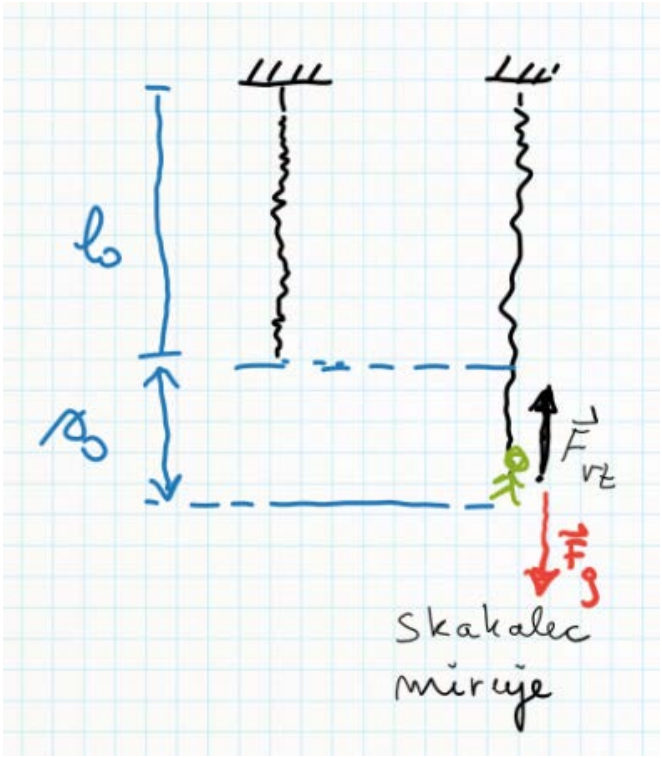
Tudi Hookov zakon.

Zgled: skok z elastiko

Izračunajmo največji raztezek elastike pri skoku z elastiko na podlagi meritev, ki jih lahko naredimo varno:

- Dolžina neraztegnjene vzmeti (l_0 = 67 cm)
- Raztezka, ko stehtamo skalalca (obešen skakalec miruje): s_0 = 22 cm.

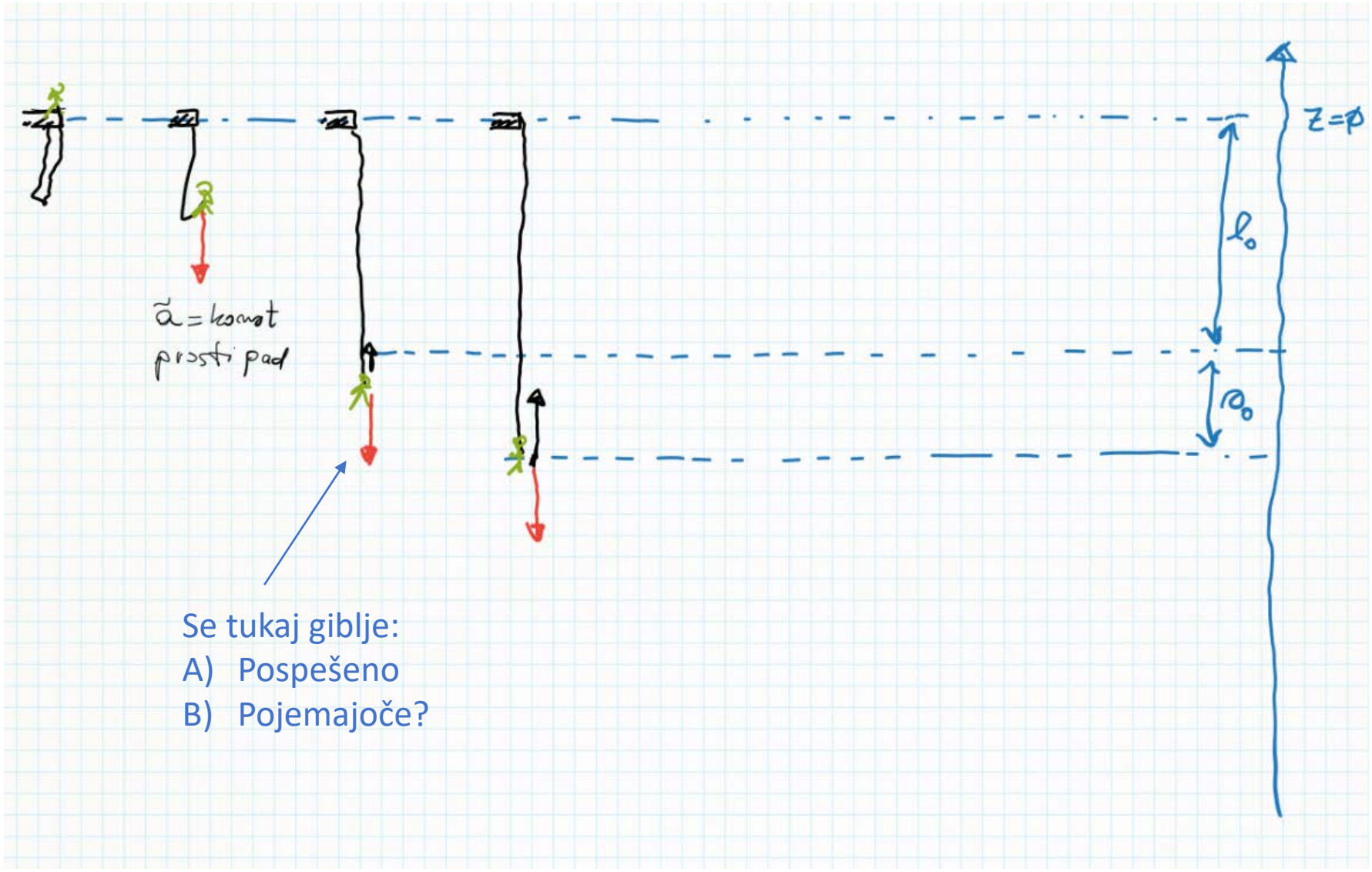
Tehtanje skakalca:



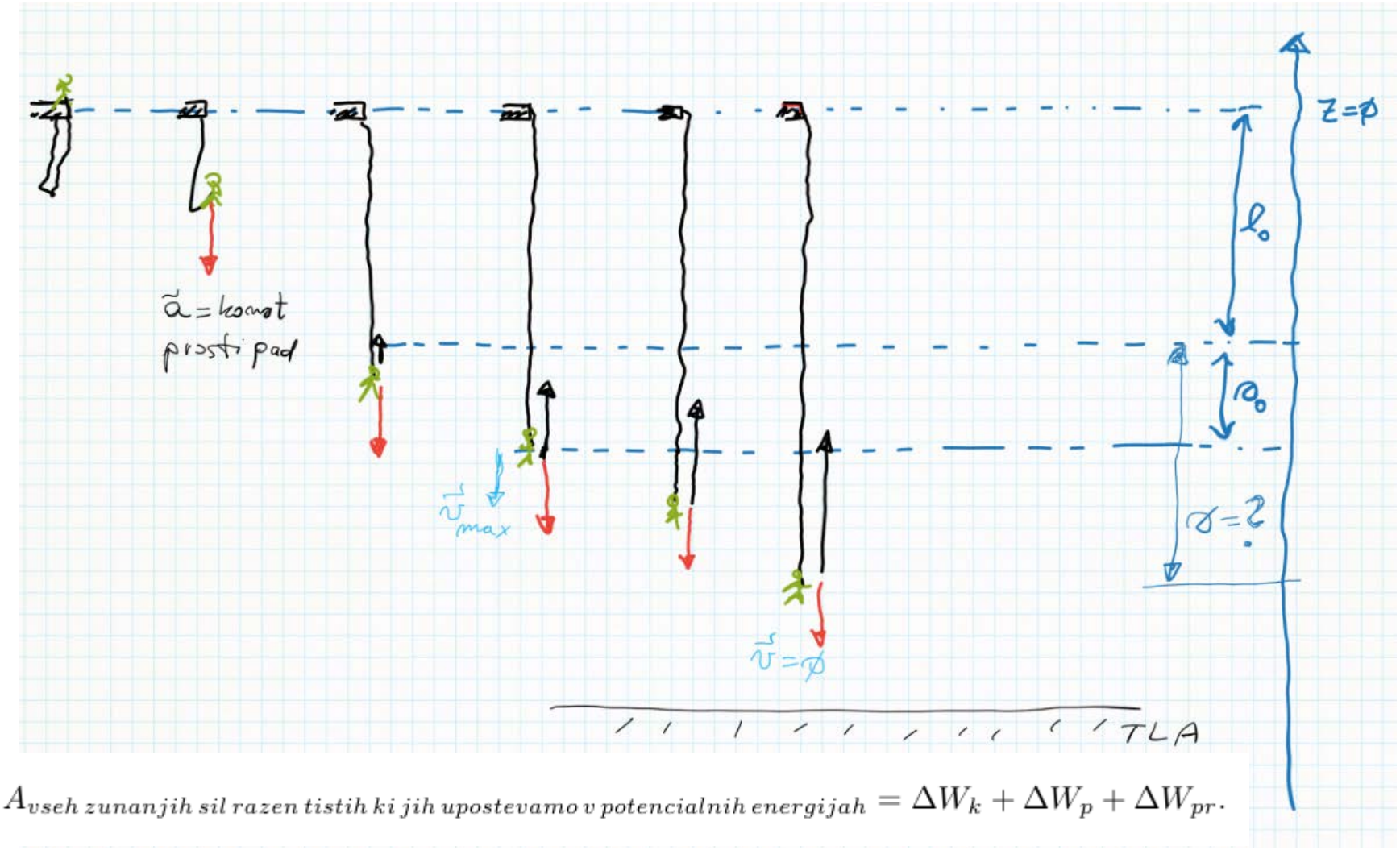
Ker skakalec miruje, velja:

$$k\,s_0 = m\,g\ .$$

Zgled: skok z elastiko (zračni upor ne upoštevamo)



Zgled: skok z elastiko



$$A_{vseh\ zunanjih\ sil\ razen\ tistih\ ki\ jih\ upostevamo\ v\ potencialnih\ energijah} = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}.$$

Zgled: skok z elastiko – prostor za kratek račun

$$A_{vseh\ldots} = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}$$

$$\phi = \phi + \left(-mg(l_0+x)\right) + \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{mg}{k}(l_0+x) = \frac{x^2}{2}$$

x_0 //

TEHTANJE!

$$2l_0x_0 + 2x_0x = x^2$$

$$x^2 - 2x_0x - 2l_0x_0 = \phi \quad = \text{kvadratna enačba}$$

$$ax^2 + bx + c = \phi$$

Rešitev:

$$x_{1,2} = \frac{+2x_0 \pm \sqrt{4x_0^2 + 8l_0x_0}}{2} = x_0 \pm x_0\sqrt{1 \pm \frac{2l_0}{x_0}}$$

$-b$; $b^2 - 4ac$; $2a$

Zgled: skok z elastiko – če se nismo zmotili:

$$s = s_0 \pm \sqrt{s_0^2 + 2\,s_0\,l_0} = s_0(1 + \sqrt{1 + \frac{2\,l_0}{s_0}}).$$

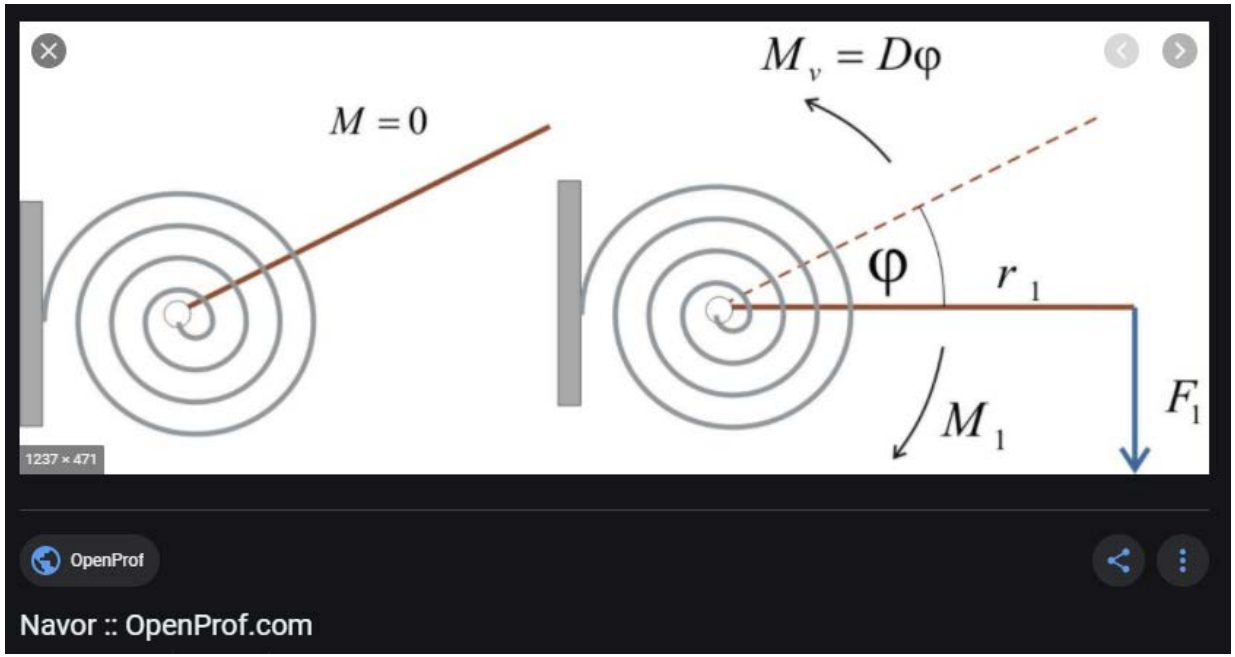
Premislimo o rešitvi z negativnim znakom.



Izmerili smo $l_0 = 67\,\mathrm{cm}$ in $s_0 = 22\,\mathrm{cm}$.

Sledi $s = 80\,\mathrm{cm}$. Pred poskusom ne pozabimo s-u prišteti še l_0!

Prožnostna energija: polžasta vzmet (torsion spring)





D je koeficient polžaste vzmeti (lahko tudi *torzijski koeficient žice*) in ustrezna energija:

$$W_{pr} = \frac{D\,\varphi^2}{2},$$

kjer je φ kot zasuka v radianih.

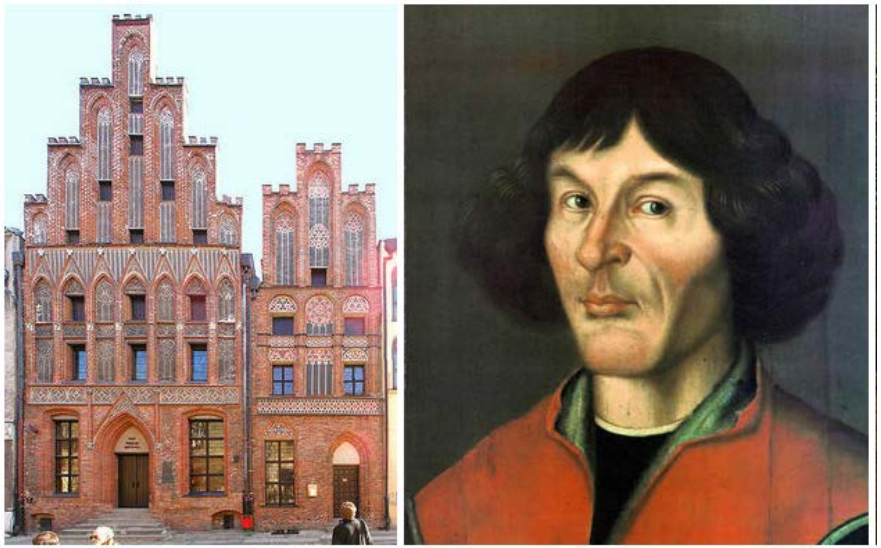
PIKA.



HTTP://EN.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/FILE:COPERNIC...

Torun, Poland

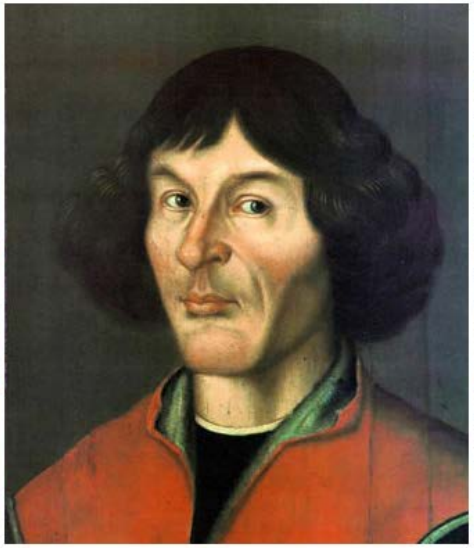
Kopernik, 1473-1543



HTTP://EN.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/FILE:COPERNIC...

Nicolaus Copernicus House





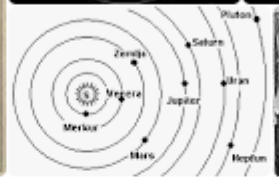
HTTP://EN.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/FILE:COPERNIC...

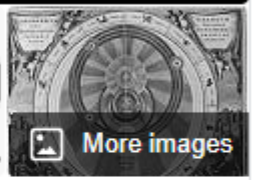
Kopernik, 1473-1543











Heliocentrism (Heliocentrični model)

Heliocentrism is the astronomical model in which the Earth and planets revolve around the Sun at the center of the Universe. Historically, heliocentrism was opposed to geocentrism, which placed the Earth at the center. Wikipedia

DVOREC na PETANJCIH

Grof Bátthyany si je manjši dvorec iz 18. stoletja postavil tudi na Petanjcih. Baročna visokopritlična stavba, sezidana iz opeke in podkletena, ima v osrednjem delu razširjen tloris s stopniščem v obliki velike črke T in predstavlja tipičen primer podeželskega pritličnega baročnega dvorca panonske pokrajine. V preteklosti je bil okrog dvorca park, imenovan "pungrad". Na dvorišču bi naj nekdaj bil tudi »slatinski« vrelec. Stavba je nekoliko prenovljena, vendar je še v dobrem stanju. V bližini je kapela sv. Florjana - najstarejša kapela v tišinski župniji.



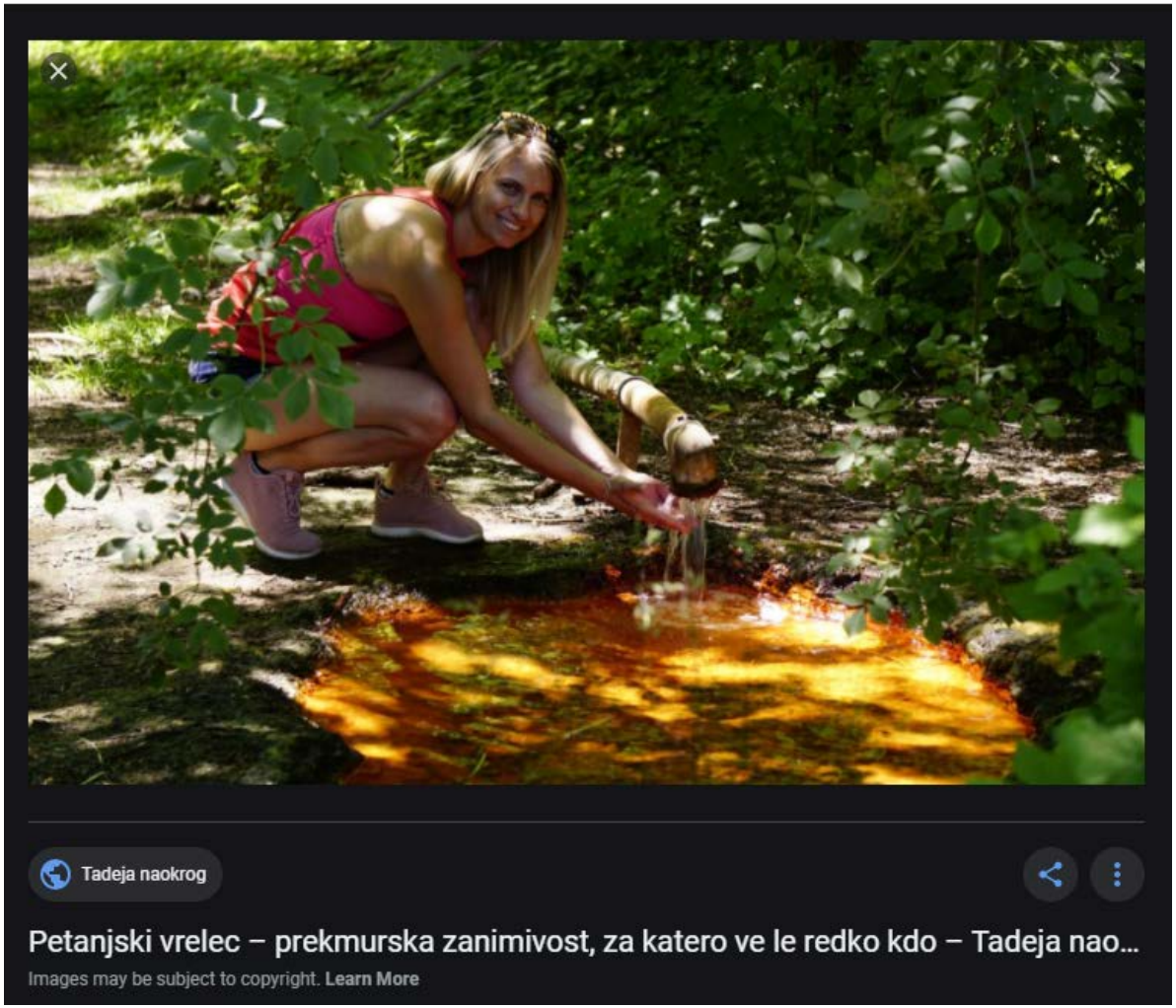
Petanjci poznani po:

A) Vrelcu mineralne vode
B) Nogometnem klubu
C) Tam živel Kepler

KASTELIŠČE na PETANJCIH (nekdanji Nadasdyjev dvorec)

Na Petanjcih je bila še ena zgodovinsko pomembna graščina, ki pa se žal ni ohranila. Dvorec je izhajal že iz 13. stoletja, zgradila pa naj bi ga madžarska (ogrska) grofovska družina Nádasdy, ki je to ozemlje odkupila od potomcev rodbine Pethenye. Usoda graščine (Kastela) ni točno znana, najverjetneje je bila opuščena po obglavljenju grofa Nádasdya (zaradi sodelovanja v zrinjsko-frankopanski zaroti proti Avstriji) konec 17. stoletja. Stavba dvorca je bila obdana z vodnim jarkom in je stala na dvignjenem platoju. Kraj, kjer je stal dvorec, se ledinsko imenujejo "Kastelišče", območje je danes pozidano. Arheološke raziskave (1987) so tukaj dokazale obstoj srednjeveške naselbine, zato je območje »Kastelišča« zavarovano kot arheološki spomenik.

Graščina je bila pomembna predvsem koncem 16. stoletja, ko so tukaj v obdobju protireformacije našli zatočišče pregnani evangeličanski duhovniki, izobraženci in učitelji. Med njimi se je leta 1598 skupaj s svojimi kolegi z graške univerze sem zatekel tudi nemški astronom, astrolog in matematik Johannes Kepler (1571-1630) pred grožnjo s smrtno kaznijo nadvojvode Ferdinanda II. Keplerjev svetovni sloves seže zelo daleč, saj je po njem poimenovana zadnja odkrita zvezda, kraterja na Luni in Marsu ter najmočnejši vesoljski teleskop ameriške Nase. Ker je (zatočišče) Nádasdyjev dvorec stal na drugi strani glavne ceste v bližini Vrta spominov in tovarištva, so leta 2004 njemu v čast postavili spominsko ploščo. Po njem je poimenovana tudi pohodniška pot (Keplerjeva zvezdna pot).


Tadeja naokrog
Petanjski vrelec – prekmurska zanimivost, za katero ve le redko kdo – Tadeja nao...
Images may be subject to copyright. Learn More


Radenska
PETANJSKI VRELEC
1L

DVOREC na PETANJCIH

Grof Bátthyany si je manjši dvorec iz 18. stoletja postavil tudi na Petanjcih. Baročna visokopritlična stavba, sezidana iz opeke in podkletena, ima v osrednjem delu razširjen tloris s stopniščem v obliki velike črke T in predstavlja tipičen primer podeželskega pritličnega baročnega dvorca panonske pokrajine. V preteklosti je bil okrog dvorca park, imenovan "pungrad". Na dvorišču bi naj nekdaj bil tudi »slatinski« vrelec. Stavba je nekoliko prenovljena, vendar je še v dobrem stanju. V bližini je kapela sv. Florjana - najstarejša kapela v tišinski župniji.



KASTELIŠČE na PETANJCIH (nekdanji Nadasdyjev dvorec)

Na Petanjcih je bila še ena zgodovinsko pomembna graščina, ki pa se žal ni ohranila. Dvorec je izhajal že iz 13. stoletja, zgradila pa naj bi ga madžarska (ogrska) grofovska družina Nádasdy, ki je to ozemlje odkupila od potomcev rodbine Pethenye. Usoda graščine (Kastela) ni točno znana, najverjetneje je bila opuščena po obglavljenju grofa Nádasdya (zaradi sodelovanja v zrinjsko-frankopanski zaroti proti Avstriji) konec 17. stoletja. Stavba dvorca je bila obdana z vodnim jarkom in je stala na dvignjenem platoju. Kraj, kjer je stal dvorec, se ledinsko imenujejo "Kastelišče", območje je danes pozidano. Arheološke raziskave (1987) so tukaj dokazale obstoj srednjeveške naselbine, zato je območje »Kastelišča« zavarovano kot arheološki spomenik.

Graščina je bila pomembna predvsem koncem 16. stoletja, ko so tukaj v ob[redacted] zatočišče pregnani evangeličanski duhovniki, izobraženci in učitelji. Med njimi se [redacted] leta 1598 skupaj s svojimi kolegi z graške univerze sem zatekel tudi nemški astronom, astrolog in matem[redacted]k Johannes Kepler (1571-1630) pred grožnjo s smrtno kaznijo nadvojvode Ferdinanda II. Keplerjev svetov[redacted] je po njem poimenovana zadnja odkrita zvezda, kraterja na Luni in Marsu ter najmočnejši vesoljski teleskop ameriške Nase. Ker je (zatočišče) Nádasdyjev dvorec stal na drugi strani glavne ceste v bližini Vrta spominov in tovarištva, so leta 2004 njemu v čast postavili spominsko ploščo. Po njem je poimenovana tudi pohodniška pot (Keplerjeva zvezdna pot).

Johannes Kepler



Portrait of Kepler by an unknown artist, 1610

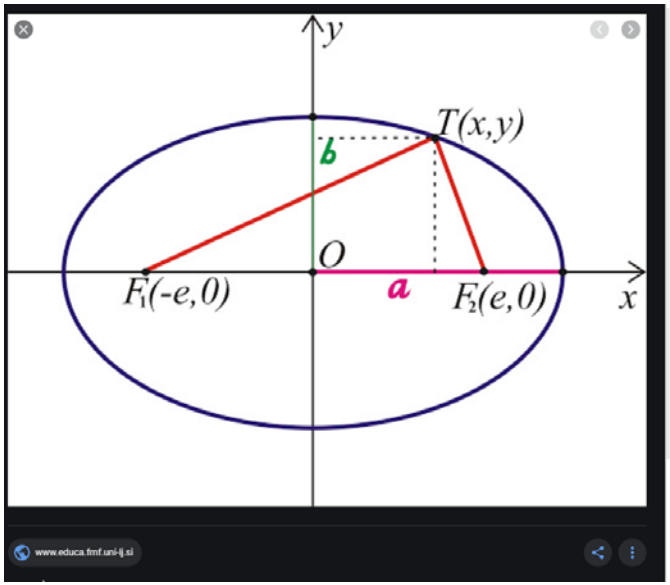
Born	27 December 1571 Free Imperial City of Weil der Stadt, Holy Roman Empire
Died	15 November 1630 (aged 58) Free Imperial City of Regensburg, Holy Roman Empire

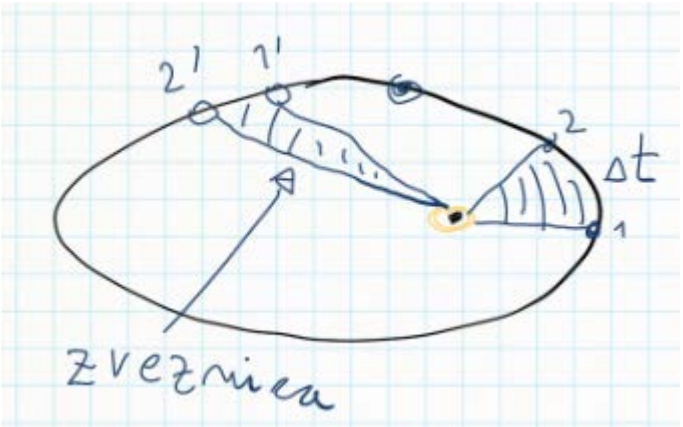
Gravitacija

Keplerjevi zakoni, do njih prišel na podlagi svojih opazovanj gibanj planetov in opazovanj predhodnikov

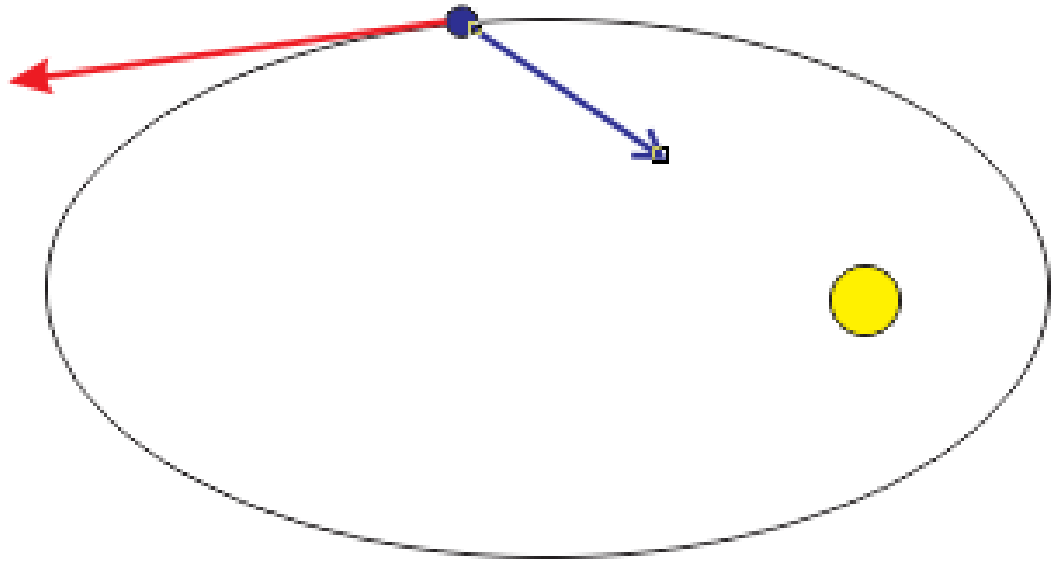
- Planet se giblje po elipsi, Sonce je v enem od gorišč elipse.
- Zveznica med planetom in Soncem opiše v enakih časih enake ploščine.
- Kvocient kuba velike polosi elipse in kvadrata obhodnega časa je za vse planete enak

$$\frac{t_0^2}{r^3} = K$$ Keplerjeva konstanta





Kakšna sila med planetom in Soncem bi povzročila opisano gibanje?



SMER?

Odvisnost od razdalje od Sonca!

Kakšna sila med planetom in Soncem bi povzročila opisano gibanje?

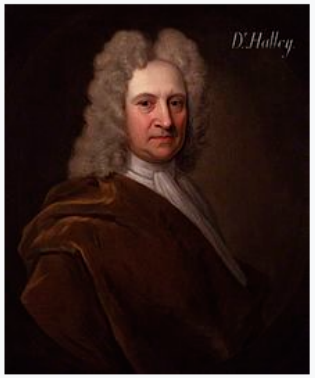
Robert Hooke



c. 1680 portrait conjectured to be Hooke[1]

Born	28 July [O.S. 18 July] 1635 Freshwater, Isle of Wight, England
Died	March 3, 1703 (aged 67) London, England
Nationality	English
Alma mater	Wadham College, Oxford
Known for	Hooke's law Microscopy Coining the term 'cell'

Edmond Halley



Portrait by Richard Phillips, before 1722

Born	8 November [O.S. 29 October] 1656 Haggerston, Middlesex, England
Died	25 January 1742 [O.S. 14 January 1741] (aged 85) Greenwich, Kent, England
Resting place	St. Margaret's, Lee, South London
Nationality	English
Alma mater	The Queen's College, Oxford
Spouse(s)	Mary Tooke (m. 1682)
Children	Edmond Halley (d. 1741) Margaret (d. 1713) Richelle (d. 1748)

Sir

Isaac Newton

PRS



Portrait of Newton at 46 by Godfrey Kneller, 1689

Born	4 January 1643 [O.S. 25 December 1642][a] Woolsthorpe-by-Colsterworth, Lincolnshire, England
Died	31 March 1727 (aged 84) [O.S. 20 March 1726][a] Kensington, Middlesex, Great Britain
Resting place	Westminster Abbey
Nationality	English
Education	Trinity College, Cambridge (M.A., 1668)[3]
Known for	Newtonian mechanics Universal gravitation Calculus Newton's laws of motion Optics

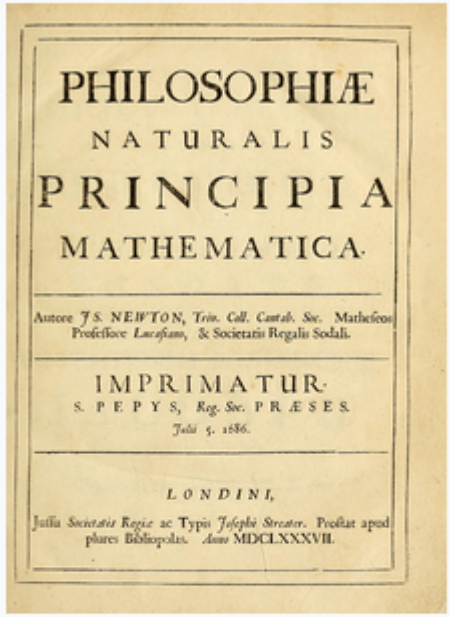
Sir
Isaac Newton
PRS



Portrait of Newton at 46 by Godfrey Kneller, 1689

Born	4 January 1643 [O.S. 25 December 1642][a] Woolsthorpe-by-Colsterworth, Lincolnshire, England
Died	31 March 1727 (aged 84) [O.S. 20 March 1726][a] Kensington, Middlesex, Great Britain
Resting place	Westminster Abbey
Nationality	English
Education	Trinity College, Cambridge (M.A., 1668)[3]
Known for	Newtonian mechanics Universal gravitation Calculus Newton's laws of motion Optics

Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *JS. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

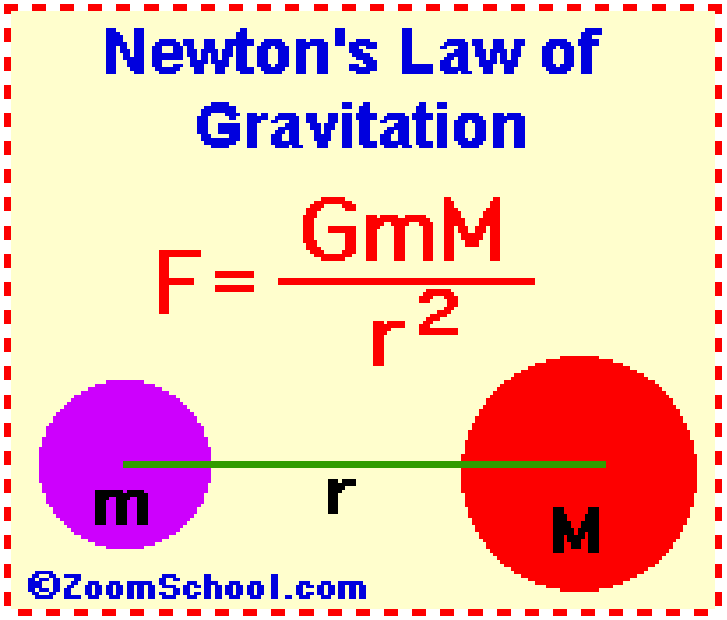
IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

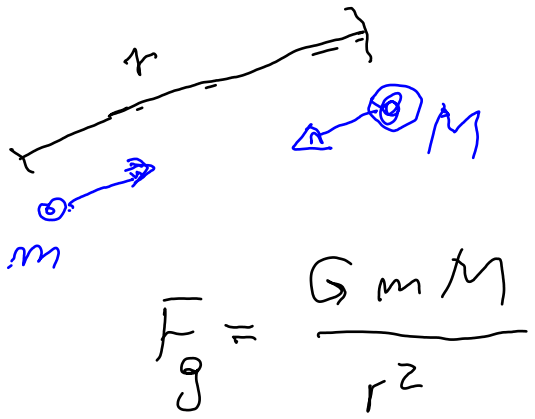
LONDINI,
Justu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

Title page of *Principia*, first edition (1687)

Author	Sir Isaac Newton
Original title	*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*
Language	New Latin
Publication date	1687 (1st ed.)
Published in English	1728
LC Class	QA803 .A53

Newtonov gravitacijski zakon





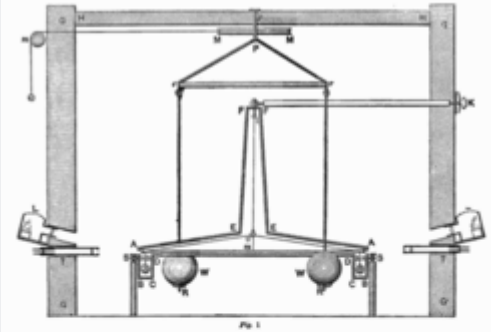
G = gravitacijska konstanta= ???

Henry Cavendish

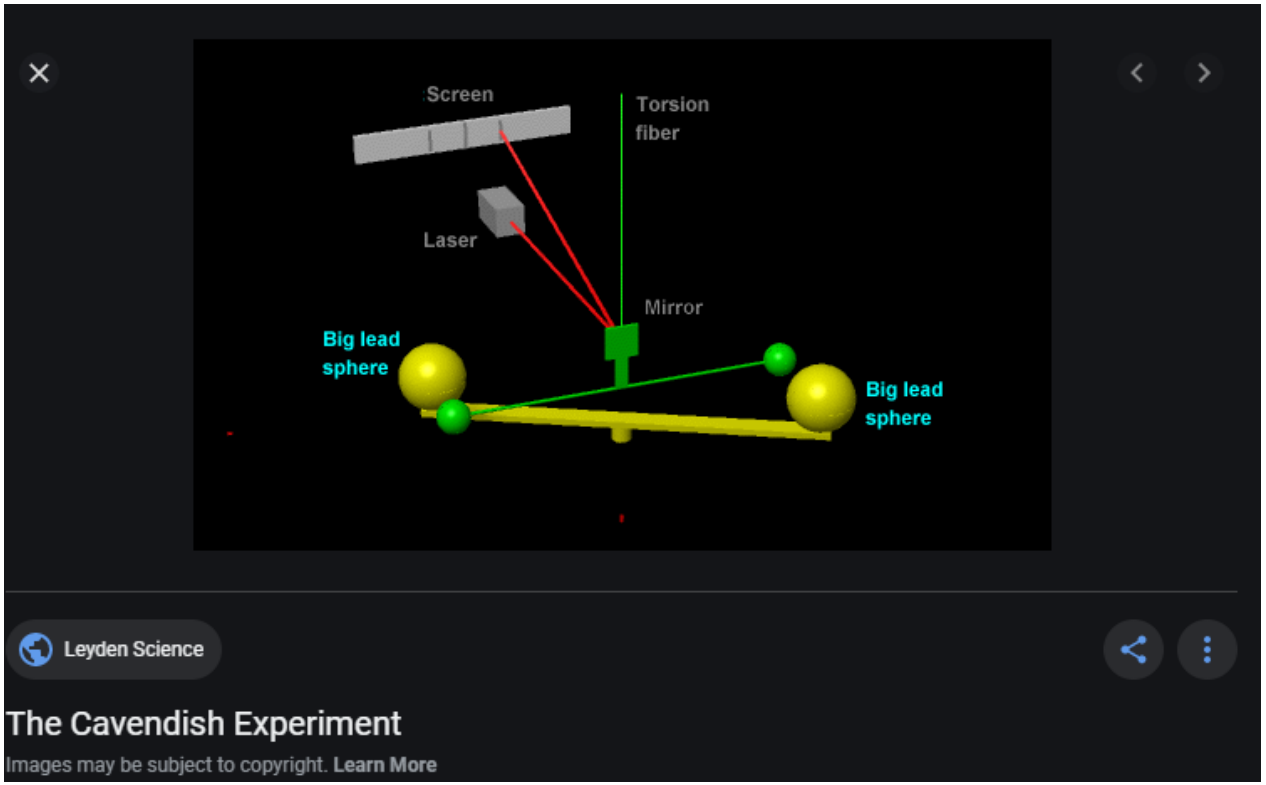


Henry Cavendish

Born	10 October 1731 Nice, Kingdom of Sardinia
Died	24 February 1810 (aged 78) London, England, United Kingdom of Great Britain and Ireland
Nationality	English
Citizenship	British

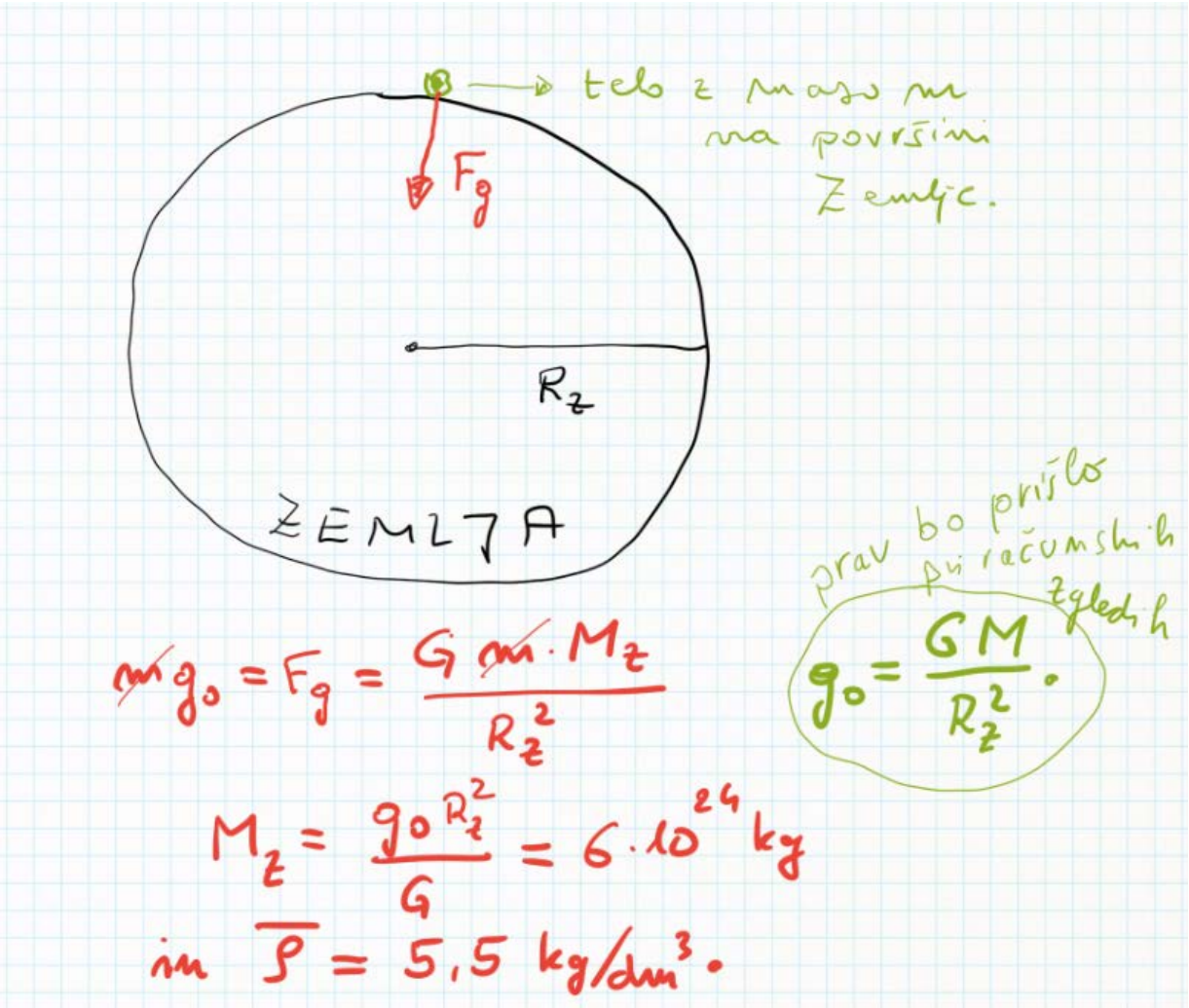


Vertical section drawing of Cavendish's torsion balance instrument including the building in which it was housed. The large balls were hung from a frame so they could be rotated into position next to the small balls by a pulley from outside. Figure 1 of Cavendish's paper.



Rezultat meritev: $G =$ $6.67 \cdot 10^{-11}$ N m^2/kg^2

Pravijo, da je Cavendish **stehtal** Zemljo. Zakaj?



Sestava Zemlje:
Skorja 10-60 km
Plašč do 3000 km
Jedro

Kako je Newton prepričal sodobnike o pravilnosti gravitacijskega zakona brez meritve v laboratoriju?

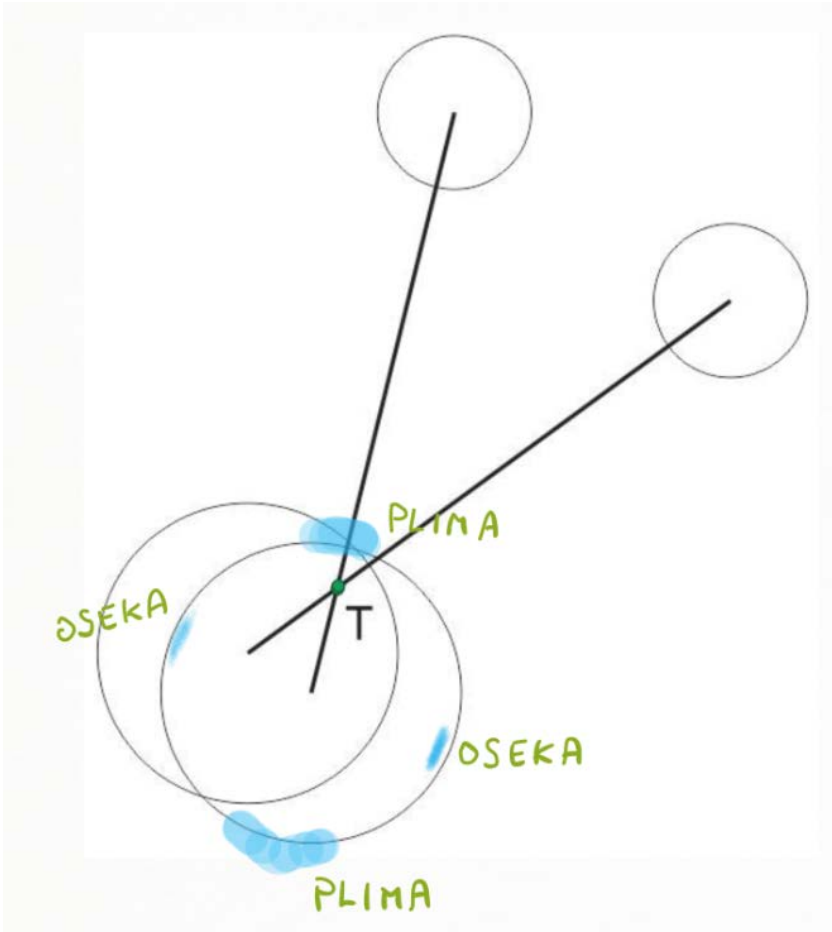
- Pojasni vse tri Keplerjeve zakone (te je dobil iz meritev).
- Iz grav. zakona lahko napovemo tire kometov (Halley, še v času Newtona).
- Napovedali so lego novih planetov (Neptun, Pluton), ker se gibanje Urana ni ujemalo z računi po Newtonovem gravitacijskem zakonu.

Plima- oseka

Plima se na izbranem kraju na Zemlji pojavi približno vsakih:

A) 6 ur
B) 12 ur
C) 24 ur.

Plima- oseka

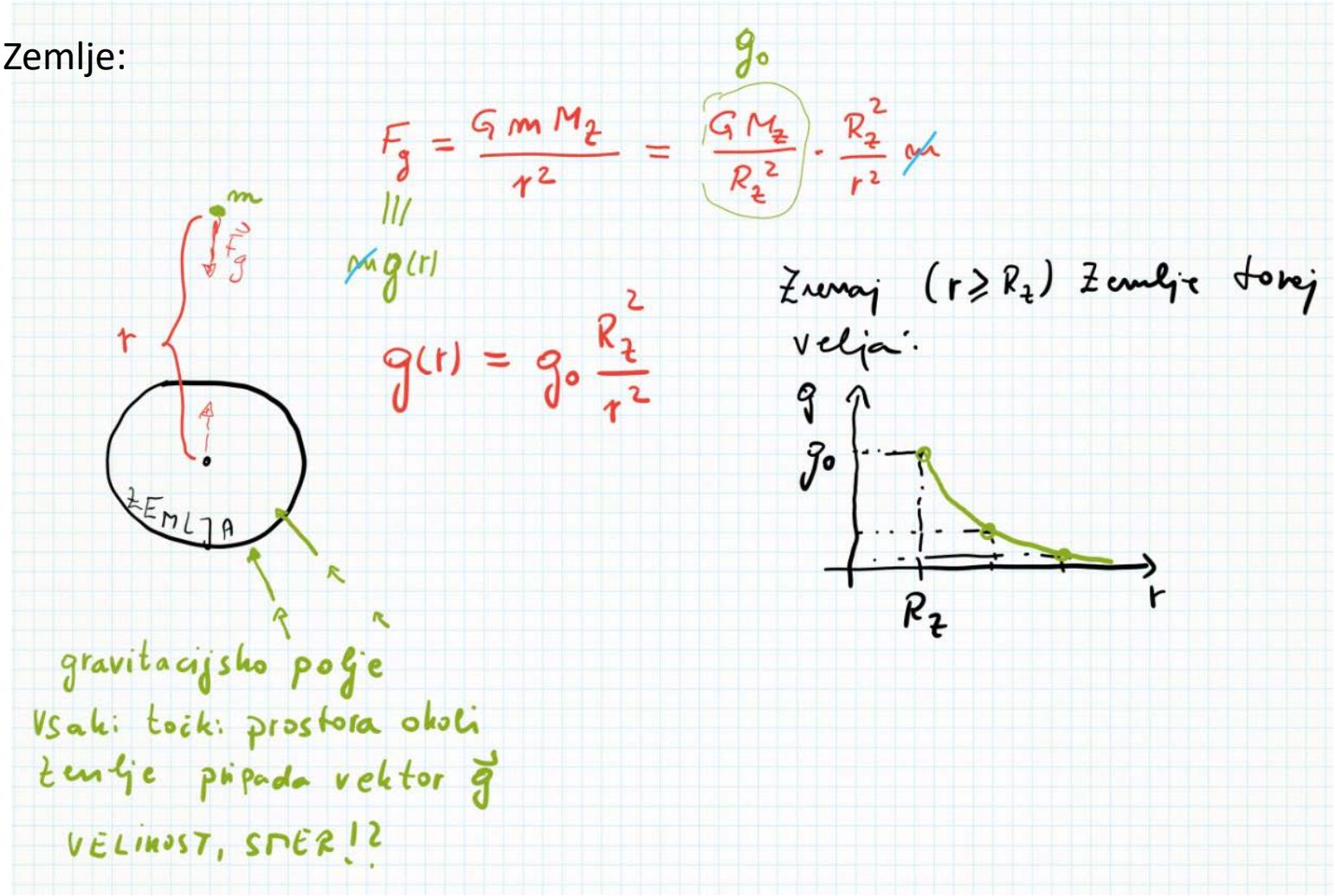


Poglejmo: http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/plima.htm

Gibanje planetov oz. satelitov

Za krajše pisanje enačb (namesto GM/Rz^2) zapišimo raje $g(r)$.

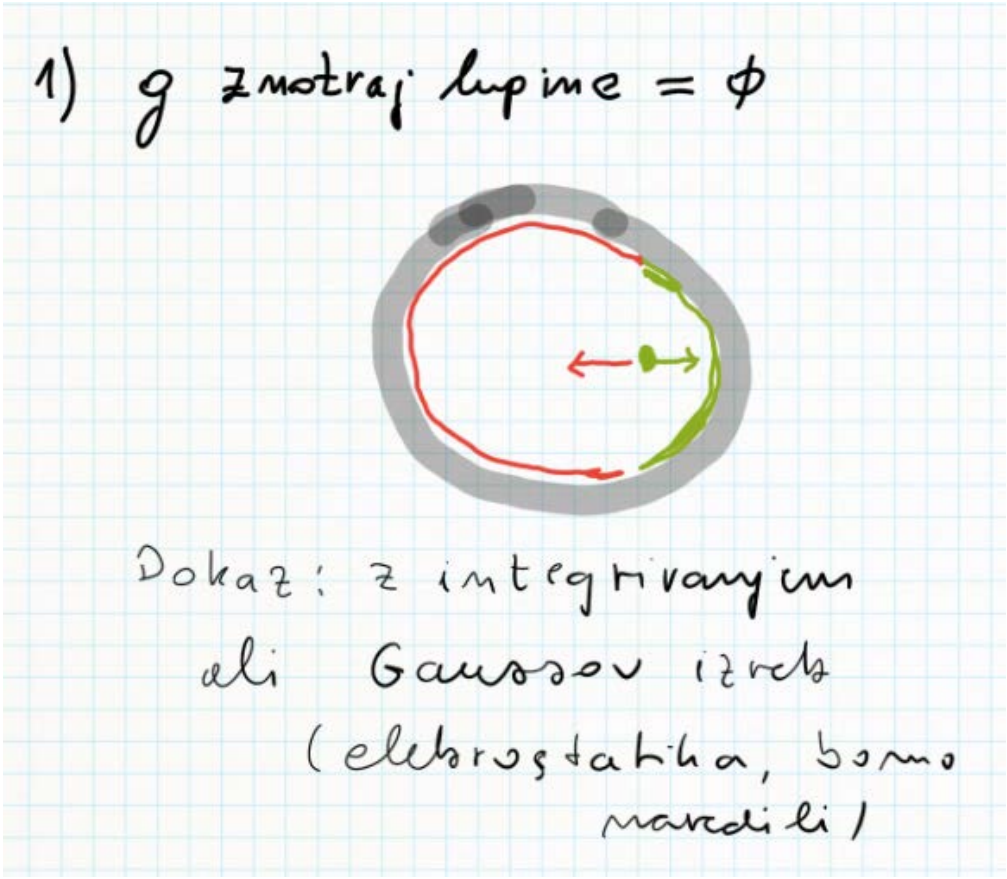
a) Zunaj Zemlje:



Gibanje planetov oz. satelitov

Za krajše pisanje enačb (namesto GM/Rz^2) zapišimo raje $g(r)$.

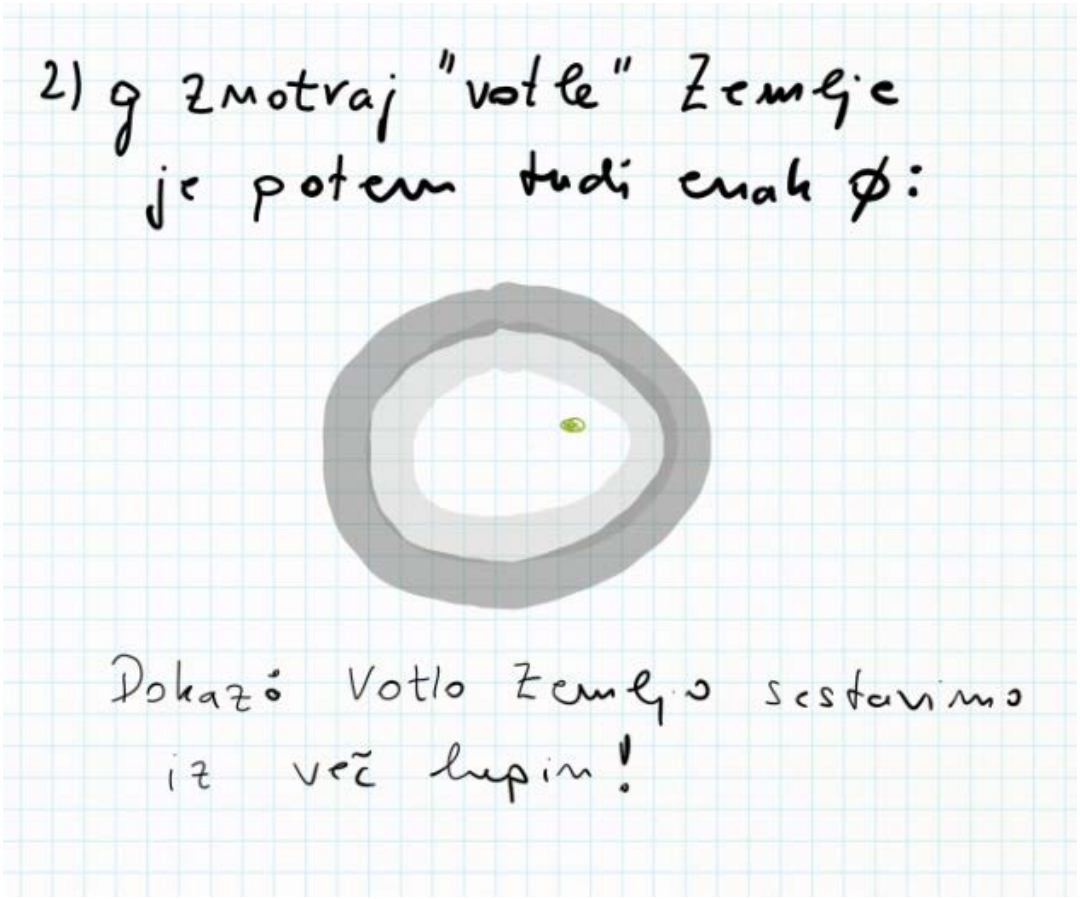
b) Znotraj Zemlje (če bi bila Zemlja homogena)



Gibanje planetov oz. satelitov

Za krajše pisanje enačb (namesto GM/Rz^2) zapišimo raje $g(r)$.

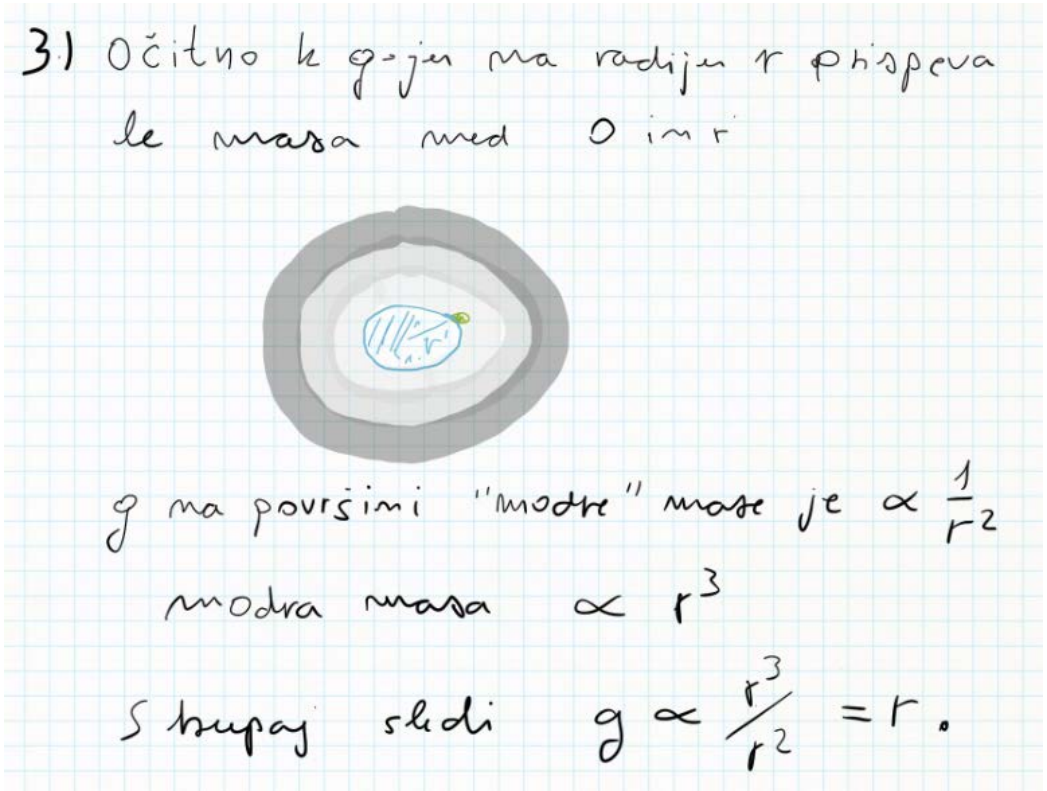
b) Znotraj Zemlje (če bi bila Zemlja homogena)



Gibanje planetov oz. satelitov

Za krajše pisanje enačb (namesto GM/Rz^2) zapišimo raje $g(r)$.

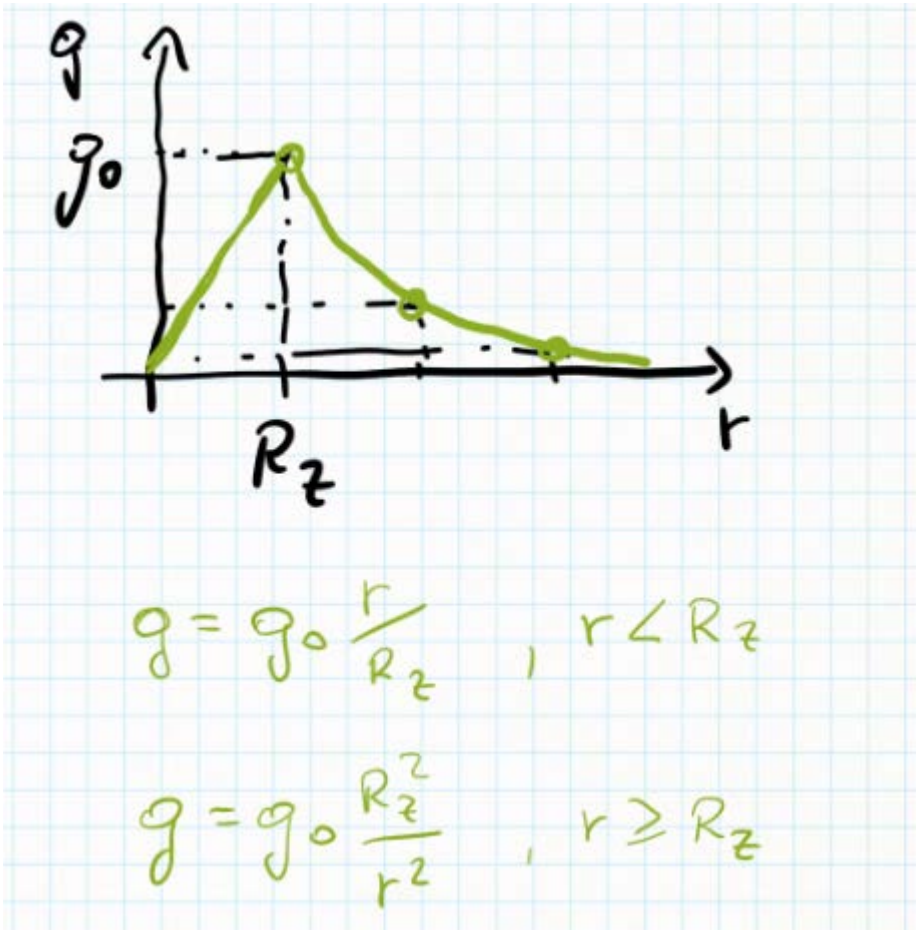
b) Znotraj Zemlje (če bi bila Zemlja homogena)



Gibanje planetov oz. satelitov

Za krajše pisanje enačb (namesto GM/Rz^2) zapišimo raje $g(r)$.

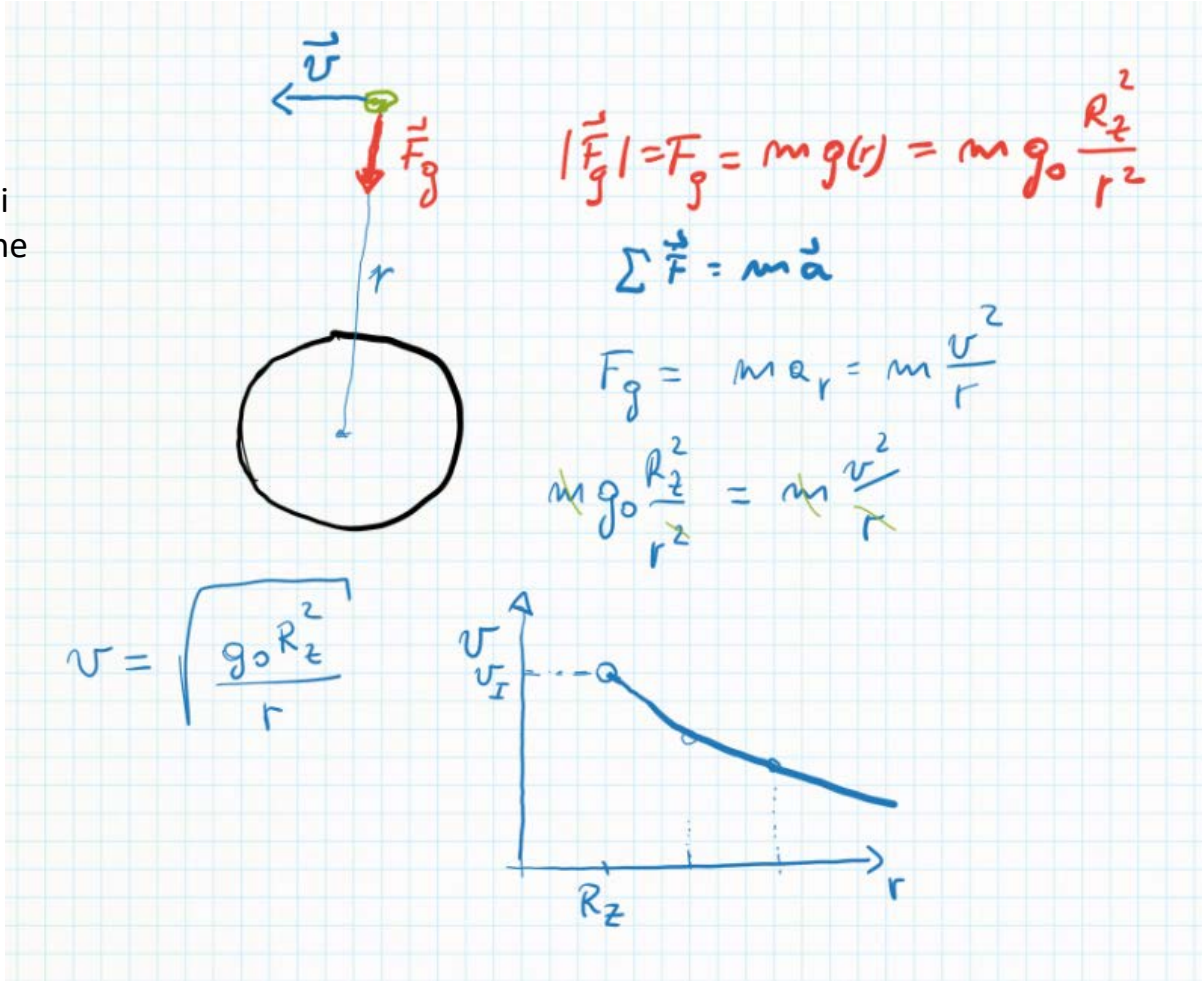
Skupaj:



Gibanje planetov oz. satelitov

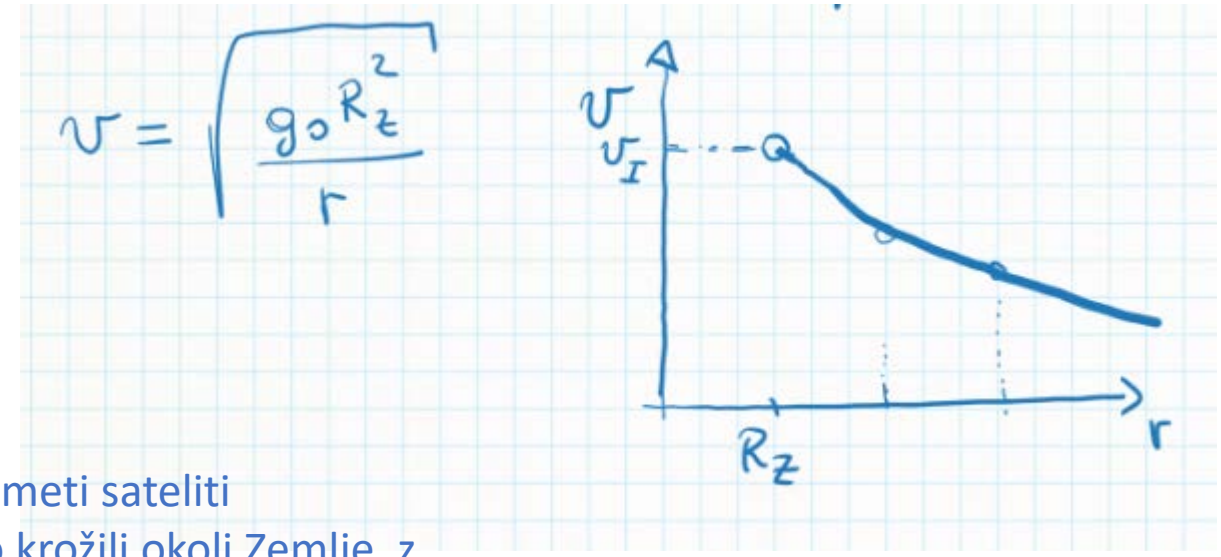
Hitrost in obhodni čas satelita, ki **kroži po krožnici** okoli Zemlje na razdalji *r* od središča Zemlje

Izračunajmo najprej „pravo“ hitrost, ki jo mora imeti na razdalji *r* oz. višini od površine zemlje $H = r\text{-}R_Z$.



Gibanje planetov oz. satelitov

Hitrost in obhodni čas satelita, ki **kroži po krožnici** okoli Zemlje na razdalji *r* od središča Zemlje

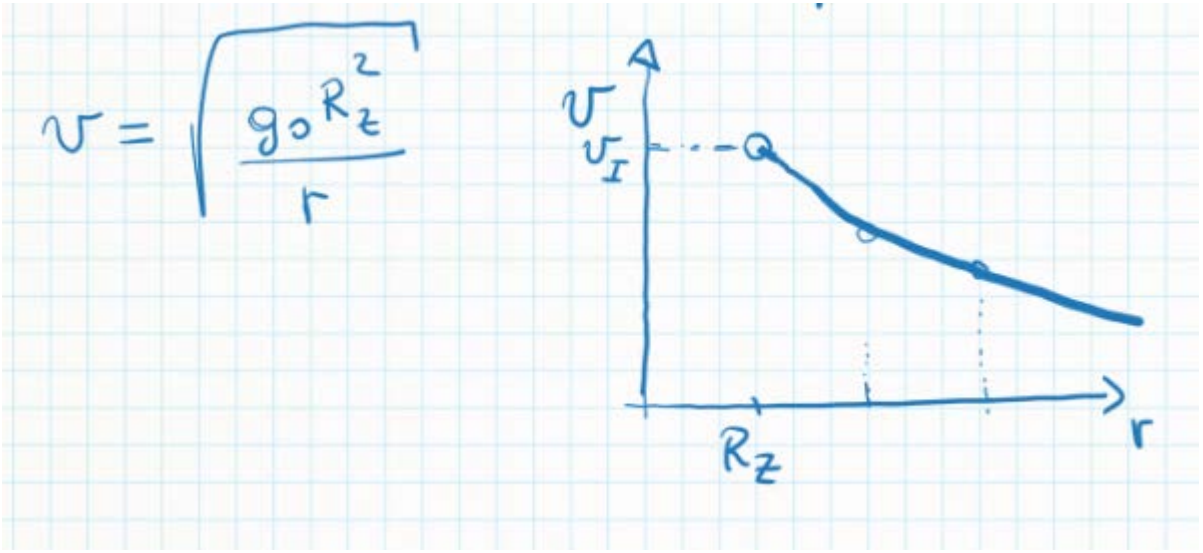


Hitrost, ki jo morajo imeti sateliti (tudi Luna!), da bodo krožili okoli Zemlje, z razdaljo od Zemlje

A) narašča
B) pada

Gibanje planetov oz. satelitov

Hitrost in obhodni čas satelita, ki **kroži po krožnici** okoli Zemlje na razdalji *r* od središča Zemlje



Vidimo, da je največja hitrost pri $r = R_Z$ in znaša:

$$v_I = \sqrt{g_0 R_Z} = \sqrt{9{,}8\,\mathrm{m/s} \cdot 6370 \cdot 10^3\,\mathrm{m}} = 7{,}9\,\mathrm{km/s}.$$

Tej hitrosti pravimo **prva kozmična hitrost**.

Gibanje planetov oz. satelitov

Hitrost in obhodni čas satelita, ki **kroži po krožnici** okoli Zemlje na razdalji *r* od središča Zemlje

Izračunajmo še obhodni čas t_0.

Ker že imamo izraz za hitrost, je najhitreje:

$$t_0 = \frac{2\,\pi\,r}{v} = \frac{2\,\pi\,r}{\sqrt{\frac{g_0\,R_Z^2}{r}}}.$$

Kvadrirajmo obe strani, delimo z r in dobimo:

$\frac{t_0^2}{r^3} = \frac{4\,\pi^2}{g_0\,R_Z^2}$. V izrazu prepoznamo ....

Mimogrede: druga pot je od začetka:

$F_g = m\,a_r = m\,\omega^2\,r$ itd.

Gibanje planetov oz. satelitov

Hitrost in obhodni čas satelita, ki **kroži po krožnici** okoli Zemlje na razdalji *r* od središča Zemlje

Izračunajmo še obhodni čas t_0.

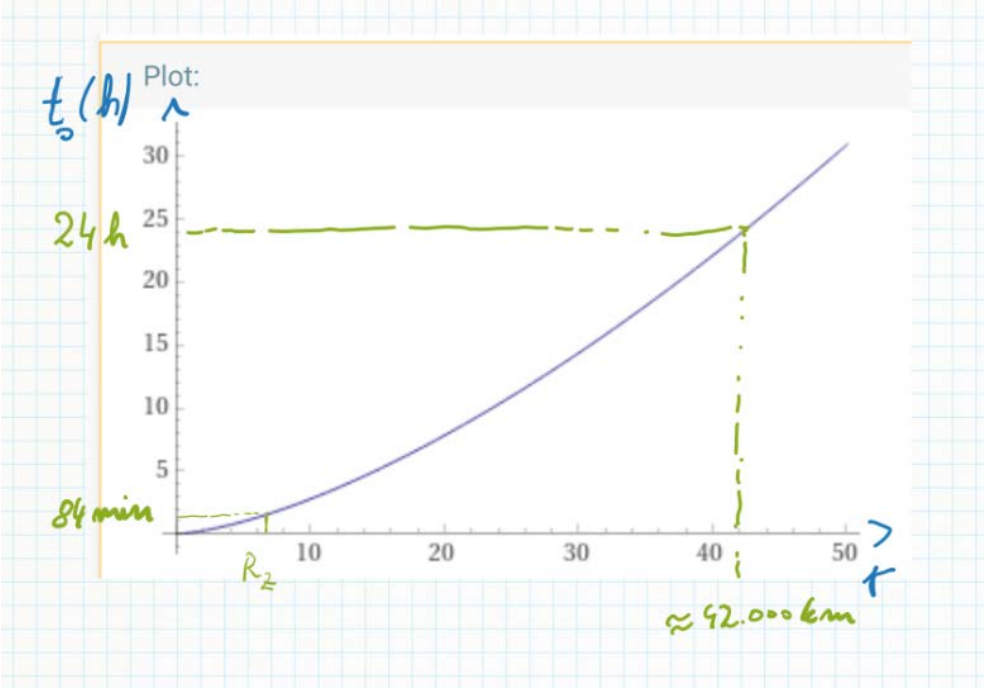
Ker že imamo izraz za hitrost, je najhitreje:

$$t_0 = \frac{2\,\pi\,r}{v} = \frac{2\,\pi\,r}{\sqrt{\frac{g_0\,R_Z^2}{r}}}.$$

Kvadrirajmo obe strani, delimo z r in dobimo:

$\frac{t_0^2}{r^3} = \frac{4\,\pi^2}{g_0\,R_Z^2}$. V izrazu prepoznamo ....

3. Keplerjev zakon.



Krožno tirnico nad ekvatorjem, za katero velja obhodni čas 24 h, imenujemo ….

Gibanje planetov oz. satelitov

Hitrost in obhodni čas satelita, ki **kroži po krožnici** okoli Zemlje na razdalji *r* od središča Zemlje

Izračunajmo še obhodni čas t_0.

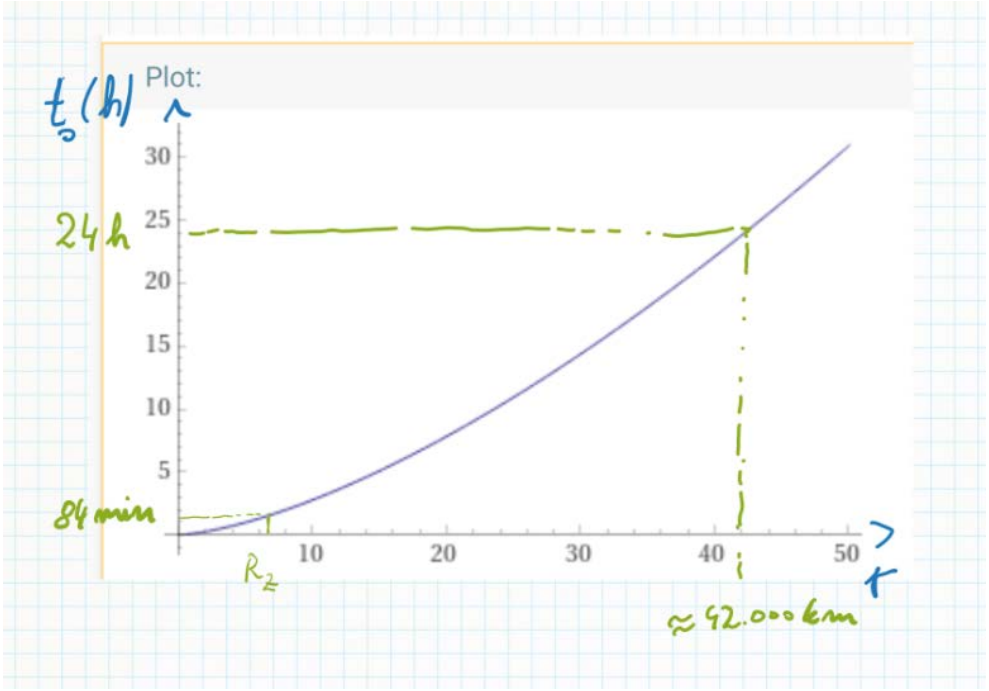
Ker že imamo izraz za hitrost, je najhitreje:

$$t_0 = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{g_0 R_Z^2}{r}}}.$$

Kvadrirajmo obe strani, delimo z r in dobimo:

$\frac{t_0^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_0 R_Z^2}$. V izrazu prepoznamo ....

3. Keplerjev zakon.



Krožno tirnico nad ekvatorjem, za katero velja obhodni čas 24 h, imenujemo **geostacionarna tirnica** ali orbita. *Zakaj je uporabna*?

Gibanje planetov oz. satelitov

Hitrost in obhodni čas satelita, ki **kroži po krožnici** okoli Zemlje na razdalji *r* od središča Zemlje

Izračunajmo še obhodni čas t_0.

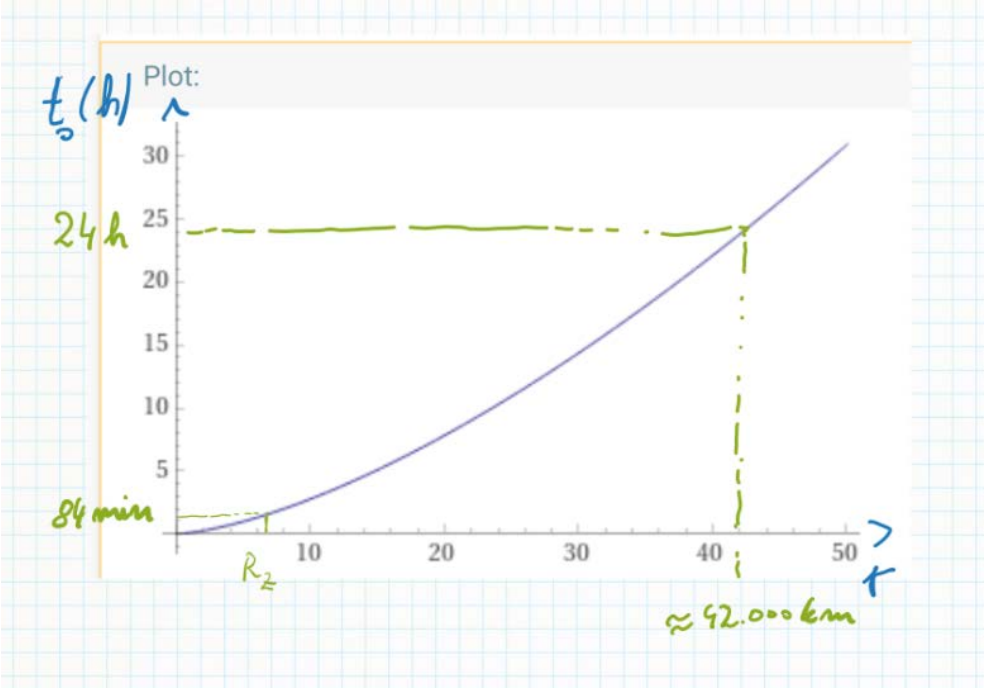
Ker že imamo izraz za hitrost, je najhitreje:

$$t_0 = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{g_0 R_Z^2}{r}}}.$$

Kvadrirajmo obe strani, delimo z r in dobimo:

$\frac{t_0^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_0 R_Z^2}$. V izrazu prepoznamo ....

3. Keplerjev zakon.



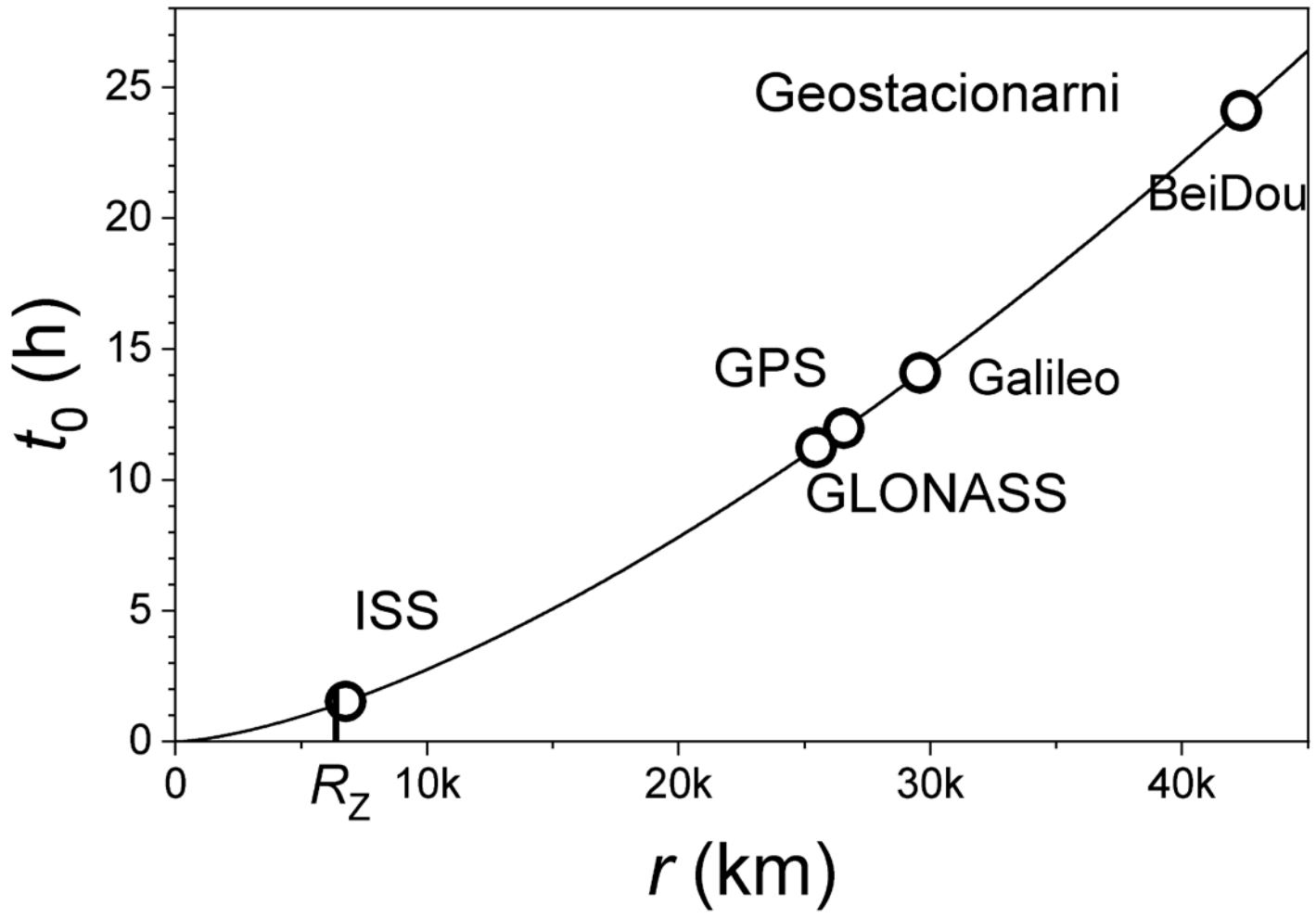
Krožno tirnico nad ekvatorjem, za katero velja obhodni čas 24 h, imenujemo **geostacionarna tirnica** ali orbita. *Zakaj je uporabna*?

Gibanje planetov oz. satelitov

Hitrost in obhodni čas satelita, ki **kroži po krožnici** okoli Zemlje na razdalji *r* od središča Zemlje

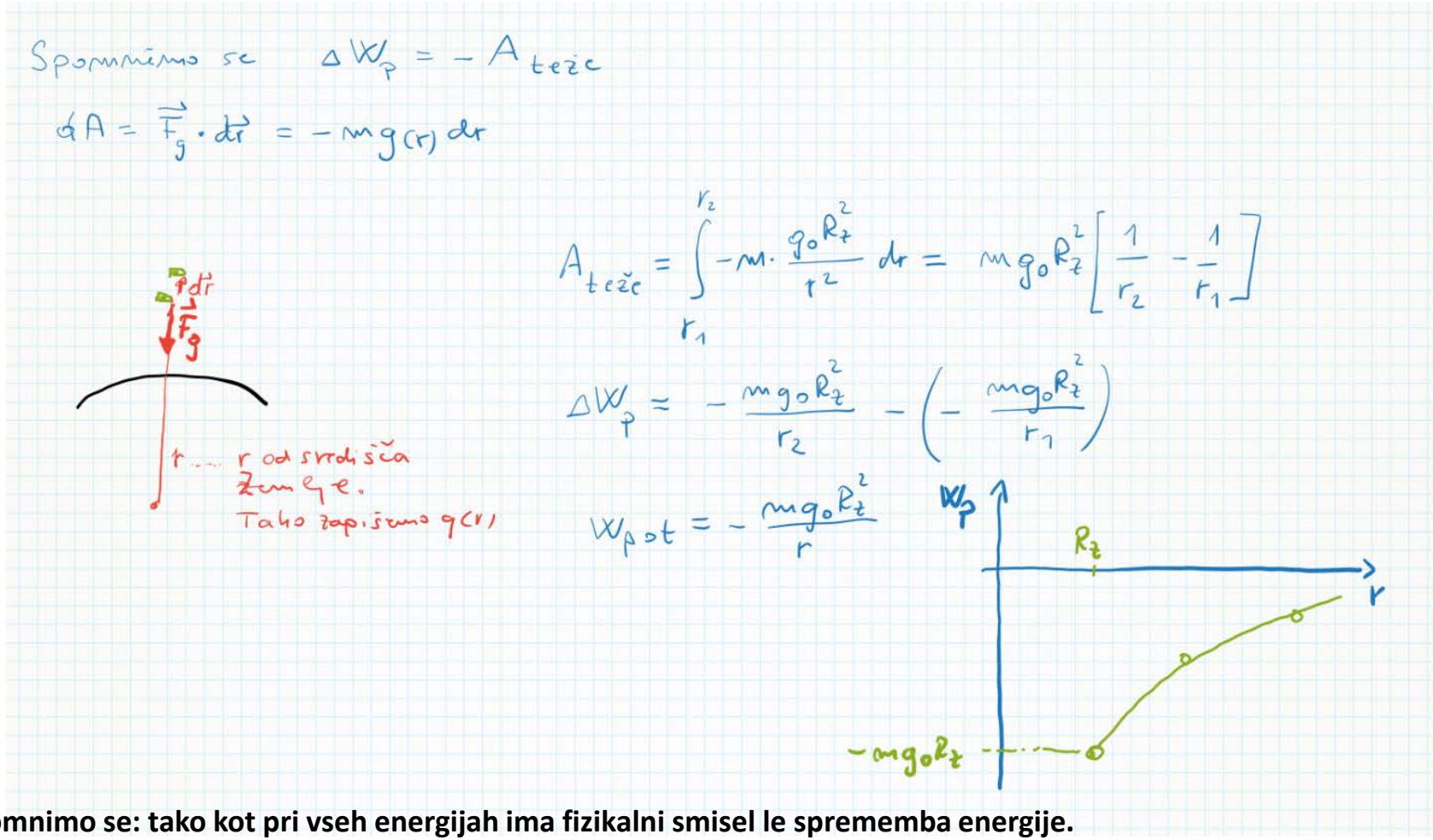
Poglejmo:
https://sl.wikipedia.org/wiki/Geostacionarna_orbita

Gibanje planetov oz. satelitov



Poglejmo (Galileo): https://en.wikipedia.org/wiki/Galileo_(satellite_navigation)#/media/File:Galileo_sat_constallation.gif

Gravitacijska potencialna energija – upoštevamo, da se težni pospešek oz. sila teže z višino spreminja.



Spomnimo se: tako kot pri vseh energijah ima fizikalni smisel le sprememba energije.
Izhodišče merjenja energije smemo poljubno prestaviti!

Gravitacijska potencialna energija – upoštevamo, da se težni pospešek oz. sila teže z višino spreminja.

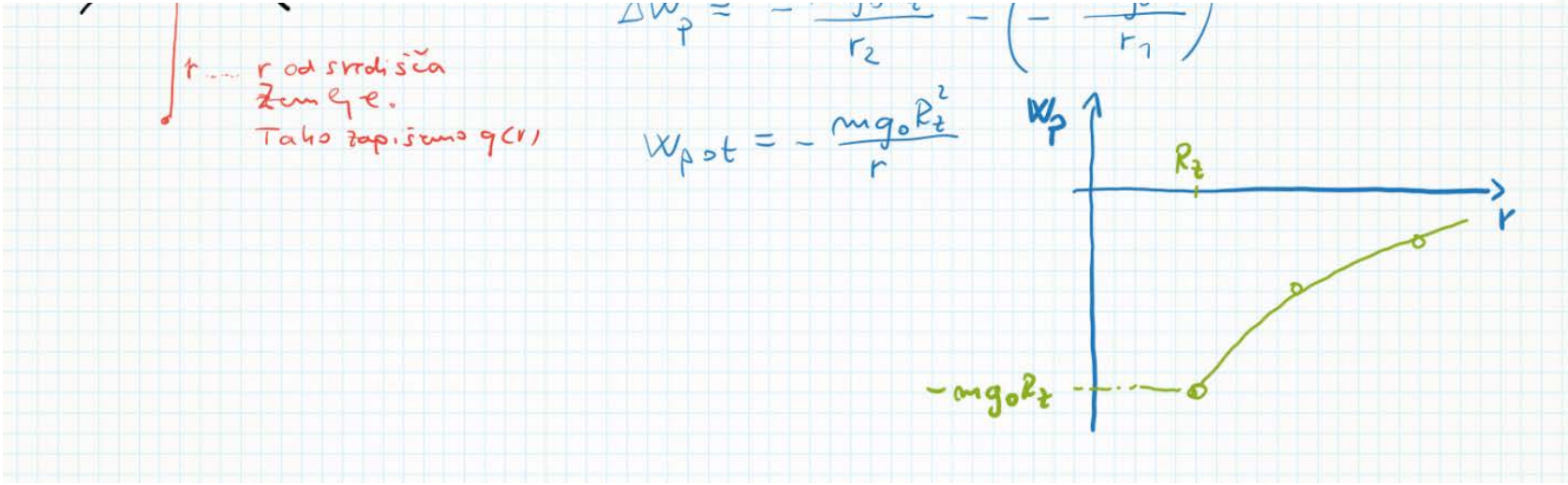
Domača (seminarska) naloga:

V izraz za W_p vstavimo $r = R_Z + h$, kjer h merimo od površine Zemlje.
Upoštevajmo, da velja $(1+x)^{-1} \approx 1 - x$ (nasvet: preverite s kalkulatorjem za nekaj vrednosti), premaknite izhodišče merjenja potencialne energije in pokažite, da za $h << R_Z$ (to upoštevate pri prej zapisani poenostavitvi) dobimo poznani izraz

$W_p = m\, g_0\, h.$

Za koliko smo morali prestaviti izhodišče merjenja potencialne energije, da smo iz

$W_p = -\frac{m\, g_0\, R_Z^2}{r}$ dobili $W_p = m\, g_0\, h$?

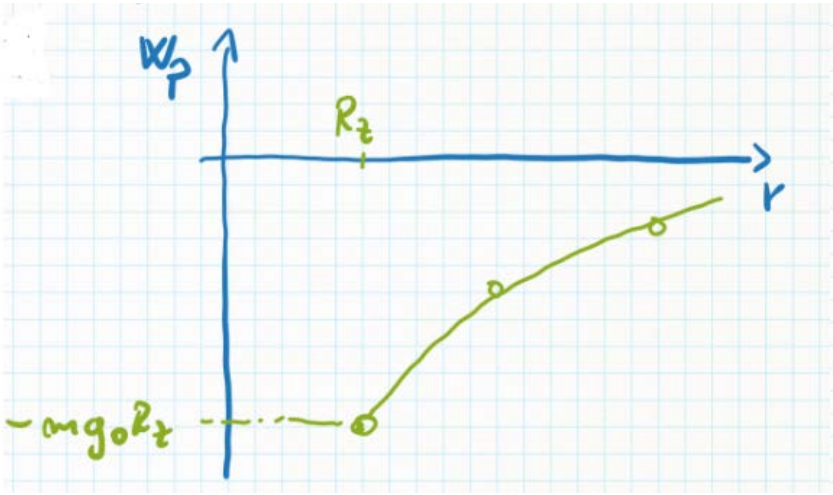


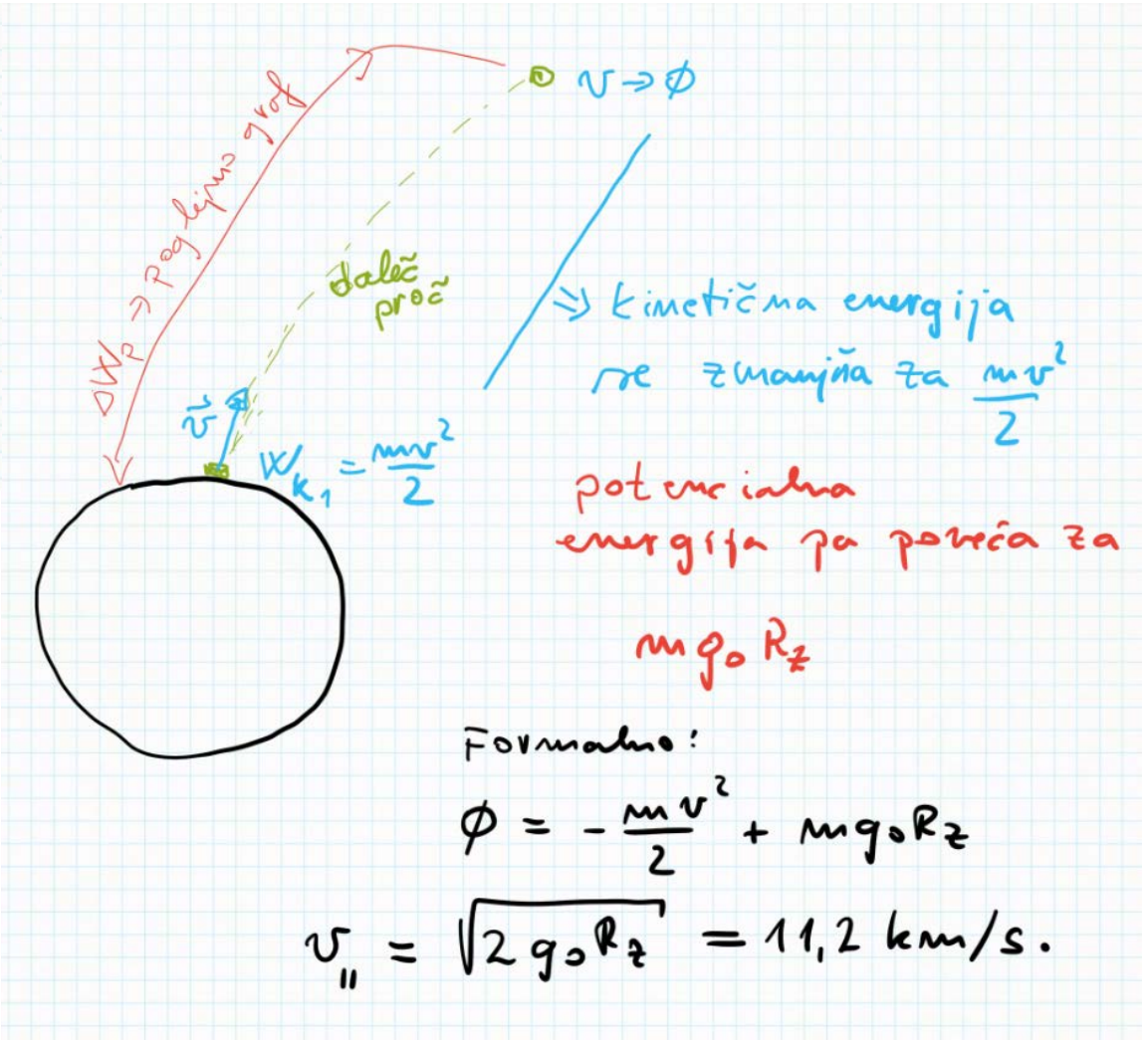
Gravitacijska potencialna energija – upoštevamo, da se težni pospešek oz. sila teže z višino spreminja.

Druga kozmična hitrost ali *ubežna* hitrost:

Definicija na wikipediji: https://sl.wikipedia.org/wiki/Ube%C5%BEna_hitrost

Gravitacijska potencialna energija – upoštevamo, da se težni pospešek oz. sila teže z višino spreminja.





Gravitacijska potencialna energija – upoštevamo, da se težni pospešek oz. sila teže z višino spreminja.

Zakaj v atmosferi skoraj ni vodika?

It appears that the average H atom cannot **escape**, even at 4 million K. However, remember that this is an average **velocity**, and that 1 out of every 200 atoms will be moving twice as fast. So, 0.5% of the atoms will have **velocities** in excess of 630 km/sec, which is above the Sun's **escape velocity**.

www.vanderbilt.edu › astrocourses › AST101 › readings

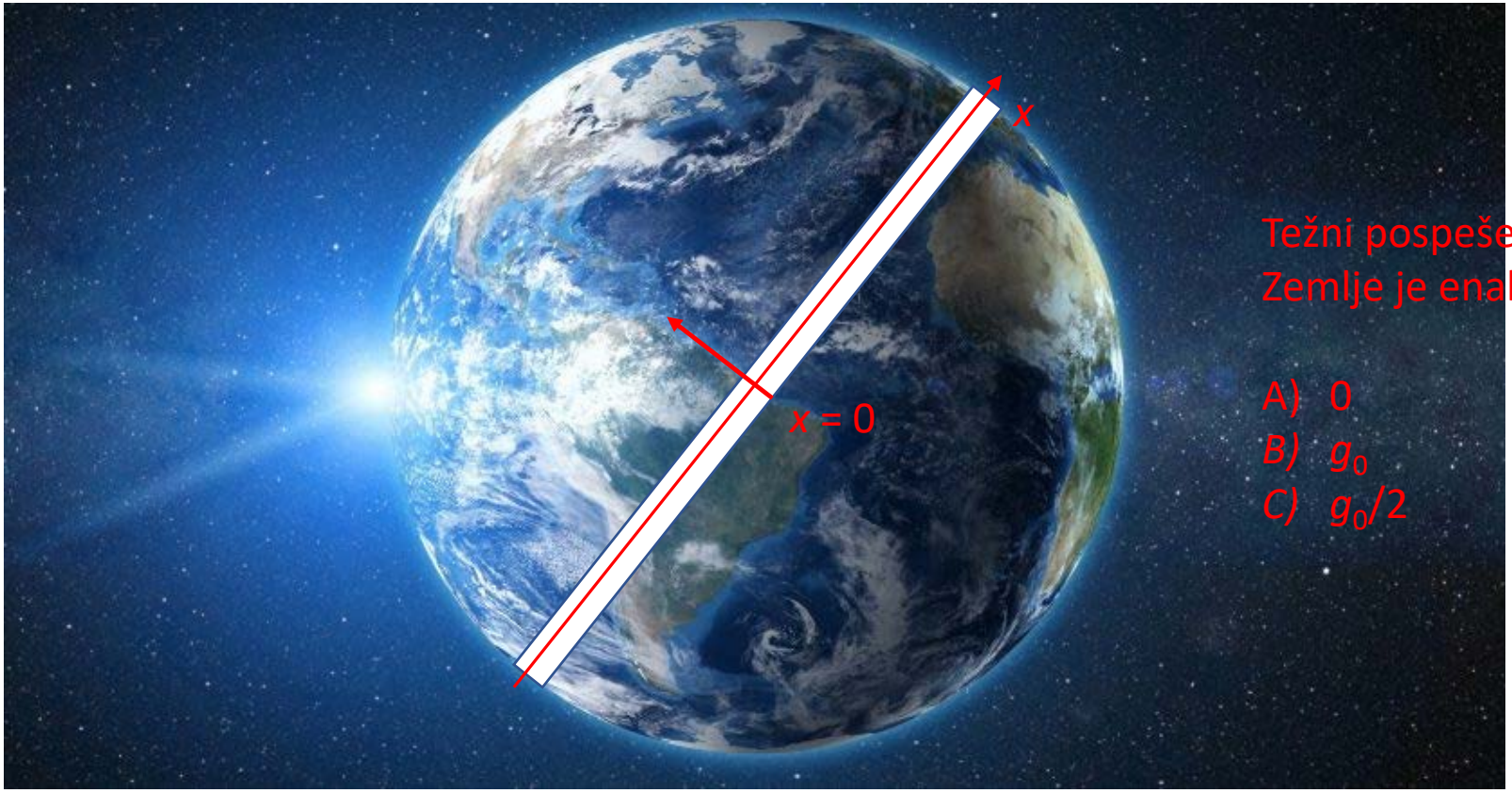
Escape Velocity - Vanderbilt University

Kako majhna bi morala biti Zemlja, da bi bila črna luknja? $v \rightarrow c$

Nihanje

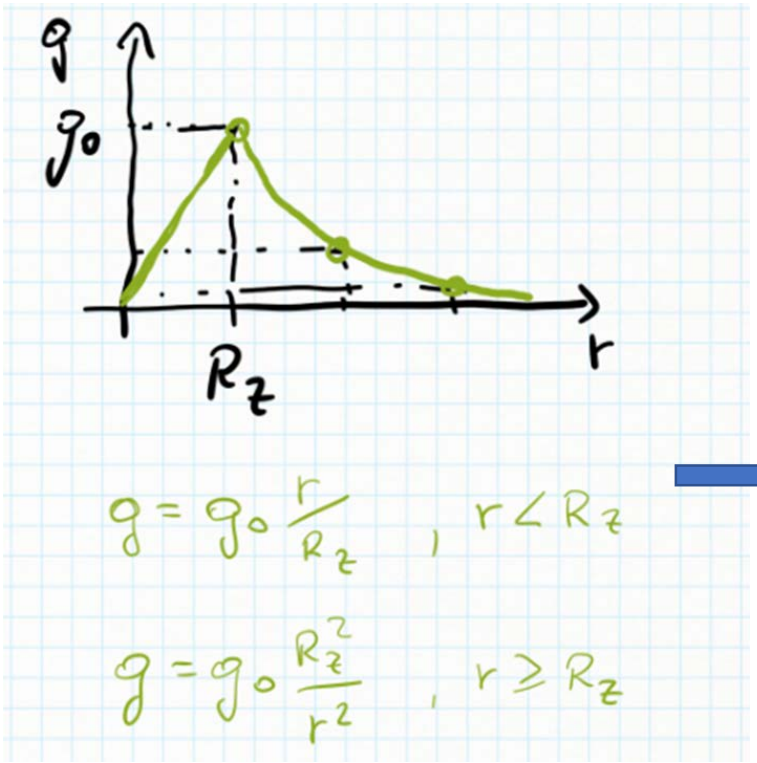
Zgradimo tunel skozi Zemljo – naj gre skozi središče – in izračunamo kaj se zgodi (hitrost, pospešek), ko skočimo v tak tunel. Sile upora zanemarimo, upoštevajmo le gravitacijo.

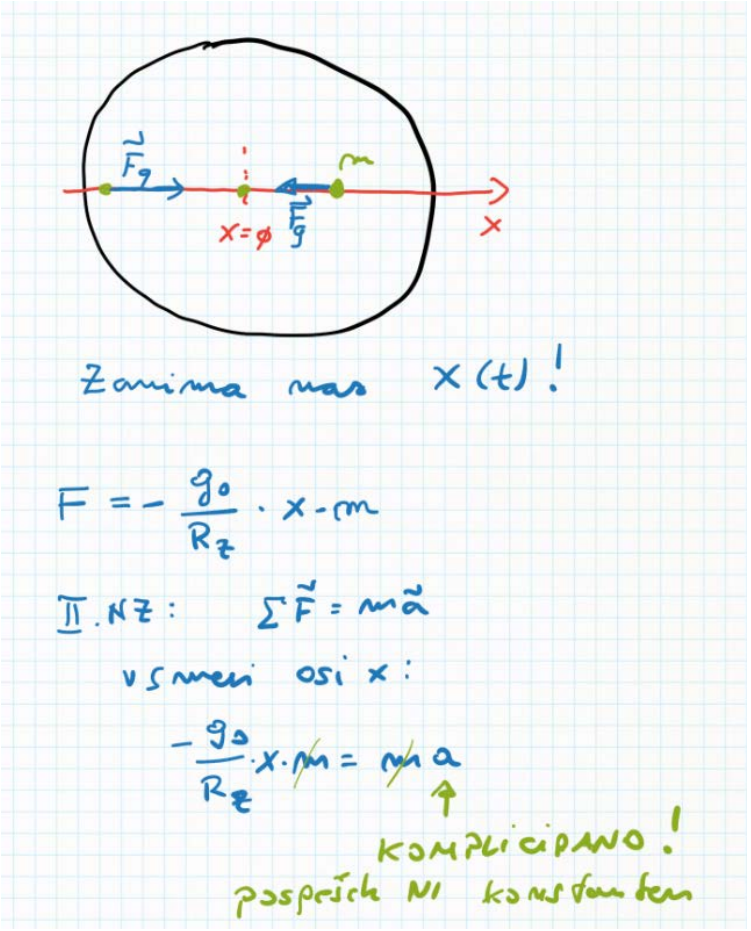
https://www.bbc.com/future/article/20190503-the-deepest-hole-we-have-ever-dug#:~:text=This%20is%20the%20Kola%20Superdeep,of%20souls%20tortured%20in%20hell. (12 km)



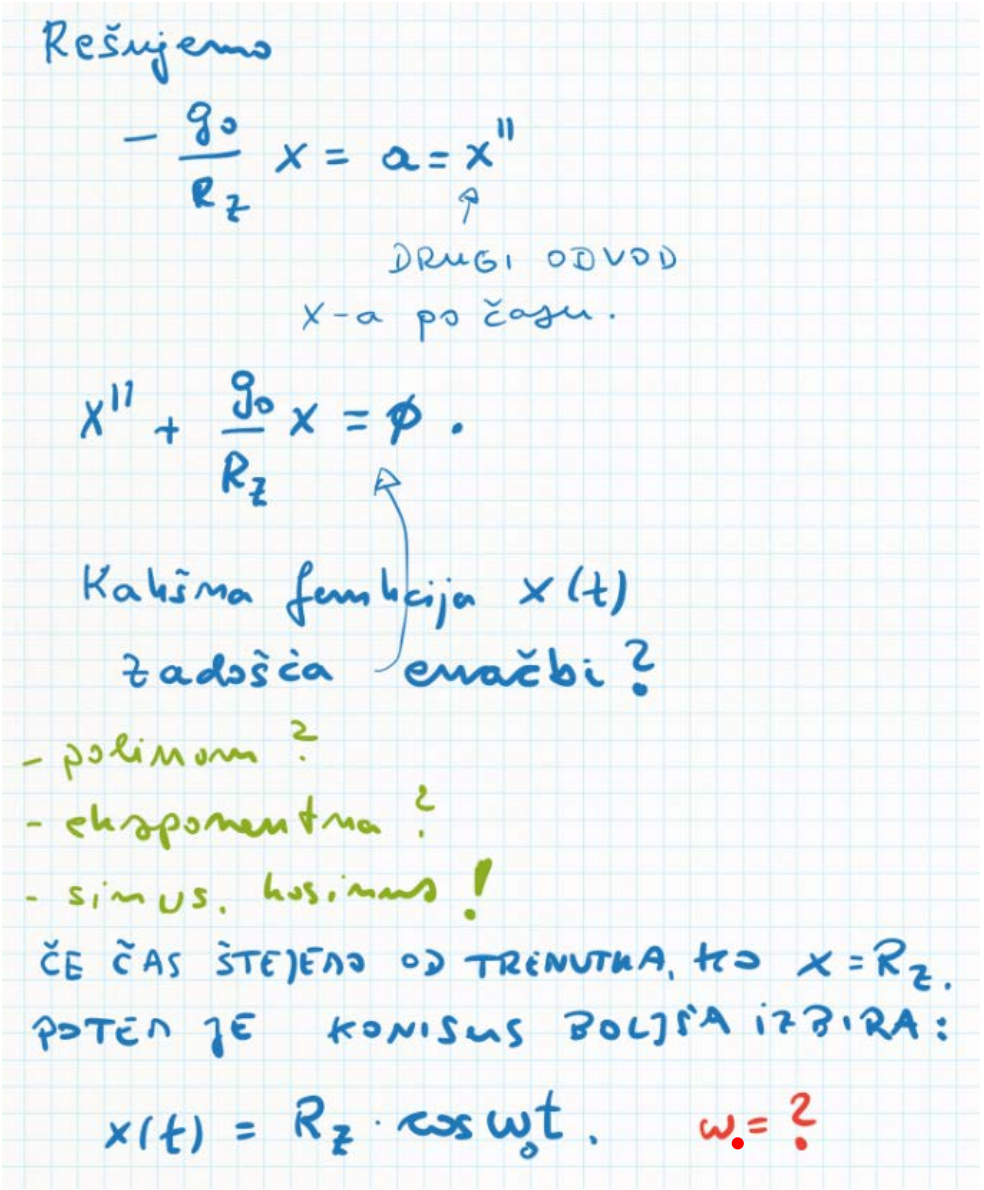
Nihanje

Zgradimo tunel skozi Zemljo – naj gre skozi središče – in izračunamo kaj se zgodi (hitrost, pospešek), če skočimo v tak tunel. Sile upora zanemarimo, upoštevajmo le gravitacijo.





Nihanje – tunel skozi Zemljo



Nihanje – tunel skozi Zemljo

Izračunamo

$x = R_z \cos \omega_0 t$

$x' = v(t) = -R_z \cdot \omega_0 \sin \omega_0 t$

$x'' = a(t) = -R_z \omega_0^2 \cos \omega_0 t$

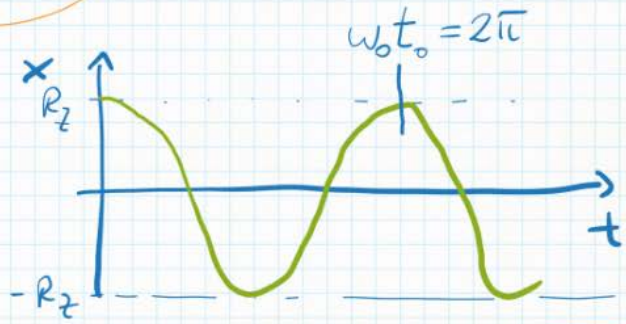
$$x'' + \frac{g_0}{R_z} x = 0$$

$$-R_z \omega_0^2 \cos \omega_0 t + \frac{g}{R_z} R_z \cos \omega_0 t = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{g_0}{R_z}$$

KROŽNA FREKVENCA

manjšemo:



Prepoznamo nihajni čas: $t_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{\frac{R_z}{g_0}} \approx 84$ min

in frekvenco nihanja $\nu = \frac{1}{t_0}$

Nihanje – tunel skozi Zemljo

Pojmi, ki si jih zapomnimo:

- krožna frekvenca ω_0
- frekvenca ν_0, $\omega_0 = 2\pi\nu_0$
- nihajni čas

in rešitev enačbe: $x'' + \omega_0^2 x = 0$

je harmonično nihanje

$x_0 \sin \omega_0 t$

ali

$x_0 \cos \omega_0 t$

↑

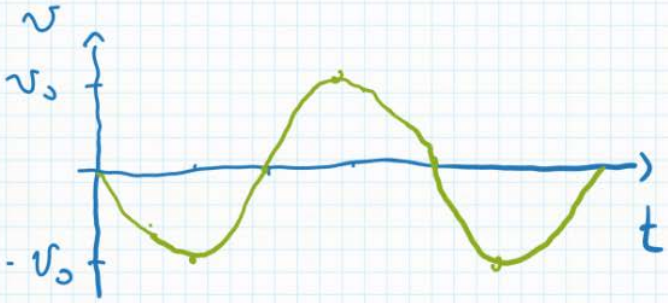
amplituda nihanja.

Nihanje – tunel skozi Zemljo

Kako je s hitrostjo $v(t)$?

$$v(t) = x' = (R_z \cos \omega_0 t)' = -R_z \omega_0 \sin \omega_0 t$$

v_0 ... ali v_{max} ... amplituda nihanja hitrosti



Upoštevajmo:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g_0}{R_z}}$$

in dobimo

$$v_0 = R_z \sqrt{\frac{g_0}{R_z}} =$$

$$= \sqrt{R_z g_0} = v_I = 7{,}9\ km/s$$

Nihanje – tunel skozi Zemljo

Preden izračunamo pospešek $a(t)$, premislimo!

Največji pospešek telesa pri padanju skozi tunel bo:

A) g_0 (okoli 10 m/s^2)
B) $g_0/2$
C) veliko več od g_0

Nihanje – tunel skozi Zemljo

In nazadnje še pospešek:

$$a(t) = v'(t) = x''(t) = (-R_0 \omega_0 \sin \omega_0 t)' = -R_0 \omega_0^2 \cos \omega_0 t = -\omega_0^2 x(t)$$

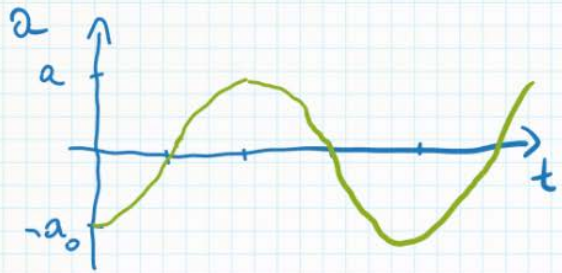
amplituda nihanja pospeška.

upoštevajmo

$$\omega_0^2 = \frac{g_0}{R_z}$$

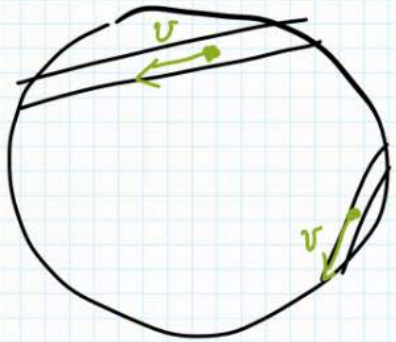
in vidimo

$$a_0 = g_0$$



Nihanje – tunel skozi Zemljo

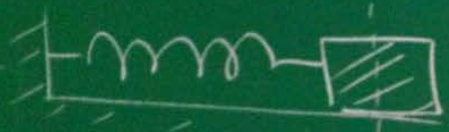
Kaj če tunel skrajšamo, in ni skozi središče Zemlje?



Zmanjšaja se pospeški in hitrosti.
Čas potovanja ostane enak! $t_0 = 84$ min.

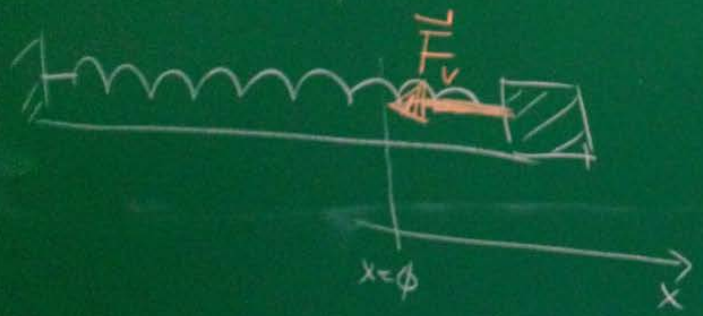
① TUNEL SKOZI ZEMLJO

② VIJAČNA VZMET



NERAZTEG-
NJENA VZMET

$x=0$, RAVNOVESNA LEGA



$$F_v = -k \cdot x$$

II. NZ:

$$-kx = mx'' \,/ : m$$

$$x'' + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$, NIHAJNI ČAS:

$$t_0 = 2\pi \omega_0^{-1} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

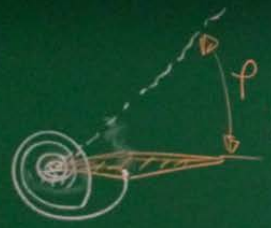
③ POL

Polžasta vzmet

POLŽASTA VZMET



RAVNOVESNA LEGA



NAVOR NA KAZALEC (=TELO, KI NIHA) JE

$$M = -D\varphi$$

↗ KER NAVOR HOČE ZASUKATI NIHALO V RAVNOVESNO LEGO.

II. NZ ZA KROŽENJE

$$-D\varphi = J\alpha = J\varphi'' \quad /:J$$

↑ KOTNI POSPEŠEK

J... vztrajnostni moment nihala

$$\varphi'' + \frac{D}{J}\varphi = \phi$$ ... iščemo $\varphi(t)$

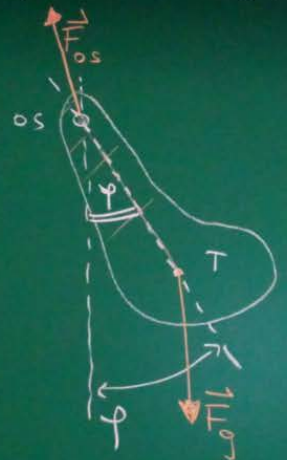
↳ PREPOZNAMO, DA JE TO ZNOVA ENAČBA NIHANJA:

$$\varphi = \varphi_0 \sin\omega_0 t \; ; \; \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}} \text{ oz } t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}.$$

4) TEŽNO ali FIZIČNO NIHALO



RAVNOVESNA LEGA



NAVOR sile $\vec{F}_{os}$ GLEDE NA OS $= \emptyset$

RAZE

MA

$$M_{\vec{F}_g} = -mg \cdot d \cdot \sin\varphi$$

$$-mgd\sin\varphi = J \cdot \varphi''$$ – II. N.Z ZA KROŽENJE

$$\varphi'' + \frac{mgd}{J}\sin\varphi = \emptyset$$

NE DOBIMO SINUSNEGA HARMONIČNEGA NIHANJA,

d = razdalja med osjo in težiščem.

RAZEN, KO JE KOT ZASUKA MAJHEN IN VELJA $\sin\varphi \approx \varphi$ (V RADIANIH)

$\sin\varphi = \varphi + ()\varphi^3 + \dots$

npr. $\varphi = 10^\circ \quad = 0{,}175$

$\sin 10^\circ \quad = 0{,}174$

→ ZA MAJHNE KOTE (npr. ida je $\varphi < 10^\circ$) JE DOBER PRIBLIŽEK $\sin\varphi = \varphi$

in enačba za nihanje TEŽNEGA NIHALA

$$\varphi'' + \frac{mgd}{J}\cdot\varphi = 0 \qquad \varphi + ()\varphi^3$$

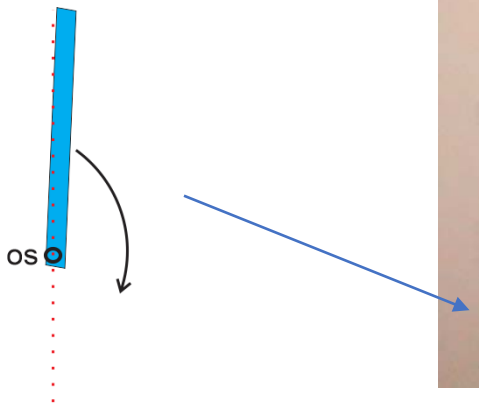
POTEM PA JE TO HARMONIČNO NIHANJE

$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J}}$ oz. $t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}$.

...IČNEGA

Popravki zaradi približka $\sin\varphi \approx \varphi$ iz učbenika Ohanian, Physics.

Pravi nihajni časi so za toliko odstotkov večji od izračunanih po približku $\sin\varphi \approx \varphi$ kakor piše v tabeli:



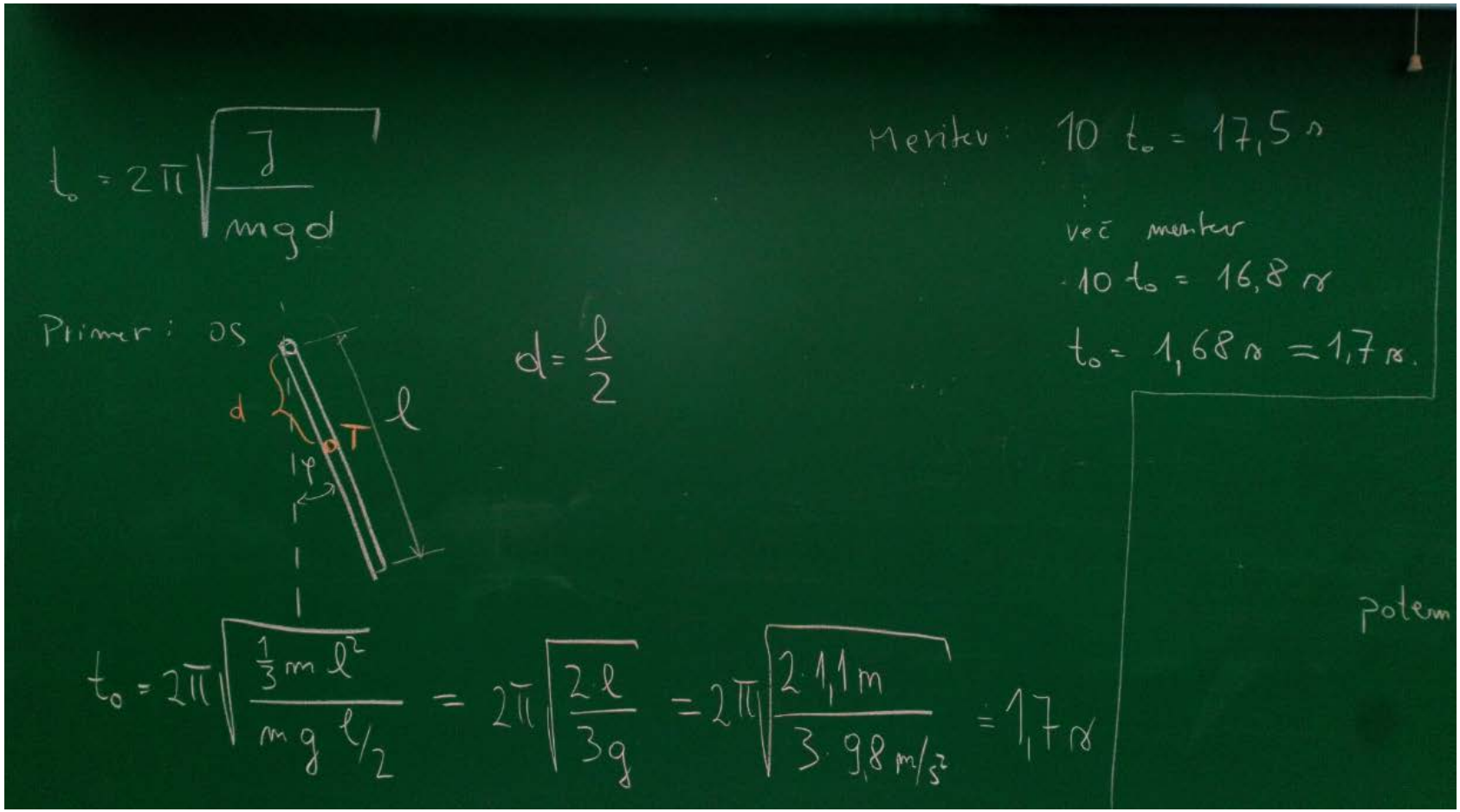
nihajni čas je skoraj 2-krat večji od izračunanega po formuli, ki smo jo izpeljali.

Finally, we emphasize that the approximation contained in Eq. (53) is valid only for small angles. If the amplitude of oscillation is more than a few degrees, then Eq. (53) fails, and the motion of the pendulum deviates from simple harmonic motion. For instance, at large amplitudes the period of the pendulum depends on the amplitude — the larger the amplitude, the larger the period. This lack of isochronism indicates that the pendulum does not behave any more as a simple harmonic oscillator. Table 15.1 shows how the period of a pendulum increases with amplitude.

Table 15.1 INCREASE OF PERIOD OF SIMPLE PENDULUM

Amplitude	*Increase of period*
0°	0.0%
15°	0.4
30°	1.7
45°	4.0
60°	7.3
90°	18.0
135°	52.8
175°	187.7
180°	∞

Od tukaj naprej je četrtek, 12. november



5) MATEMATIČNO ali NITNO NIHALO



→ majhna krogla

$R \ll l$

Potem je njen $J = ml^2 + \underbrace{\frac{2}{5}mR^2}_{\text{zanemarimo.}}$

→ na lahki vrvici

$m_{vrvice} \ll m_{krogle}$

Potem: $t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\cancel{m}\, l^2}{\cancel{m}\, g\, l}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

DELAMO se, kakor da ne poznamo izraza za nihajni čas

Predpostavimo potenčno odvisnost:

$$t_0 = A\, l^{\alpha} \quad / \log$$

$$\log t_0 = \log(A\, l^{\alpha}) = \log A + \log l^{\alpha}$$

$$\log t_0 = \log A + \alpha \cdot \log l$$

$$y = n + k\,x$$

Iz meritev

$k = 0{,}44$ (pričakovali bi 0,5 zaradi $\sqrt{l}$)

$n = \log A = 0{,}31$

ker poznamo izraz $t_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{l}$ (A)

$\log A = 0{,}31$

$A = 10^{0{,}31} = 2{,}04 = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$

$g = \left(\frac{2\pi}{2{,}04}\right)^2 = 9{,}5\ m/s^2$

ENERGIJA PRI NIHANJU

↳ PRI NIHALIH SE SPREMINJA KINETIČNA ENERGIJA V POTENCIALNO (tudi PROŽNOSTNO) in OBRATNO

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t$$

$$v(t) = -x_0 \omega_0 \sin \omega_0 t$$

imejmo nihalo na vijačno vzmet

seštejmo $W_k + W_{pr} = W_{celotna}$

$$W_{celotna} = \frac{m v_{(t)}^2}{2} + \frac{k x_{(t)}^2}{2} = \frac{m \cdot x_0^2 \omega_0^2 \cdot \sin^2 \omega_0 t}{2} + \frac{k \cdot x_0^2 \cos^2 \omega_0 t}{2} =$$

Upoštevajmo $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$= \frac{x_0^2}{2}\left(m \cdot \frac{k}{m} \cdot \sin^2\omega_0 t + k\cos^2\omega_0 t\right) = \frac{x_0^2 \cdot k}{2}\left(\underbrace{\sin^2\omega_0 t + \cos^2\omega_0 t}_{\text{vedno enako } 1}\right)$$

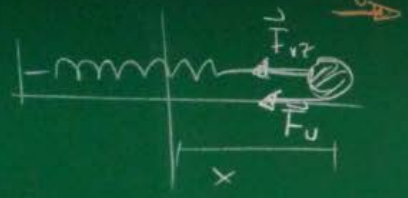
$$W_{pr(max)} = W_{k(max)}$$

$=$ maksimalna prožnostna energija

ČE JE POTENCIALNA ENERGIJA $\propto$ KVADRATU ODMIKA,
DOBIMO SINUSNO/KOSINUSNO HARMONIČNO NIHANJE

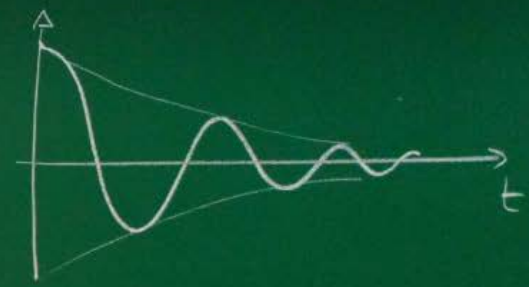
DUŠENO NIHANJE

imamo neko zaviralno silo, npr. če jo lahko izrazimo $\vec{F}_{upor} = -\beta\vec{v}$



$$-kx - \gamma x' = m x'' \quad / : m$$

x' HITROST $\quad$ x'' POSPEŠEK



$$x'' + \frac{2\gamma}{2m} x' + \frac{k}{m} x = 0$$

$\frac{k}{m} = \omega_0^2$

β = koeficient dušenja

rešitev je:

$$x(t) = x_0 e^{-\beta t} \cdot \cos \omega t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$$

↑ LASTNA FREKV. ČE BI BILO NEDUŠENO.

VSILJENO NIHANJE

Pomembno je v katerih trenutkih in s kakšno frekvenco nihalu dovajamo energijo.

naj bo sila s katero vsiljujemo oblike

$$F = F_0 \sin \omega t$$

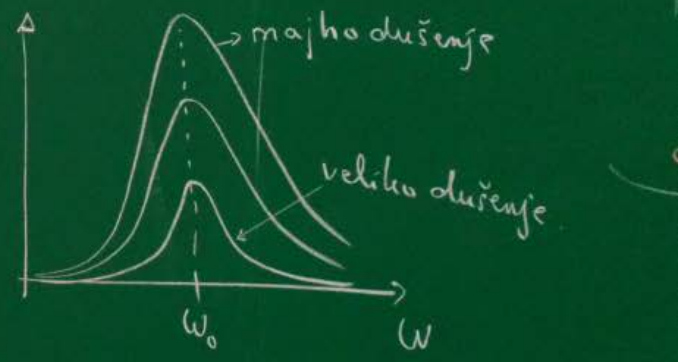
Dobimo diferencialno enačbo:

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t$$

Povprečna moč, ki jo vsiljujemo nihalu:

$$\overline{P} = K_{konst} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}$$

Dobimo resonančno krivuljo



a) Ko $\omega < \omega_0$ $\Rightarrow$ nihalo niha v fazi (sočasno)

ω ↓ skatero vsiljujemo

ω_0 ↓ lastna

z vsiljeno silo

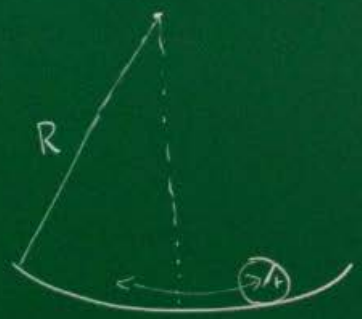
b) v resonanci

$\omega = \omega_0 \Rightarrow$ nihalo zaostaja za 90°

c) ko $\omega > \omega_0 \Rightarrow$ nihalo zaostaja za 180°

Poskus - nihanje (za remimar)

$t = 6{,}75\ s$ za 5 nihajev



Premer kroglice izmerimo s kljunastim merilom in znaša 29 mm.

Doma premislimo kako izmeriti R!

ZGRADBA SNOVI

HOMOGENOST

ATOMI

AVOGADROVO ŠTEVILO:

$N_A = 6 \cdot 10^{26}\ \frac{\text{delcev}}{\text{kmol}}$

npr. $M_{CO_2} = 12\ \text{kg/kmol}$.

a) masa molekule vode:

$M_{H_2O} = 18\ \text{kg/kmol}$

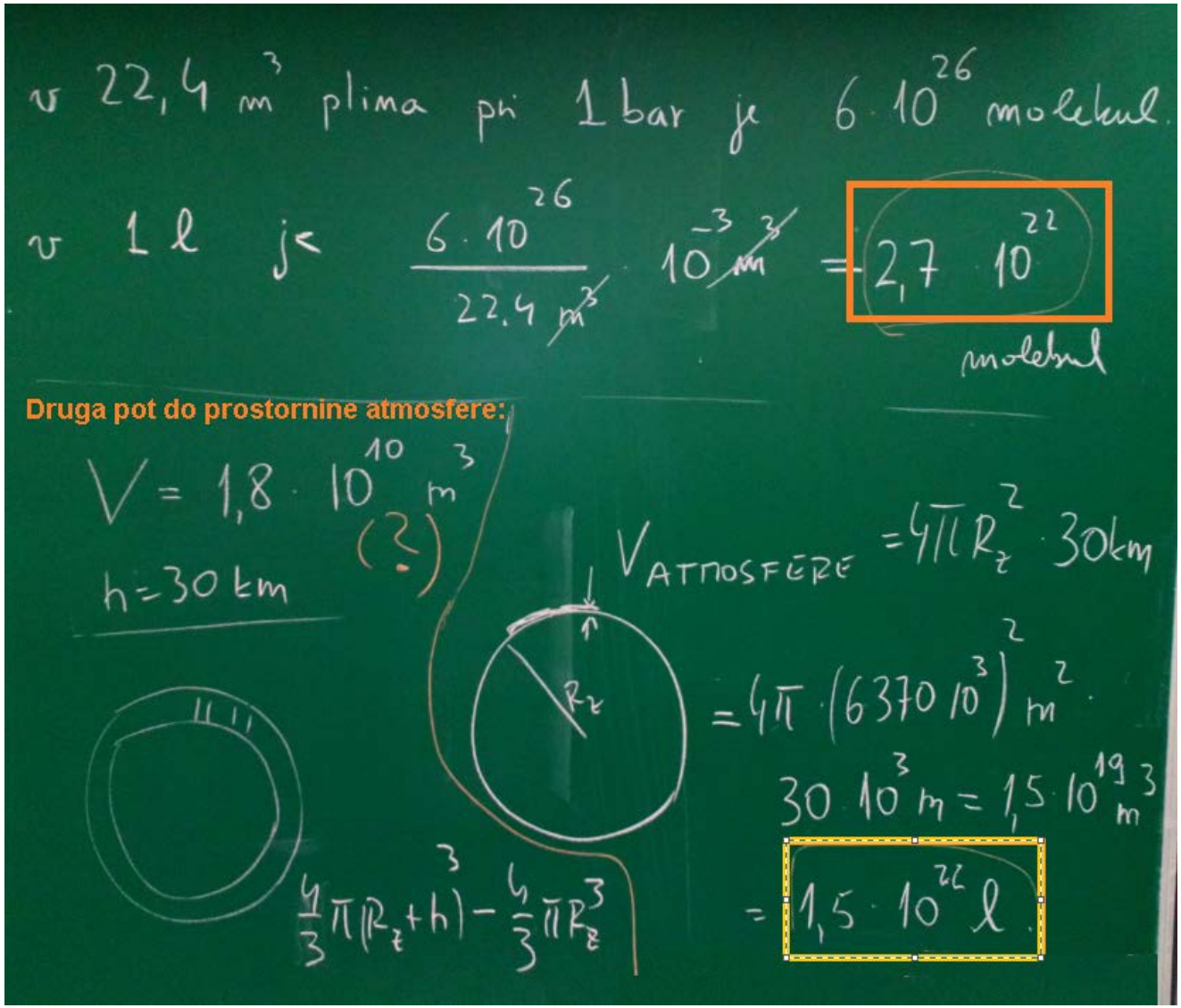
18 kg tehta $6 \cdot 10^{26}$ molekul vode

1 molekula vode tehta:

$m_1 = \frac{18\ \text{kg}}{6 \cdot 10^{26}} = 3 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}$.

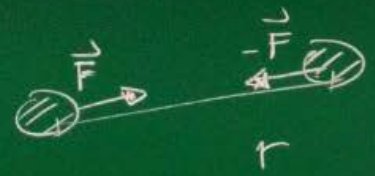
b) Cezar in zadnji izdih.

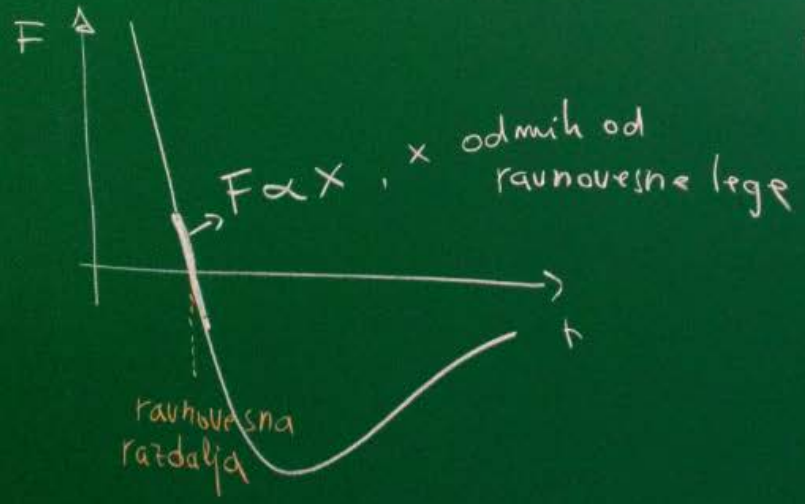
$V_{zrak} \approx 1\ \text{l}$



Delimo 2.7 10^{22}, to je število molekul zraka, ki jih je Cezar zadnjič izdihnil, s prostornino atmosfere (okoli 1.5 10^{22} litrov) in dobimo, da sta v vsakem litru atmosfere v povprečju dve molekuli zraka, ISTI kot ju je izdihnil Cezar.

SILA MED ATOMI V SNOVI





OSNOVNE LASTNOSTI

a) TRDNE SNOVI

LASTNA OBLIKA, PROSTORNINA

VELIKA GOSTOTA

UREJENA STRUKTURA → KRISTAL

AMORFNA T. S., npr.: STEKLO, SMOLA

- so malo stisljive

b) KAPLJEVINE

LASTNA PROSTORNINA

VELIKA GOSTOTA

(voda 1 kg/l)

malo stisljive

DIFUZIJA → SAMODEJNO PRODIRANJE ENE SNOVI V DRUGO.

c) PLINI

NIMAJO LASTNE PROSTORNINE

MAJHNA GOSTOTA

($\approx$ 1 kg/m^3 pri normalnem zračnem tlaku)

so stisljivi veliko bolj od kapljevin in TS

DIFUZIJA veliko večja kakor v kapljevinah.

DEFORMACIJE

- Po prenehanju delovanja sile se telo vrne v prvotno obliko — ELASTIČNA DEF.

- ostane trajna deformacija — PLASTIČNA DEF.

IZOTROPNO TELO

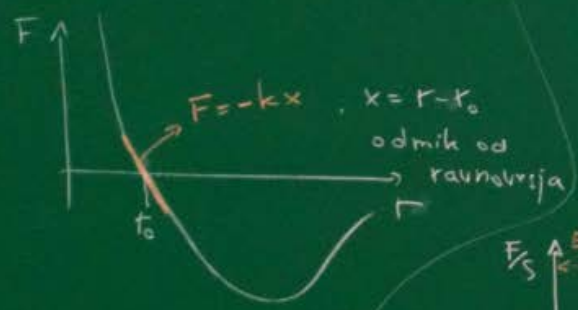
↳ V VSEH SMEREH ENAKE SNOVNE LASTNOSTI

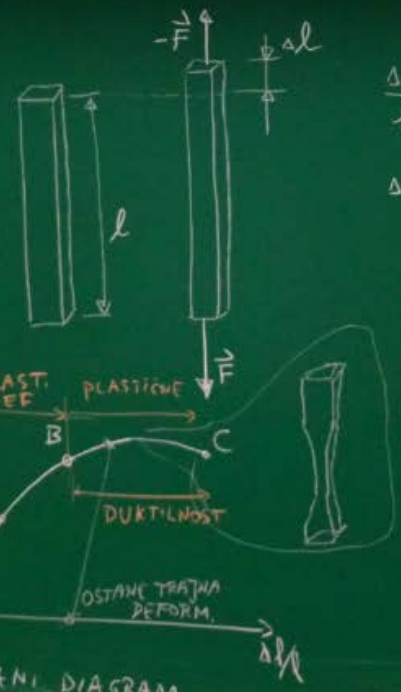
(npr. BETON)

NPR. LES PA NI IZOTROPEN.

NATEG ali TLAK V ENI SMERI

Mikroskopsko ozadje:





$\frac{\Delta l}{l}$ = relativni raztezek

Δl = absolutni raztezek

A .. MEJA SORAZMERNOSTI
(do sem velja HOOKOV ZAKON)

B .. MEJA PROŽNOSTI ALI ELASTIČNOSTI

C .. MEJA NATEZNE TRDNOSTI

DUKTILNOST: MERI KOLIKO PLASTIČNE DEF ZDRŽI MATERIAL PREDEN SE ZLOMI

DO MEJE SORAZMERNOSTI VELJA

HOOKOV ZAKON:

$$\frac{F}{S} = \sigma = E\,\frac{\Delta l}{l}$$

σ ... tlačna ali natezna napetost

E ... ELASTIČNI MODUL

$[E] = Pa$

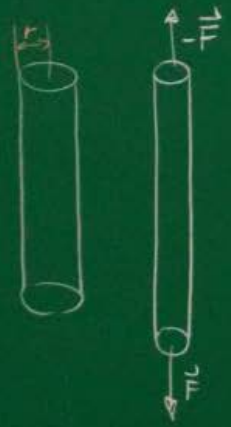
BAKER: $E = 110\ GPa$, npr. $l = 1\ m$

$S = 1\ mm^2$

$F = 10\ N$

$$\Delta l = \frac{F/S\ l}{E} = \frac{10\ N/10^{-6}\ m^2 \cdot 1\ m}{110 \cdot 10^9\ N/m^2} \approx 10^{-4}\ m$$

KAJ SE ZGODI S PREMEROM ŽICE, KO JO RAZTEGUJEMO ?



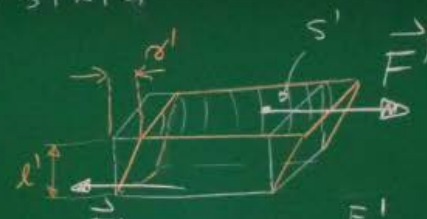
$$\frac{\Delta r}{r} = -\mu \frac{\Delta l}{l}$$

Poissonovo število

GUMA : $\mu = 0{,}48$

ALUMINIJ $\mu = 0{,}34$

2) STRIG



$$\frac{F'}{S'} = G \frac{a'}{l'}$$

STRIŽNA NAPETOST — strižni modul

za isti material je $G \approx \frac{1}{2} E$

OZ. BOLJ NATANČNO VELJA :

$$1 + \mu = \frac{1}{2} \frac{E}{G}$$

jeklo:

$E = 2 \cdot 10^{11}\ N/m^2$

$G = 0{,}8 \cdot 10^{11}\ N/m^2$

$\mu = 0{,}3$

TORZIJA





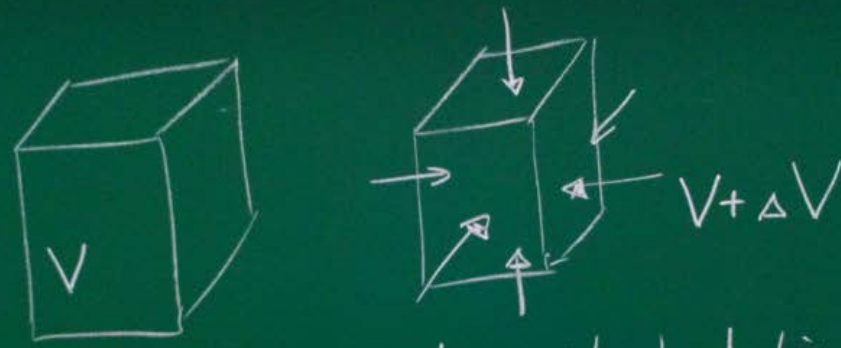
$$M = D \cdot \varphi$$

↑ torzijska konstanta

NPR → brez izpeljave, za palico:

$$D = G \cdot \frac{\pi R^4}{2l}$$

4) V SESTRANSKA DEFORMACIJA – STISLJIVOST



sile naj bodo tahsne,
da bo na vse ploskve enaka
sprememba tlaka Δp

$$\frac{\Delta V}{V} = -\chi \Delta p$$

stisljivost $[\chi] = Pa^{-1}$

voda: $\chi = 5 \cdot 10^{-10}\ Pa^{-1}$,

kako je z gostoto snovi

upoštevajmo, da je

$m = V\rho$ in se m ne spreminja pri stiskanju ali raztezanju.

izračunamo "totalni diferencial" tega izraza:

$dm = dV\cdot\rho + V\,d\rho$

$\Downarrow$

$0 = dV\rho + V\,d\rho$

(sprememba prostornina, prvotna gostota)

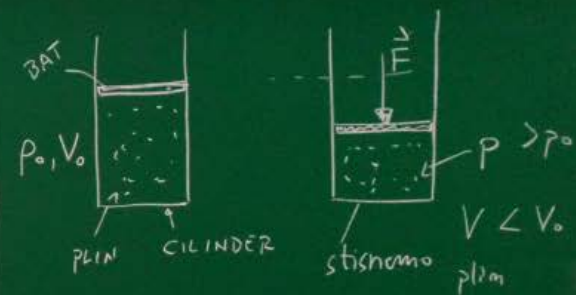
$-dV\rho = V\,d\rho$

$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} = \chi\,\Delta p$

$\frac{\Delta V}{V} = -\chi\,\Delta p$

REL. SPREMEMBA GOSTOTE JE $\frac{\Delta\rho}{\rho} = \chi\,\Delta p$

PLINI → stiskanje



ČE POSKRBIMO, DA JE $T = konst$

velja $p_0 V_0 = pV$ Boylov zakon.

$pV = p_0 V_0$

$p = p_0 V_0 \cdot \frac{1}{V}$



Gostota?

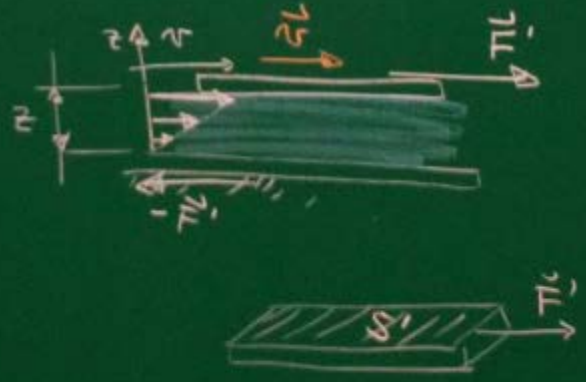
$p \frac{m}{\rho} = p_0 \frac{m}{\rho_0}$

$\rho = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot p$ ... velja do tlakov ≈ 100 bar

TEKOČINE

↳ KAPLJEVINE in PLINI

1) VISKOZNOST → ČE TEKOČINO OBREMENIMO NA STRIK, STEČE.



$$\frac{F'}{S'} = \eta \frac{v}{z}$$

viskoznost

↳ snovna lastnost

zelo odvisna od temperature

pri 20°C

za zrak: $1{,}7\ 10^{-5}\ \frac{kg}{ms}$

voda: $10^{-3}\ \frac{kg}{ms}$

asfalt: $10^{7}\ \frac{kg}{ms}$

2) OMEJIMO SE NA MIRUJOČE TEKOČINE

TRI SPLOŠNE LASTNOSTI:

a) V MIRUJOČIH TEKOČINAH NI STRIŽNIH SIL. ZATO JE SILA V MIRUJOČI TEKOČINI VEDNO PRAVOKOTNA NA PLOSKEV. NI ODVISNA OD ORIENTACIJE PLOSKVE

ZATO JE SMISELNO UPELJATI TLAK V TEKOČINO. SILA na PLOSKEV S je POTEM

$$F = p \cdot S$$



b) GLADINA → LE V KAPLJEVINAH

V PLINIH NI GLADINE

→ molekule na gladini imajo vse enako potencialno energijo.

c)

Guma → TS



→ sila s katero pritiskamo TS se prenese na dno posode



tekočina



dodatn: tlak Δp se prenese po celi tekočini.

Ponovimo osnovne lastnosti mirujočih tekočin:

- sila ⊥ na ploskev,

  govorimo o tlaku v tekočini:

  $F = p \cdot S$

- gladina

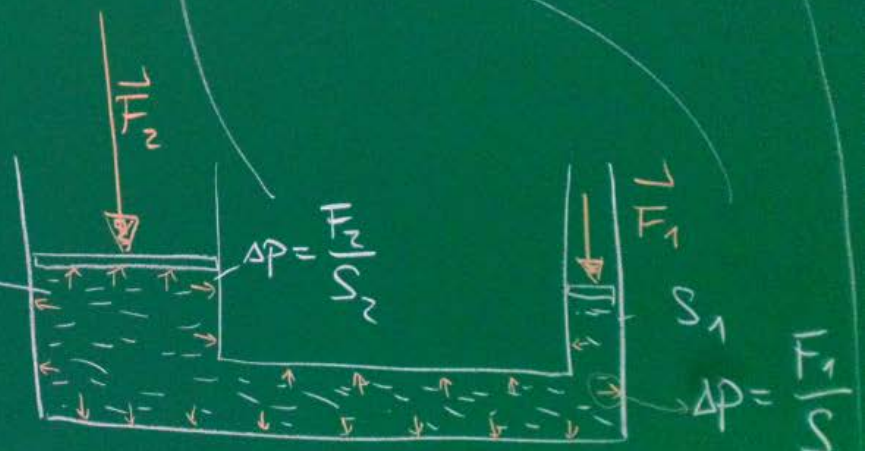
- dodatni tlak se prenese po celi kapljevini

Uporaba: HIDRAULIKA

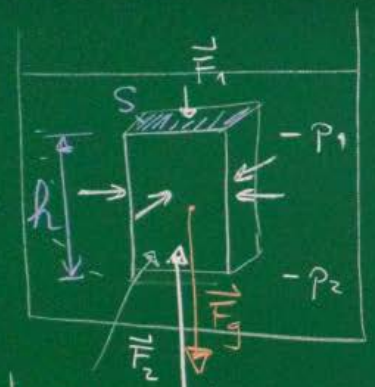
HIDRAVLIČNA STISKALNICA:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$$



TEŽNI TLAK



kvader iz te iste kapljevine

na stranske ploskve se sile odstejejo

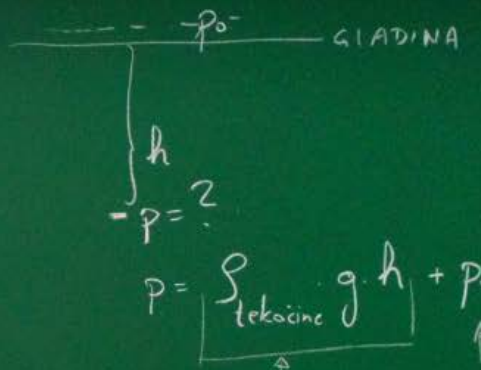
$F_1 = p_1 \cdot S$, $F_2 = p_2 \cdot S$

KVADER MIRUJE, ZATO:

$F_g + F_1 = F_2$

$S \cdot h \cdot \rho \cdot g + p_1 S = p_2 S$

$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho g h$ ... težni tlak



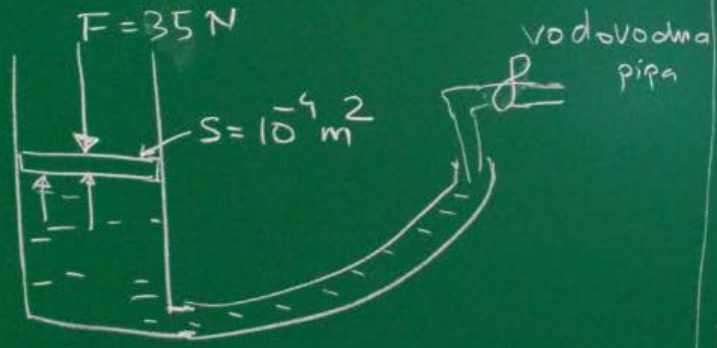
npr. voda, 10m:

$p_{(težni\ tlak)} = 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 10m = 1\,bar$

$p = \frac{F_1}{S_1}$

MANOMETRI

① MANOMETER NA BAT



pritisk vode smo uravnovesili

ali $p = \frac{F}{S} = \frac{35\,N}{10^{-4}\,m^2} = 3{,}5\,bar$

② BURDONOVA CEV - votel kovinski trak.

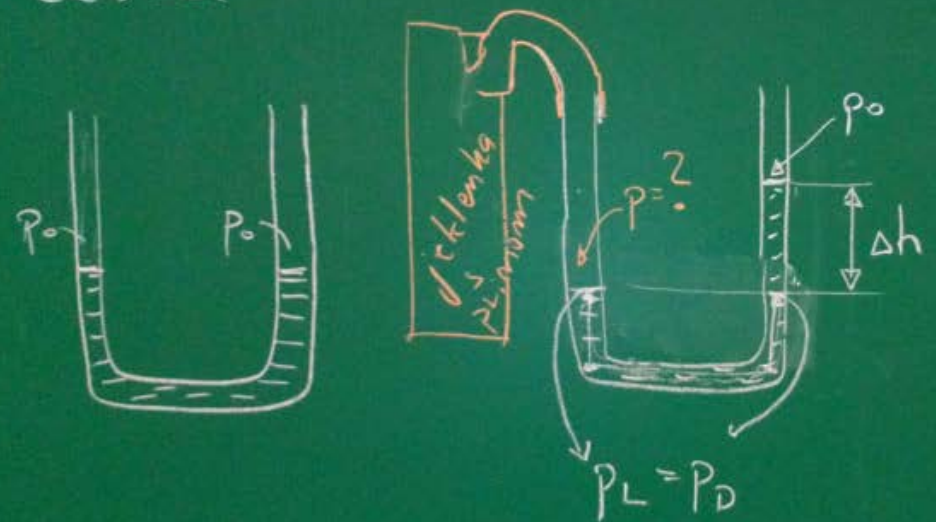


③ ODPRTI KAPLJEVINSKI MANOMETER

③ ODPRTI KAPLJ. MANOMETER

Z opisanimi tremi merimo NADTLAK, to je razliko glede na zračni tlak v okolici.

U-cevka



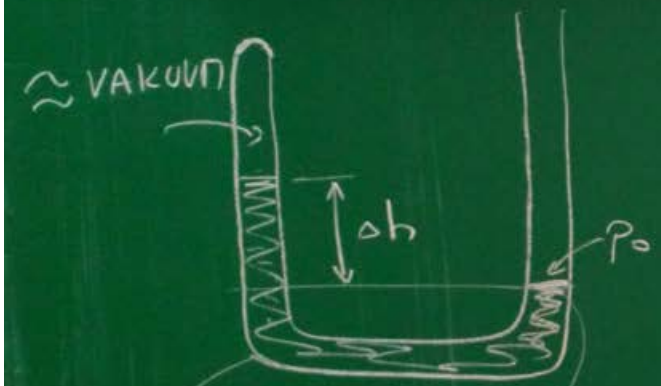
$p_L = p_D$

$$p = p_0 + \rho_{kapljevine} \cdot g \cdot \Delta h$$

Primer: živosrebrni kapljevinski manometer. $\Delta h = 1\,mm$

$$p - p_0 = 13595\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1\,mm = 1333\,Pa = 1\,mm\,Hg = 1\,Torr$$

4) ZAPRTI KAPLJEVINSKI MANOMETER



zračni tlak:

$p_0 = 1{,}013$ bar $= 1$ atm

atmosfera

omogoča meritve zračnega tlaka

$p_L = p_D$

$\rho_{kapljevine} \cdot g \, \Delta h = p_0$

VZGON → sila s katero okolišna tekočina deluje na potopljeno telo



SILE S KATERIMI OKOLIŠKA TEKOČINA PRITISKA NA IZBRANI DEL TEKOČINE

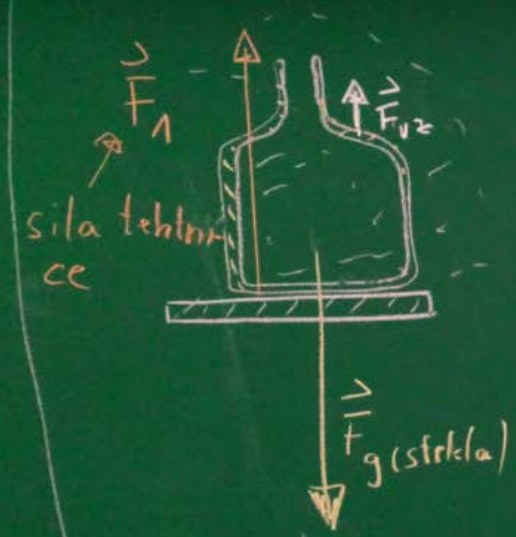
Vsota teh sil je VZGON in je $-\vec{F}_g$! KER MIRUJE !

če na mesto izbrane tekočine ustavimo neko drugo telo enake velikosti in oblike, se sila vzgona enaka kakor prej, to je NASPROTNA TEŽI IZPODRINJENE TEKOČINE:

$$F_{vzgon} = \rho_{okoliške\ tekočine} \cdot V_{izpodrinjena\ tekočina} \cdot g$$

Poskus

Tehtanje posode z zrakom ali vakuumom





← takšna kot ustreza 1 ℓ izpodrinjenega zraka

$\frac{F_1}{g} = 299{,}28\ g$ $\quad \frac{F_2}{g} = 298{,}24\ g$

razlika $\Delta m = 1{,}04\ g$, $\rho_{zrak} = \frac{1{,}04\ g}{1\ \ell} \approx 1\ g/\ell$

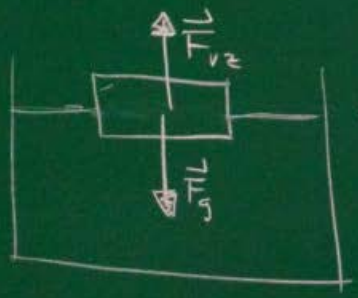
na podlagi razlike izračunamo gostoto zraka

(bolj pravilno $1{,}29\ g/\ell$)

KAJ se zgodi s telesi pri različnih **gostotah**

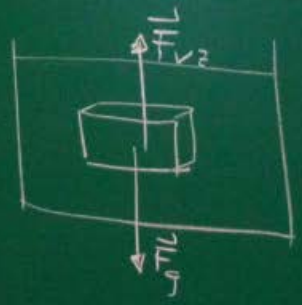
ρ_{telo} proti $\rho_{tekočine}$?

a) $\rho_{telo} < \rho_{tekočine}$



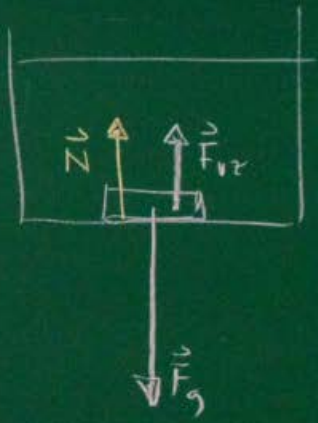
telo plava

b) $\rho_{telo} = \rho_{tekočine}$



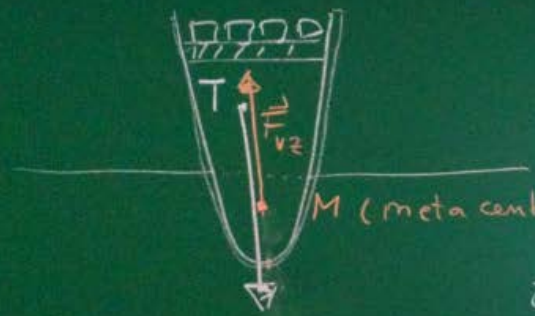
telo lebdi

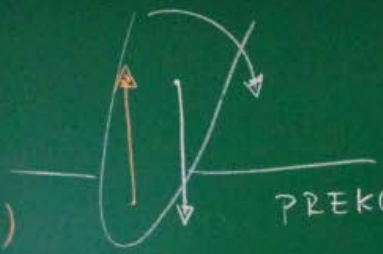
c) $\rho_{telo} > \rho_{tekočine}$



telo se potopi

(NE) STABILNOST PLAVANJA





PREKUCNE SE

ČE JE M pod T ⇒ NESTABILNO PL.



M nad T ⇒ STABILNO PLAVANJE.

AREOMETER

↓

za merjenje gostote kapljevine

na podlagi vzgona

TEMPERATURA

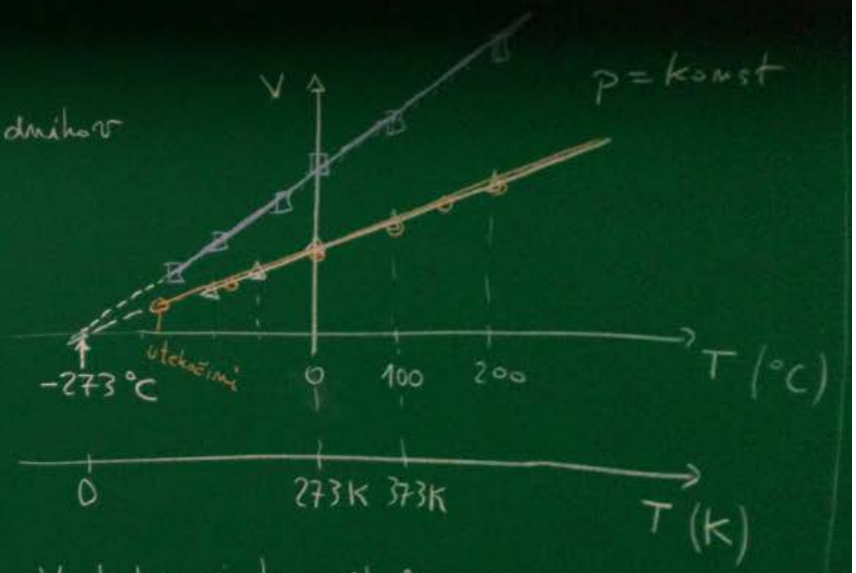
↳ je povezana z živahnostjo (kinetično energijo) gradnikov snovi.

TERMODINAMSKE SPREMENLJIVKE: T, p, V

- Celzijeva temp. skala

TEMPERATURNO RAZTEZANJE SNOVI

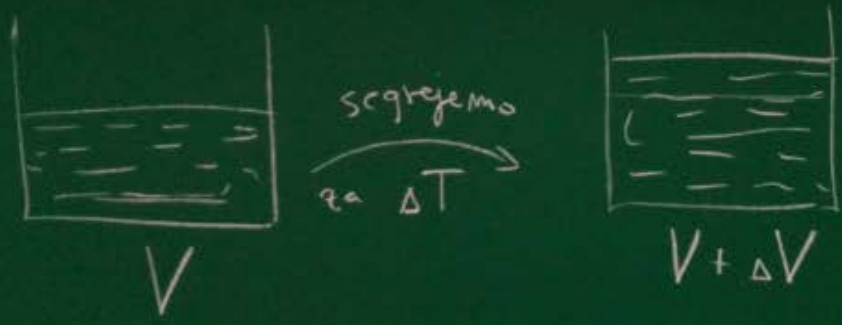
a) PLINI



V kelvinovi temp. skali

$p = konst.$ $\boxed{V = \frac{V_0}{T_0} T}$ Guy-Lussacov zakon.

b) kapljevine



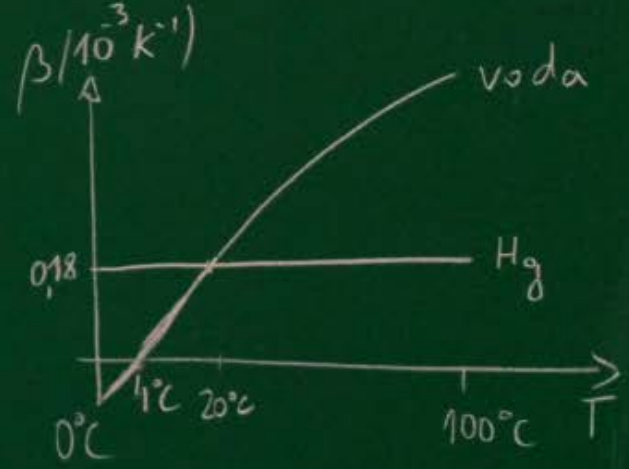
živo srebro: $0,18\ 10^{-3}\ K^{-1}$

alkohol: $1,1 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$

$$\Delta V = V \beta \Delta T$$

β ... prostorninska razteznost

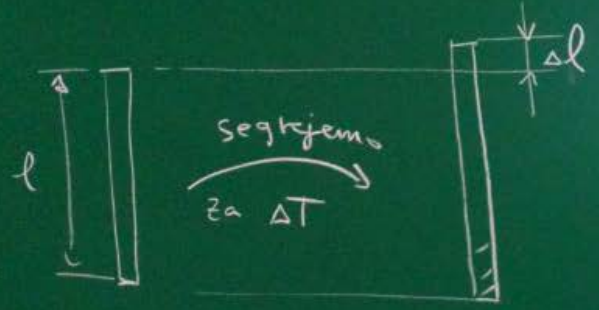
$$[\beta] = K^{-1}$$



c) TRDNE SNOVI

→ raztežnost pomavadi še manjša kakor pri kapljevinah

DOLŽINSKA RAZTEŽNOST:



snov	α
medenina	$1{,}9 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}$
baker	$1{,}6 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}$
železo	$1{,}2 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}$
invar (Fe+Ni)	$0{,}2 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}$
beton	$1{,}2 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}$

← majhna temp. razteznost → ENAKO

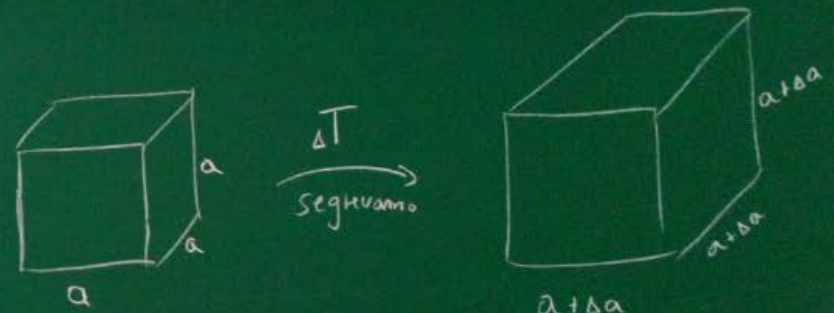
$$\Delta l = l\,\alpha\,\Delta T \qquad [\alpha] = K^{-1}$$

α ... dolžinska raztežnost

Uporaba: termično stikalo (bimetal)



Za koliko se spremenijo prostornina TS, če poznamo dolžinski raztezek α?



$$V + \Delta V = (a + \Delta a)^3$$

poznamo $\Delta a = a \cdot \alpha \, \Delta T$

$$V + \Delta V = a^3 \left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right)^3 = V \left(1 + 3\frac{\Delta a}{a} + 3\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^3\right) \approx V\left(1 + 3\frac{\Delta a}{a}\right)$$

10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-6}

zanemarimo

c)

$\cancel{V} + \Delta V = \cancel{V} + 3V \frac{\Delta a}{a}$

$\Delta V = 3V \boxed{\alpha \Delta T}$

PREPOZNAMO

$\Delta V = (3\alpha) V \Delta T$

↑ prostorninska raztezhnost

TS: $\beta = 3\alpha$

KRAJŠA IZPELJAVA:

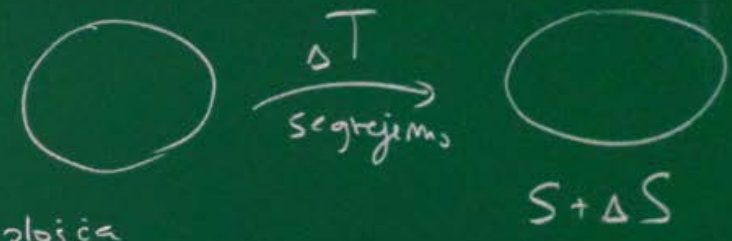
$V = a^3$ /odvajamo:

$dV = 3a^2 da = 3a^3 \frac{da}{a}$

$\Rightarrow \boxed{dV = 3 \cdot V \cdot \frac{da}{a}}$

enako

Povišima:



$\Delta S = 2\alpha S \Delta T$

PLINSKA ENAČBA

Pozmamo: če T = konst velja $p_0 V_0 = p V$

če p = konst velja $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T}$

Združimo $\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V}{T}$ plinska enačba

masa plina mora ostati enaka.

Če dopustimo, da se masa spreminja, dobimo

SPLOŠNO PLINSKO ENAČBO: $p \cdot V = \frac{m}{M} R T$

Boylov zakon + $\frac{V}{T}$ = konst + masa plina poljubna

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$[M] = kg/kmol$, $[R] = 8300 \frac{J}{K\,kmol}$, $[T] = K$

$\frac{m}{M}$ = število kilomolov snovi $= \frac{N}{N_A}$ ← število molekul plina (običajno ogromna številka)

$$p \cdot V = \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T \,/ : V$$

$$p = \frac{N}{V} \cdot \frac{R}{N_A} T = \frac{N}{V} k_B T$$

$\frac{R}{N_A}$ → nova konstanta — Boltzmannova konstanta

$\frac{N}{V}$ → prostorninska gostota molekul

Kinetična teorija plinov

tlak v plinu (npr. na steno posode) je posledica trkov molekul plina ob steno. Podoben račun kakor za silo curka:

$$\vec{F}_{curka} = \phi_m(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

ce pravokotni upad:



$$F_{curka} = 2\phi_m \cdot v$$

$$\uparrow$$

$$\rho S v$$

$$\frac{F_{curka}}{S} \propto v^2$$

$$\parallel$$

$$P = \frac{N}{V} k_B \cdot T$$

$$\frac{N}{V} k_B \cdot T \propto v^2$$

$\leftarrow$ kvadratu povprečne hitrosti molekul plina $\propto W_{ki}$

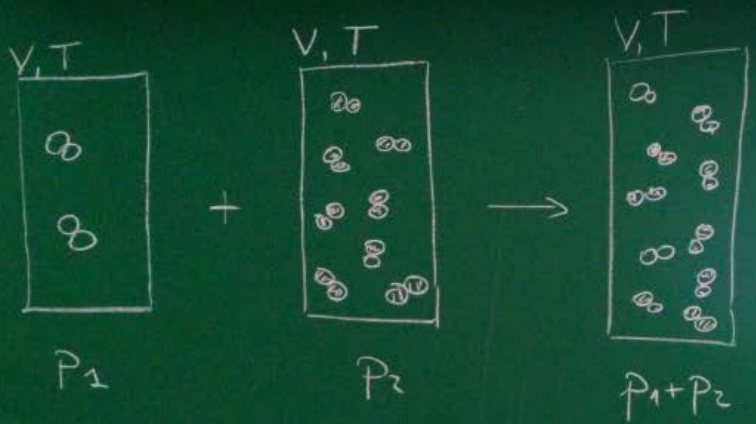
$\uparrow$

kinetična energija posamezne molekule plina.

celotna izpeljava dá rezultat:

$$W_{ki} = \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$$

MEŠANICE PLINOV



p_1 in p_2 sta DELNA TLAKA v mešanici plinov. Npr. za zrak:

p_1 (kisik) $\approx 0{,}2 \cdot p_0$

p_2 (dušik) $\approx 0{,}8 \cdot p_0$

$p_0 = p_1 + p_2$

tudi za plinsko mešanico smemo zapisati plinsko enačbo, le da moramo uporabiti POVPREČNO KILOMOLSKO MASO:

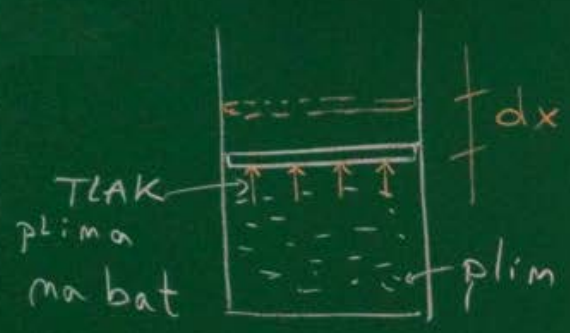
$$\overline{M} = \frac{p_1}{p_0} M_1 + \frac{p_2}{p_0} M_2$$

potem:

$$pV = \frac{m_{zraka}}{\overline{M}} RT$$

$\overline{M}_{zrak} \approx 29\ kg/kmol$.

DELO OKOLICE PRI STISKANJU ALI RAZTEZANJU PLINA



DELO PLINA NA OKOLICO:

$$dA_{plina} = F\,dx = p\,S\,dx = p\,dV$$

sprememba prostornine plina

DELO OKOLICE NA PLINU:

$$dA = -dA_{plina} = -p\,dV.$$

ENERGIJSKI ZAKON

$$Q + A = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr} + \Delta W_m = \Delta W$$

Q – TOPLOTA

A – delo vseh zun. sil razen tistih, ki jih upoštevamo kot $\Delta W_{potencialna}$

(potencialna) (prožnostna)

ΔW_m = sprememba notranje energije telesa. K njej prispevajo:

kinetična energija gradnikov snovi, medmolekulske sile (deformacija)

Lastna energija gradnikov snovi

Q = DELEŽ ENERGIJE, KI OB TOPLOTNEM STIKU PREIDE S TOPLEJŠEGA NA HLADNEJŠE TELO BREZ DELA

TOPLOTNI STROJ

pretvarja toploto v mehansk

delo

TOPLOTNI STROJI

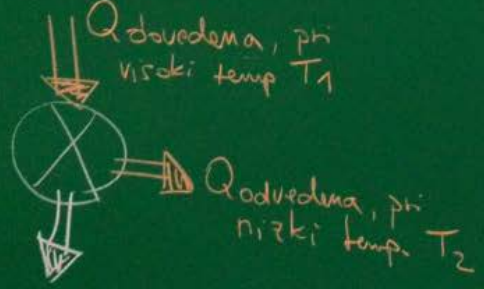
Primera: kolo bicikla

: Stirlingov toplotni stroj na vroč zrak

TOPLOTNI STROJ → KROŽNA SPREMEMBA

VEDNO ZNOVA SE VRAČA V ZAČETNO STANJE

Izkoristek:

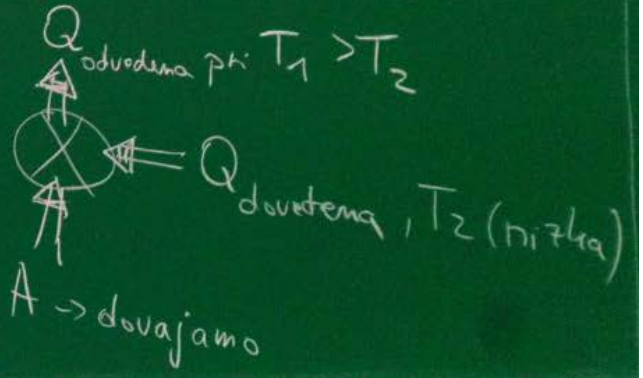


največji možni izkoristek:

$$\eta = \frac{A}{Q_{dovedeno}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

TOPLOTNA ČRPALKA

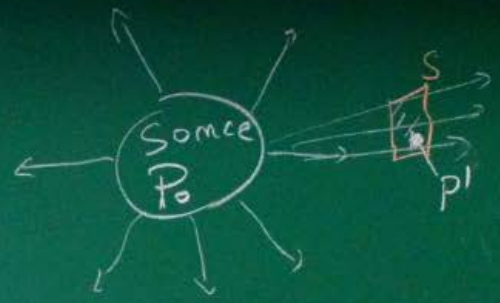
„obratni" toplotni stroj



Učinkovitost toplotne črpalke

$$\nu_{TČ} = \frac{Q_{odvedena}}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

v idealnem primeru



gostota svetlobnega (toplotnega, energijskega) toka od Sonca je:

$$j = \frac{P'}{S}$$

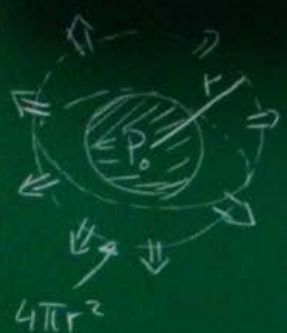
P' ... toplotni tok skozi površino S'

IZVORI TOPLOTE

a) Sonce

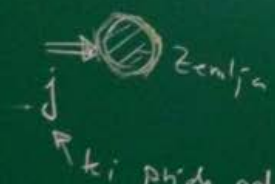
$4\,H \longrightarrow He + \text{toplota}$

$\Delta m \cdot c^2$. Kako se j spreminja z razdaljo od Sonca?



$$j = \frac{P_0}{4\pi r^2}$$

Sonce



R ki pride od

Sonca do vrha atmosfere na Zemlji je $j_0 = 1{,}4 \frac{kW}{m^2}$ - Solarna konstanta.

OB jasnem vremenu pride na površino Zemlje okoli $1{,}0 \frac{kW}{m^2}$.

Moč, ki jo prestreza neka površina je od vpadnega toka:



$$P_{na\ površino} = j \cdot S \cdot \cos\varphi .$$

b) Goriva

$$O_2 + \text{ogljikovodiki} \rightarrow CO_2 + H_2O + Q$$

(toplota)

$Q = m \cdot q_r$

q_r ↑ specifična sežigna toplota

toplota, ki nastane, ko zgori 1 kg goriva in se nastale snovi ohladijo na začetno temperaturo.

slab premog ali drva $q_s = 10\ MJ/kg$

kurilno olje $q_s = 42\ MJ/kg$

c) Električni grelci

d) jedrski reaktor

težke atome (U) → lažje atome + Q = $\Delta m\, c^2$

Specifična toplota

a) segrevajmo pri konstantnem tlaku



$Q = m c_p \Delta T$

↑ specifična toplota pri konstantnem tlaku.

c_p (v

c_p (že

Segrejemo

do 100°C.

$Q = 1$

=

c_p (voda) = 4200 $\frac{J}{kg\,K}$

c_p (železo) = 450 $\frac{J}{kg\,K}$

Segrejemo 1 l vode od 10°C do 100°C. Koliko to stane?

$Q = 1\,kg \cdot 4200 \frac{J}{kg\,K} \cdot 90\,K =$

$= 378\,kJ =$ kWh

10^3 ↓ Ws

fizična toplota konstantnem tlaku.

$378 \cdot 10^3\,J = 378\,\underline{\underline{10^3}}\,W \cdot \frac{1}{3600}\,h =$

$= 0,1$ kWh

Strošek, ker 1 kWh ≈ 0,1 EUR, je za 0,1 kWh ≈ 1 cent.

b) Segrevamo pri konstantni prostornini

- pri konst. tlaku del toplote porabimo za delo, ki ga opravi snov, da se razteza. Pri konst. volumnu tega prispevka ni.

Zato je $c_v < c_p$

$$Q = m c_v \Delta T$$

↑ pazimo, da se prostornina ne spreminja.

Ker se kapljevine in TS malo razteza, je $c_p \approx c_v$.

Pri plinih je znatna razlika. Npr. zrak:

$$c_p = 1020 \, J/kgK \qquad c_v = 720 \, J/kgK$$

TOPLOTNA KAPACITETA

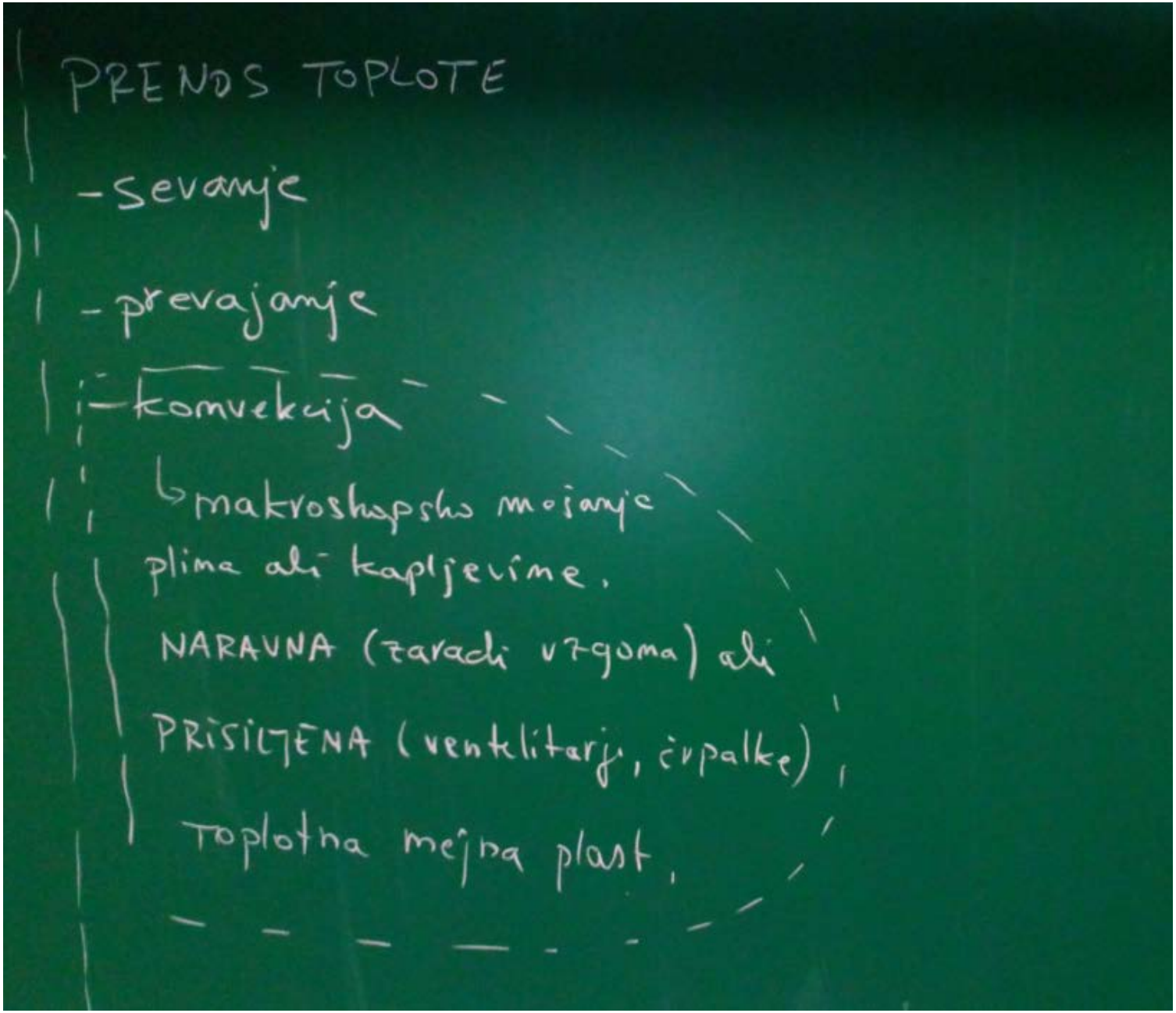
→ prav pride pri računu toplote potrebne za greti iz predmetov (npr. kotli, termometri)

DEFINICIJA: $C = m \cdot c_p$

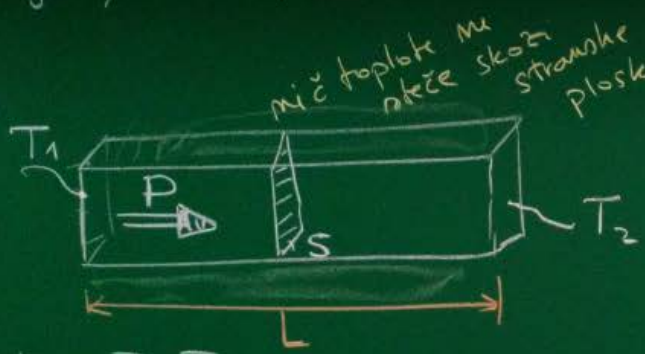
toplotna kapaca (ali c_v)

če nehomogeno telo:

$$C = m_1 c_{p_1} + m_2 c_{p_2} + \dots$$


PRENOS TOPLOTE
-sevanje
-prevajanje
-konvekcija
↳makroskopsko mojanje
plina ali kapljevine.
NARAVNA (zaradi vzgona) ali
PRISILJENA (ventilatorji, črpalke)
Toplotna mejna plast.

PREVAJANJE TOPLOTE



maj bo $T_1 > T_2$

temperature T_1, T_2 in po palici se naj s časom ne spreminjajo. DOSEŽENO JE STACIONARNO STANJE

P ... toplotni tok, teče od mesta z višjo temperaturo proti mestu z nižjo temp.

$$P = \frac{Q}{t}$$

ZAKON O PREVAJANJU TOPLOTE:

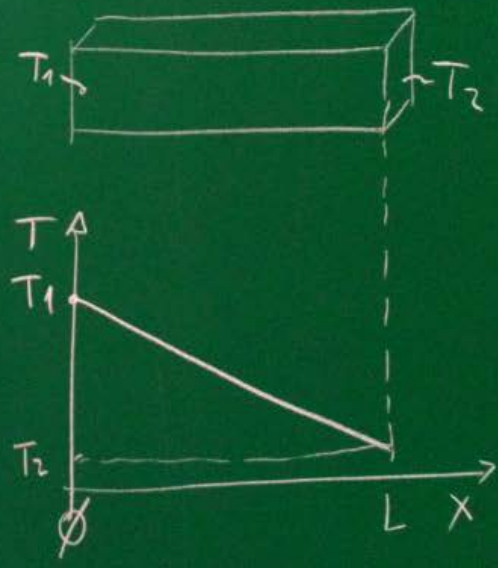
$$P = \frac{\lambda S \Delta T}{L}$$

$$\Delta T = T_1 - T_2$$

λ ... toplotna prevodnost snovi, snovna lastnost

SNOV	$\lambda \left(\frac{W}{mK}\right)$	
Baker	380	→ toplotni prevodniki
Železo	50	
Beton, steklo, les	0,8	
opeka	0,6	
zrak, če bi miroval	0,024	→ toplotni izolatorji
stiropor	0,04	
plinobeton	0,12	

razmerju $\frac{\Delta T}{L}$ pravimo gradient temperature. Ima enoto K/m



V homogeni snovi, stacionarno stanje in prevajanje v 1D => linearni potek T.

TOPLOTNI UPOR

definirajmo gostoto toplotnega toka

$$j = \frac{P}{S} = \frac{\lambda \Delta T}{L}$$

$$[j] = \frac{W}{m^2}$$

DEFINICIJA TOPLOTNEGA UPORA R:

$$j = \frac{\Delta T}{R}$$

, torej je toplotni upor neke plamuzporedne plasti enak $R = \frac{L}{\lambda}$.

R ni snovna lastnost

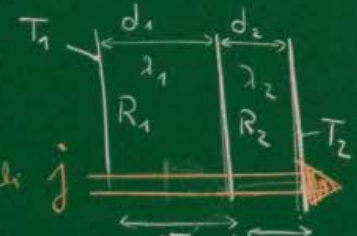
$$[R] = \frac{K\,m^2}{W}$$

Prevajanje v 1D skozi dve ali več zaporednih plasti.

PREVAJANJE TOPLOTE

DEF. TOPLOTNI UPOR $j = \frac{\Delta T}{R}$; $R = \frac{d}{\lambda}$

PREVAJANJE V 1D SKOZI DVE (ALI VEČ) ZAPOREDNIH PLASTI (STACIONARNO STANJE)

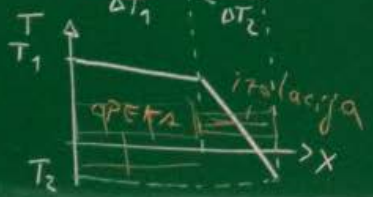


Označimo $\Delta T = T_1 - T_2$, naj bo $T_1 > T_2$

$$j = \frac{\Delta T_1}{R_1} = \frac{\Delta T_2}{R_2} = \frac{\Delta T}{R_{skupni}}$$

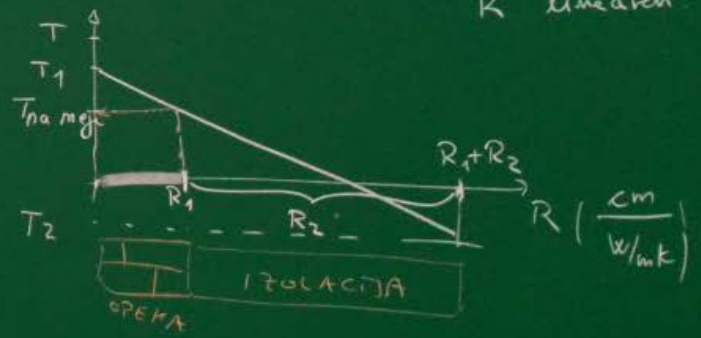
$$\Delta T_1 + \Delta T_2 = \Delta T$$

$$j R_1 + j R_2 = j \cdot R_{skupni}$$



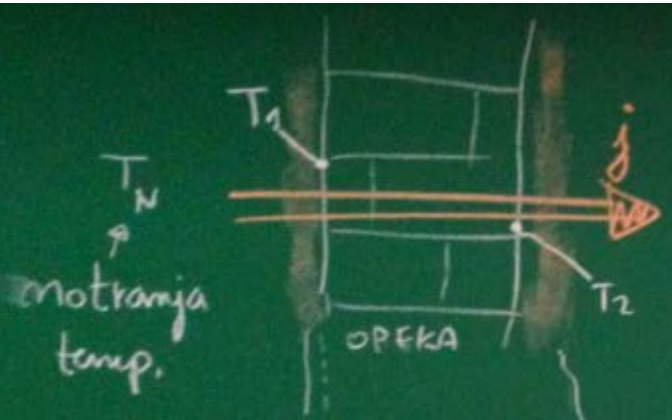
$R_{skupni} = R_1 + R_2 + \ldots + R_m$ če več od dveh plasti.

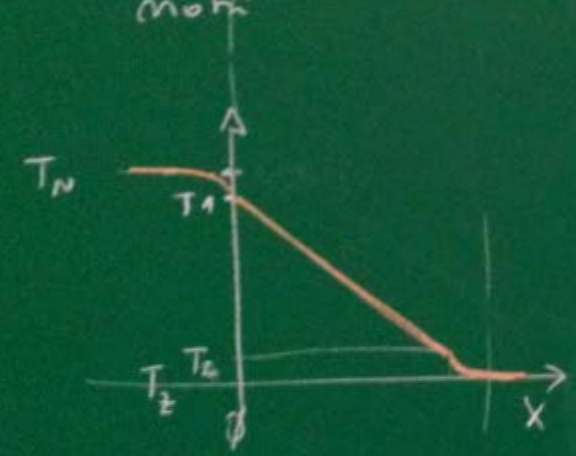
$T(R)$ → na tem grafu je potek skozi ves R linearen



TOPLOTNA MEJNA PLAST

→ tanka, s mirujoča plast zraka ob površini stene, ki slabo prevaja toploto





Računsko obravnavamo toplotno mejno plast s PRESTOPNIMI KOEFICIENTI:

$$j = h \cdot \Delta T_{\text{mejne plasti}} = \frac{\Delta T_{\text{mejne plasti}}}{R_{\text{mejne plasti}}}$$

$$R_{\text{mejne plasti}} = \frac{1}{h}.$$

Potem:

$$R_{skupni} = R_{notranja\ mejna\ plast} + R_1 + R_2 + \ldots + R_n + R_{zunanja\ mejna\ plast}$$

TOPLOTNA PREHODNOST U

DEFINICIJA

$$P = S \cdot U \cdot \Delta T = S \frac{\Delta T}{R_{celotni}}$$

S ... površina stene

ΔT ... razlika temp. zraka v prostoru in zunaj

$$\Downarrow$$

$$U = \frac{1}{R_{celotni}}$$

$$[U] = \frac{W}{m^2 K}$$

U je najpomembnejša količina, ki opisuje prehod toplote skozi steno.

Ugodno → čim manjši U, zato

najvišje vrednosti dovoljenega U predpisujejo

pravilniki.

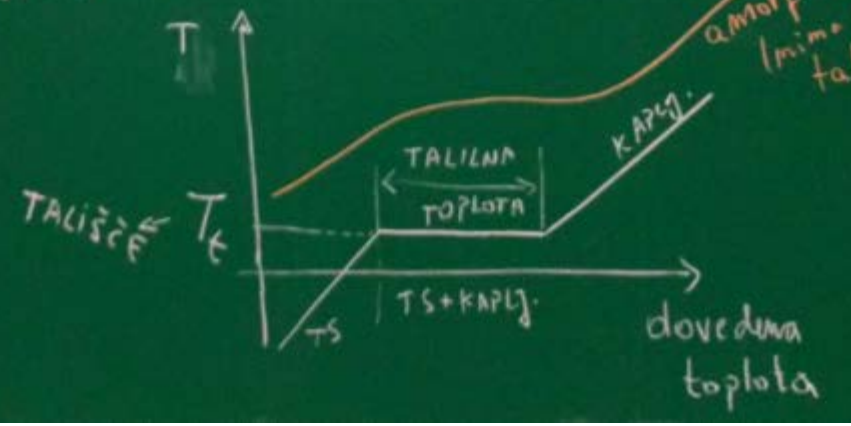
PURES, predpisuje $U_{max} = 0{,}28 \frac{W}{m^2 K}$

za zunanje stene

SPREMEMBE AGREGATNEGA STANJA



1 TALJENJE



TALILNA TOPLOTA:

$Q = m q_t$

q_t specifična talilna toplota
(= snovna lastnost)

$[q_t] = J/kg$; za led $q_t = 336 \frac{kJ}{kg}$.

TALIŠČE JE MALO ODVISNO OD TLAKA

NPR LED → VODA, ČE TLAK POVEČANO NA 140 bar,
JE $T_t = -1°C$.

② STRJEVANJE

→ obratno od taljenja.

Kapljevini moramo odvzeti talilno toploto,

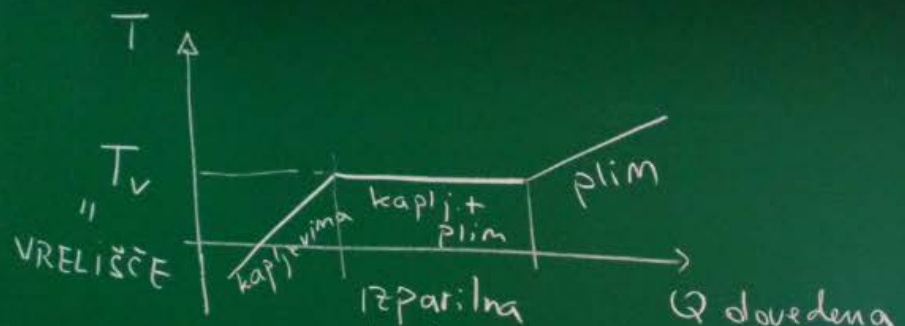
da se strdi.

SUPER COOLING.

Podhlajena tekočina

③ VRENJE

③ VRENJE, IZPAREVANJE



$$Q_i = m \cdot q_i$$

q_i ↳ specifična izparilna toplota

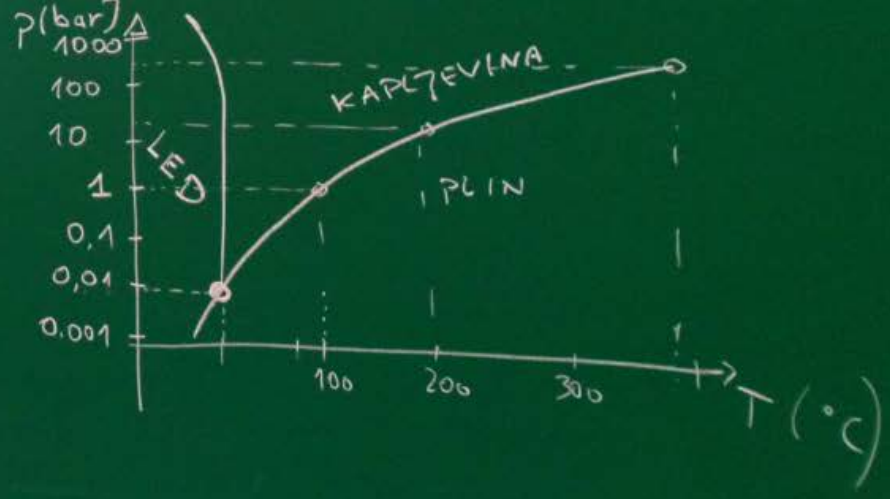
voda: $q_i = 2{,}26 \cdot 10^6 \ J/kg$

VRELIŠČE NOČNO ODVISNO OD TLAKA

npr. voda: $p = 0{,}75$ bar

$T_v = 90\,^\circ C$

FAZNI DIAGRAM VODE

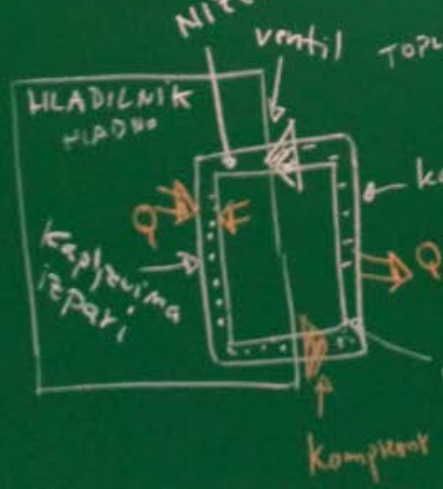


④ Kondenzacija

obratno od izparevanja

Snovi moramo odvzeti toploto, da jo spremenimo iz plina v kapljevino

Zgled. HLADILNIK



IZHLAPEVANJE in VLAŽNOST



① NAKLJUČNO gibajo molekule vode iz gladine v zrak

② molekule vode iz zraka se naključno vrnejo v kapljevinasto vodo.

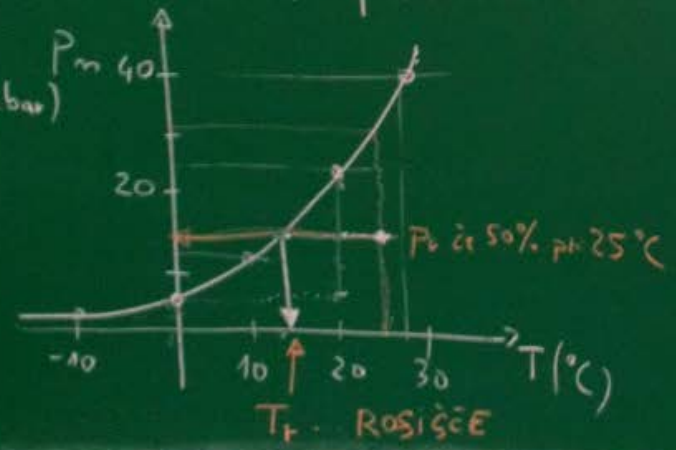
Nasičena vlažnost: procesa ① in ② izenačena.

Koncentracijo molekul vode v zraku radi izražimo z delnim tlakom vodne pare:

$$p_v = \frac{N}{V} k_B T$$

največjem parnem tlaku označimo z p_m.

Zelo je odvisen od temperature:



RELATIVNA VLAŽNOST

$$\varphi = \frac{\text{dejanska koncentracija molekul vode v zraku}}{\text{največjo možno pri tisti temperaturi}} = \frac{p_v}{p_m}$$

absolutna vlažnost:

$$a = \rho_v = \frac{p_v \cdot M}{RT} \qquad M = 18\ \mathrm{kg/kmol}$$

ρ_v: vodne pare v zraku

SLEDI IZ PLINSKE ENAČBE: $p_v V = \frac{m_v}{M} RT$

$[a] = \mathrm{g/m^3}$

Primer:

$T = 25\,°C, \quad r = (RH) = 50\%$

Koliksna je absolutna vlažnost?

$$a = \frac{p_v M}{RT} = \frac{15\ 10^{-3}\ 10^{5}\ \text{Pa} \cdot 18\ \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}}{8300\ \frac{\text{J}}{\text{K kmol}}\ 298\ \text{K}} = 0{,}011\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$\left(\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{m}^3}\right)$

$= 11\ \text{g}/\text{m}^3.$

→ Za človeka prijetno pri 50 - 60 % RH.

→ ČE NA STENI 80 % RH ali več ⇒ nastaja PLESEN.

MERITVE VLAŽNOSTI

(Higrometri)

① Določimo T_r (temp. rosišča) in iz GRAFA $p_m(T)$ preberemo RH.

MERITVE VLAŽNOSTI

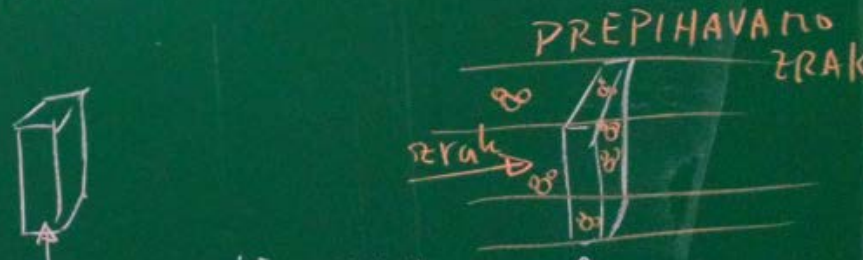
(Higrometri)

① Določimo T_r (temp. rosišča) in iz grafa $p_m(T)$ preberemo RH.

② MERILNIK NA LAS

sprememba dolžine $\propto$ RH.

③



HIGROSKOPIČNA SNOV, SUHA

se maulaži

$\Delta m = m_{vlažen} - m_{suh}$

IZMERIMO ABSOLUTNO VLAŽNOST.

ELEKTROSTATIKA

Naboji: proton, elektron, ioni

Naboj je kvantiziran: vrdno večkratnik osnovnega naboja

$$e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ As$$

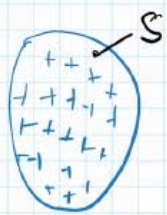
PROTON IMA NABOJ e_0

ELEKTRON $-e_0$

TELO JE NAELEKTRENO oz IMA NABOJ, če + in − naboji niso v ravnovesju.

PORAZdelitev naboja:

npr. po ploskvi



$$\sigma = \frac{e}{S}$$

$$[\sigma] = \frac{As}{m^2}$$

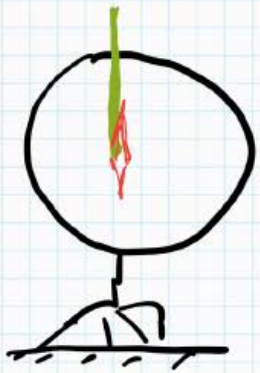
V PREVODNIKIH imamo GIBLJIVE NOSILCE NABOJA.

V kovinah so to elektroni

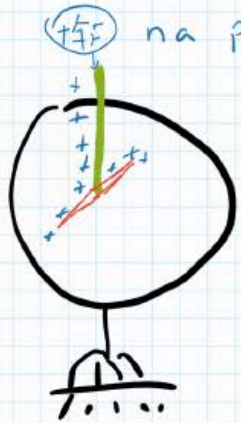
V kapljevinah, plinih pa ioni.

ELEKTROSKOP → Lahko ga naelektrimo in kažalec pokaže, da smo mu prinesli naboj:

Kažalec in palica sta kovini, povezani



na palico dovedemo + naboj



Kažalec se odbije, ker želijo + biti čim bolj narazen (odbijajo se)

Sila med nabojema - Coulombov zakon → naslednjič.

Elektromagnetizem in optika

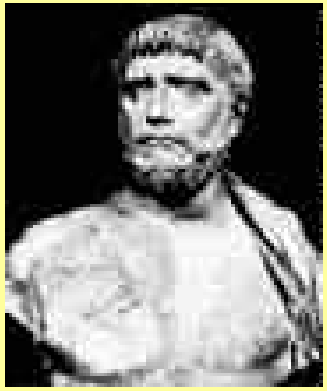
Elektromagnetizem

Elektrika

Elektrostatika

Cilji: - razumeti nekatere naravne pojave
- osnove delovanja nekaterih (merilnih) naprav
- ...

Elektrostatika



Tales iz Mileta
(okoli 600 pr.n.št.)

elektron = jantar po grško

Elektrostatika

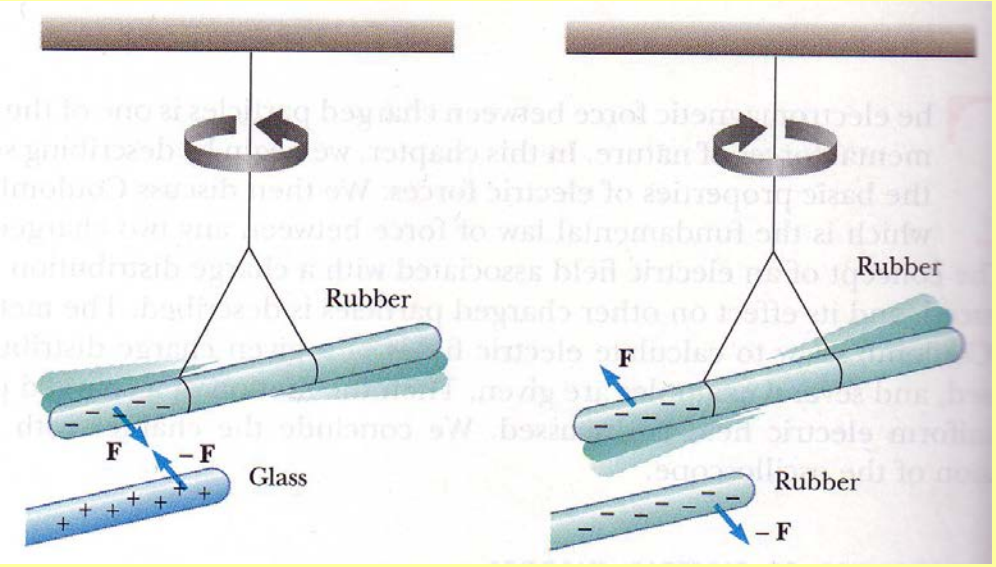




1752

Benjamin Franklin 1706 - 1790!!!

Dogovor o predznaku naboja



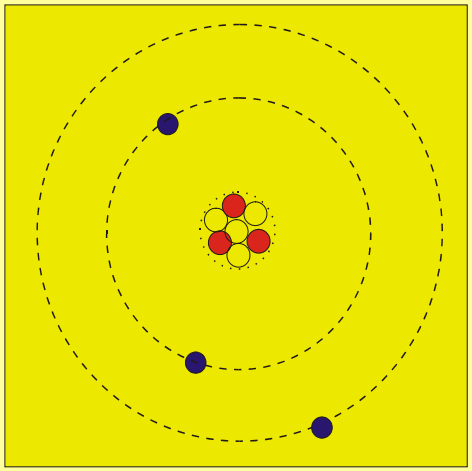
Franklin: imenujmo naboj na stekleni palici pozitiven, naboj na gumijasti pa negativen.

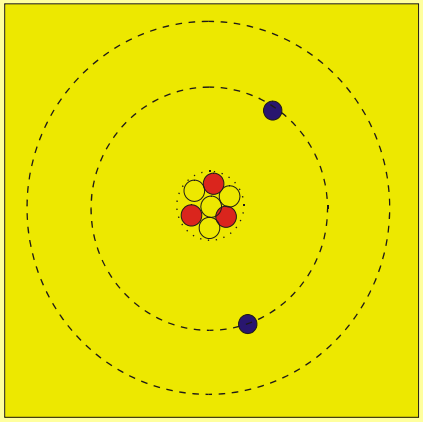
Obakrat drgnemo s svileno krpo.

Od kod elektrika oz. naboj?

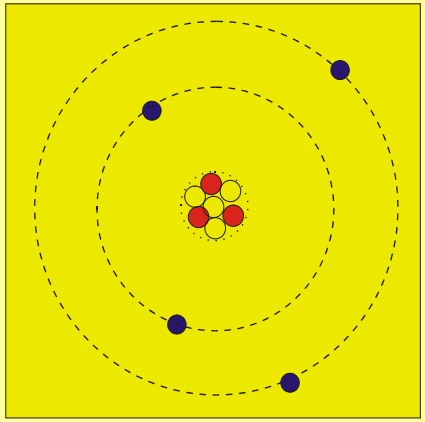
proton, + naboj

elektron, - naboj





Kation, pozitivni naboj



Anion, negativni naboj

Naboj je kvantiziran

Osnovni naboj: $e_0 = 1{,}6 \bullet 10^{-19}$ As

As = Amper sekunda ali
1 As = 1 C (Coulomb)

Proton ima naboj e_0.

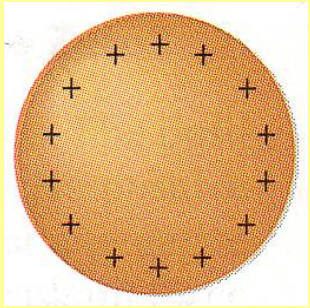
Elektron ima naboj $-e_0$.

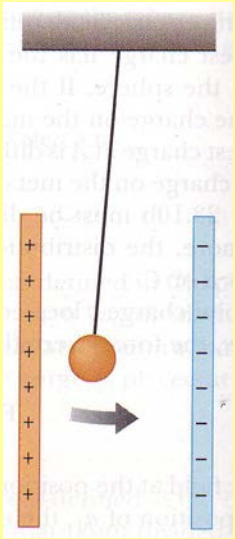
Naboj telesa $e = \pm N\, e_0$

Pravimo, da je telo *naelektreno* oz. *ima naboj*,
če pozitivni in negativni naboji niso v ravnovesju.
Naboj telesa je razlika med + in – naboji.

Porazdelitev naboja

- točkasti naboj e
- ploskovno porazdeljen naboj $\sigma = e/S$





Zakon o ohranitvi naboja

Naboj na telesu se ne spremeni, če sistemu ne dovedemo nič naboja, ali če z njega ne odvedemo nič naboja.

Prevodniki in izolatorji

V prevodnikih so nosilci naboja gibljivi naelektreni delci.

- V trdnih snoveh: elektroni na zunanjih lupinah (valenčni elektroni) – kovine.

- V kapljivinah: pozitivni in negativni ioni:

  vodna raztopina kisline $H_2SO_4 \rightarrow 2H^+ + SO_4^{2-}$

  vodna raztopina soli $NaCl \rightarrow Na^+ + Cl^-$

  vodna raztopina baze $NaOH \rightarrow Na^+ + OH^-$

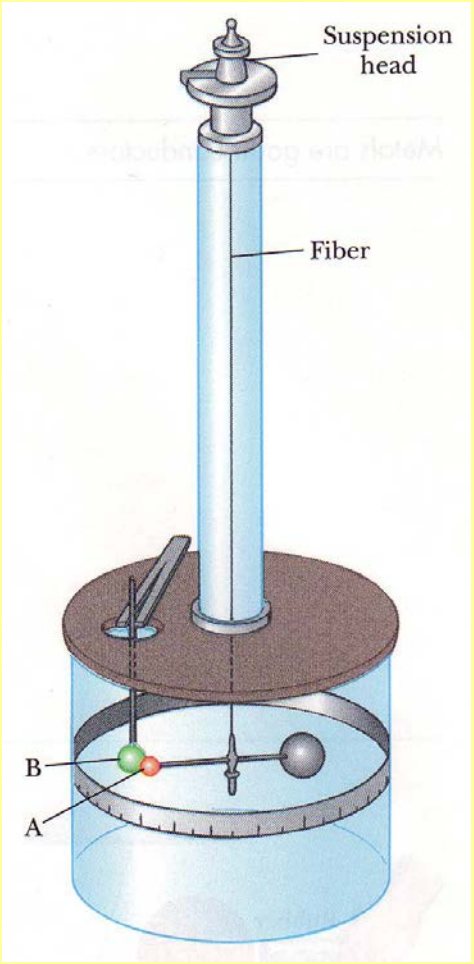
- V plinih: pozitivni in negativni ioni.

Sile med naboji: elektroskop



Elektrometer, če je umerjen.

Sile med naboji: Coulombov zakon



Charles Coulomb (1785)

Velikost sile med točkastima nabojema e_1 in e_2:

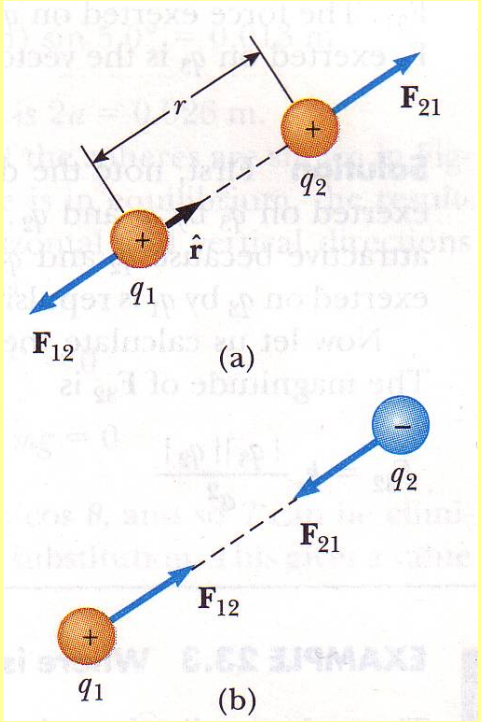
$$F = \frac{|e_1|\,|e_2|}{4\,\pi\,\epsilon_0\,r^2}$$

Influenčna (dielektrična) konstanta:

$$\epsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$$

Sile med naboji: Coulombov zakon

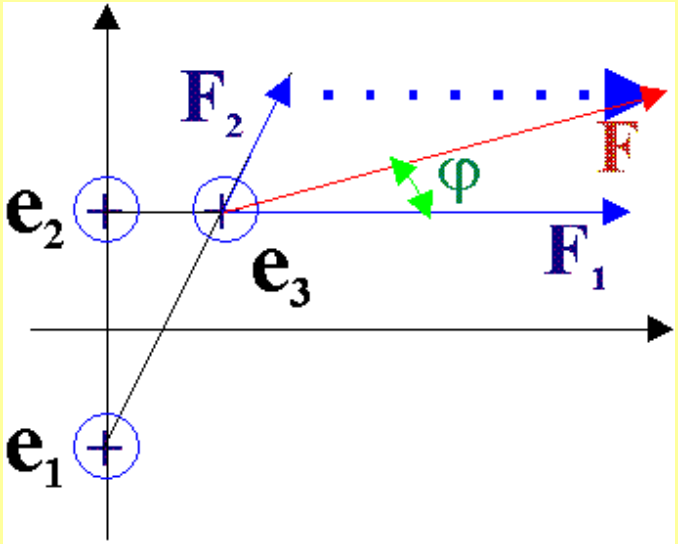
V izrazu za silo upoštevamo tudi smer sile:



$$\vec{F}_{12} = \frac{e_1\, e_2}{4\,\pi\,\epsilon_0\, r^2}\,\frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

Sile med naboji: Coulombov zakon

Primer: sila dveh nabojev na tretjega.



$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1\,F_2\,\cos\alpha$$

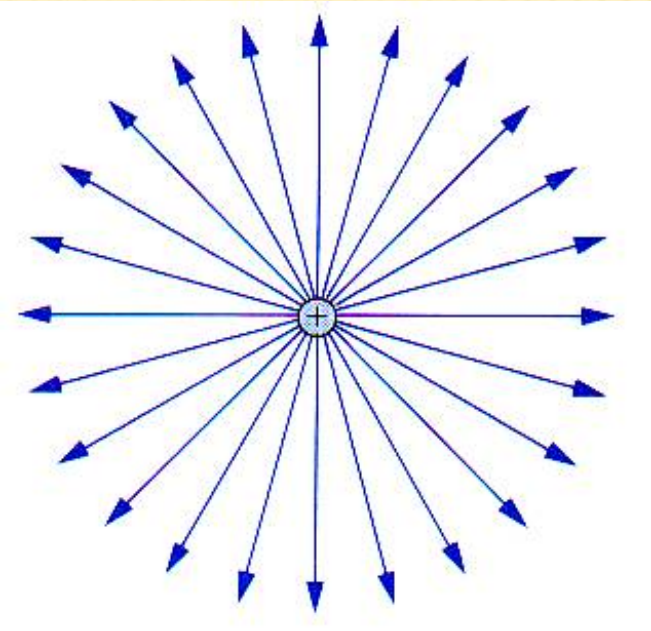
Sila med nabojema v sredstvu:

$$F = \frac{|e_1|\,|e_2|}{4\,\pi\,\epsilon_0\,r^2}\,\frac{1}{\epsilon}$$

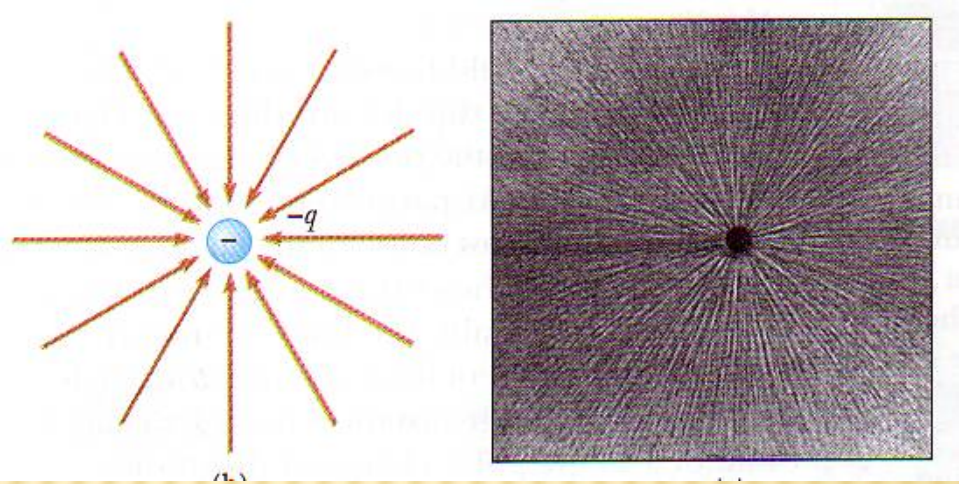
ε … dielektričnost snovi

Zrak	ε = 1,000 59
Voda	ε = 80
Etil-alkohol	ε = 26

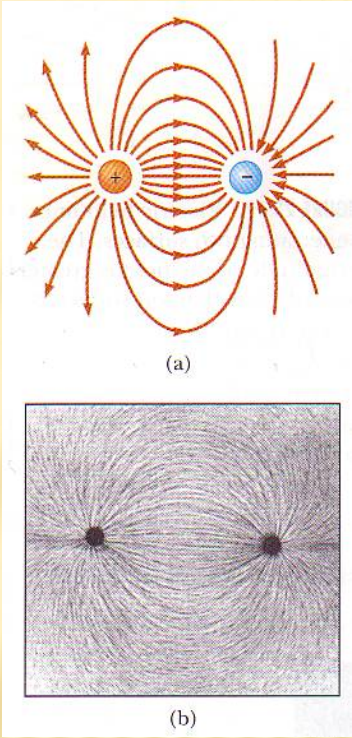
Slike električnih polj



Slike električnih polj

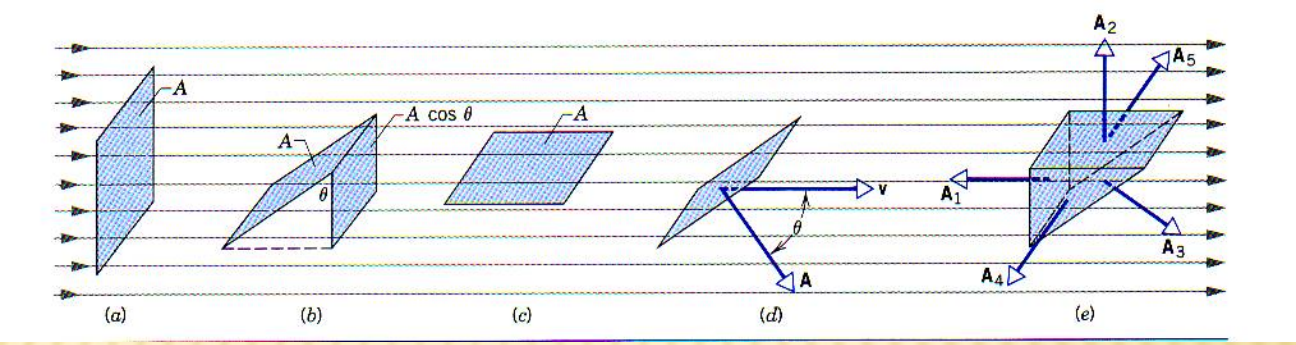


Slike električnih polj



Električni dipol

Električni pretok



Električni pretok:

$$\Phi_e = \epsilon_0 \int_{ploskev\ S} \vec{E} \cdot \vec{S}$$

Gaussov zakon

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{e}{\epsilon_0}$$

Uporaba: izračunamo električno polje okoli
- točkastega naboja,
- ravne plošče in
- enakomerno nabite krogelne lupine

Gaussov zakon

Preverjanje Gaussovega zakona:

- sila med točkastima nabojem
- znotraj prevodnika ni naboja. (Faraday, Cavendish, Maxwell)

$F \propto 1/r^{2+\delta}, \quad \delta < 3.10^{-16}$

Snov v električnem polju

Prevodnik v električnem polju

V elektrostatičnem ravnovesju:

E = 0 znotraj prevodnika. (v 10^{-16} s)
Dodatni naboj le na površini prevodnika.
E na zunanji površini = σ/ε_0 in pravokotno na površino.

Uporaba: Faradayeva kletka.

Dielektrik (izolator) v električnem polju

- Polarizacija nepolariziranih molekula ali
- orientacija v smeri zunanjega polja že polarnih molekul.

Oboje zmanjšuje električno polje v snovi:

$E_{(\text{v snovi})} = E_{(\text{če ne bi bilo snovi})} / \varepsilon$

ε je dielektričnost snovi.

Zgled:

S koliko osnovnimi naboji ($e_0 = 1.6.\ 10^{-19}$) je nabita oljna kapljica premera 10^{-6} m, če lebdi v zraku, ko se nahaja v električnem polju 13 kV/m? Gostota olja je 800 kg/m^3, gostota zraka je 1.3 kg/m^3.

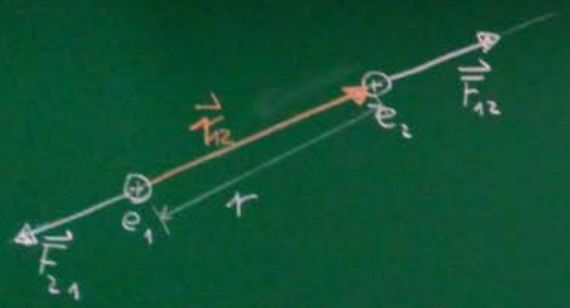
Rezultat: $e = 3{,}2.\ 10^{-19}$ As = 2 e_0.

Robert Millikan (1868--1953), okoli leta 1910 (meril 4 leta).
Dobil Nobelovo nagrado za dokaz, da je naboj kvantiziran.

Električna napetost

Delo električne sile v homogenem električnem polju.

SILA MED TOČKASTIMA NABOJEMA



velikost $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \frac{|e_1 \cdot e_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

ε_0 = dielektrična konstanta = $8{,}9 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

ENOTSKI VEKTOR V SMERI $\vec{F}_{12}$ je tudi V SMERI $\vec{r}_{12}$, to je:

$$\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

ČE JE MED NABOJEMA SREDSTVO (NE VAKUUM) $\Rightarrow$ SILA JE NEKOLIKO MANJŠA:

$$\vec{F}_{\text{vstadstvu}} = \frac{\vec{F}_{\text{vakuum}}}{\varepsilon}$$

ε ZA VAKUUM = 1

DIELEKTRIČNOST SNOVI

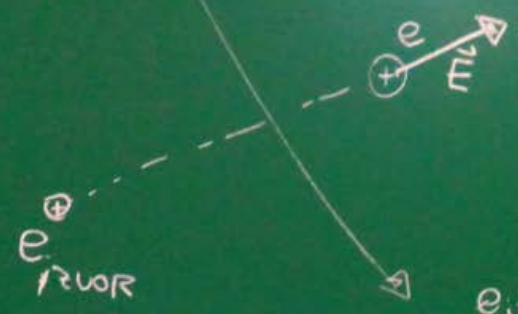
$\varepsilon_{\text{ZRAK}} = 1{,}00059$

$\varepsilon_{\text{VODA}} = 80$

ELEKTRIČNO POLJE

DEFINIRAMO TAKO, DA NAJ BO ELEKTRIČNA SILA $\vec{F}$ na naboj e

enaka: $\vec{F} = \vec{E} \cdot e$



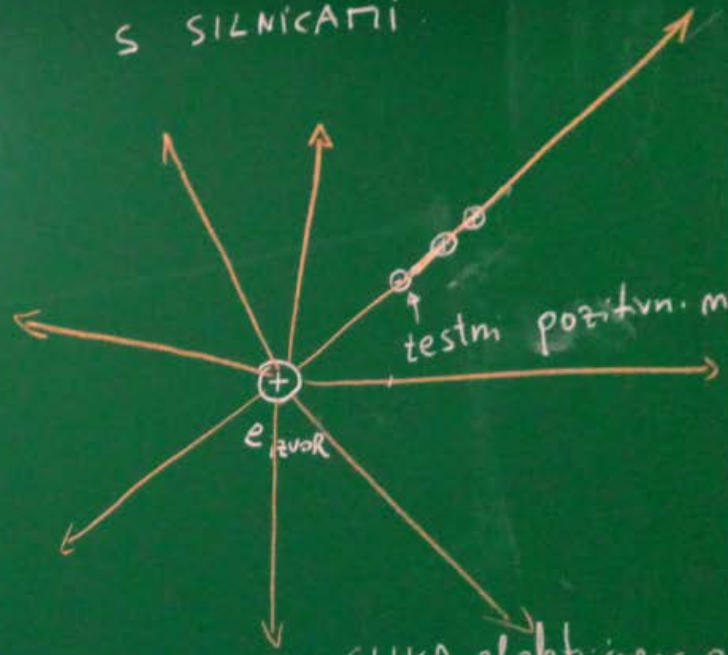
$$[E] = \frac{N}{As} = \frac{V}{m}$$

$$E = \frac{e_{izvor}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

okoli točkastega naboja

Kako manšemo električno polje okoli e_{izvor}?

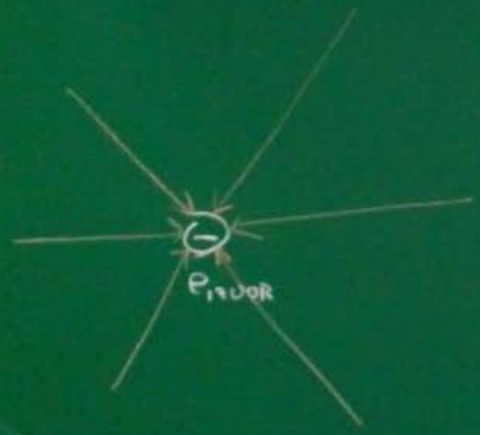
S SILNICAMI



SLIKA električnega polja okoli poz. točkastega naboja.

SILNICE IZVIRAJO IZ POZ. NABOJEV IN SE STEKAJO V NEGATIVNÉ

POLJE OKROG NEG. TOČKASTEGA NABOJA

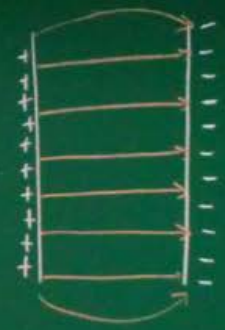


ČE SE $\vec{E}$ V PROSTORU NE SPREMINJA

(ELEKTRIČNO POLJE JE HOMOGENO),

SO SILNICE VZPOREDNE

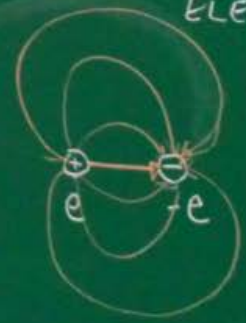
EL. POLJE MED NABITIMA PLOŠČAMA (KONDENZATOR)



zunaj

$E \approx \phi$

ELEKTRIČNI DIPOL



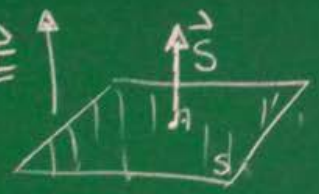
NASPROTNO ENAKA NABOJA,

MALO RAZMAKNJENA

GAUSSOV ZAKON

ELEKTRIČNI PRETOK

a) $\vec{E}$ $\vec{S}$



$\vec{E} \parallel \vec{S}$, $\vec{E}$ homogen.

$$\Phi_e = \varepsilon_0 E S, \quad [\Phi_e] = \frac{As}{\frac{V}{m} m} \cdot m^2 = As.$$

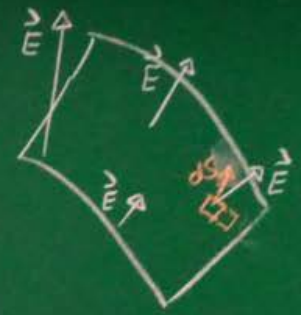
b) $\vec{E}$ in $\vec{S}$ mista vzporedna:



$$\Phi_e = \varepsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{S}$$

$\vec{E}$ = homogen.

c) $\vec{E}$ se spreminja, orientacija ploskve $\vec{S}$ tudi



$$\Phi_e = \varepsilon_0 \int_{\substack{\text{po} \\ \text{površini} \\ S}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

$$\Phi_e = \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = e$$

GAUSSOV ZAKON.

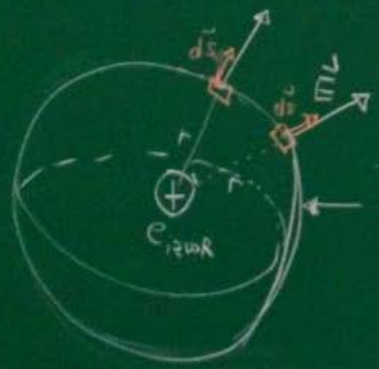
- Φ_e: zaprta ploskev
- e: ujeti naboj znotraj zaprte ploskve.

$d\vec{S}$ in $\vec{E}$ sta po celi sferi vzporedna

$$\vec{E} \cdot d\vec{S} = E\, dS$$

(E: konstanta)

① $\vec{E}$ okoli točkastega naboja:



smer RADIALNA (ZARADI SIMETRIJE)

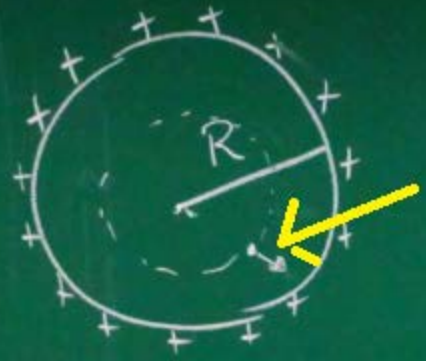
sfera naj bo "zaprta ploskev" po kateri računamo pretok

$$\boxed{\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}} = \varepsilon_0 E \oint dS = \varepsilon_0 E\, 4\pi r^2 = \boxed{e_{izvor}}$$

- $\oint$: po sferi
- $\oint dS$: po sferi
- enako ujetemu naboju

$$E = \frac{e_{izvor}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

② PREVODNA KROGLA



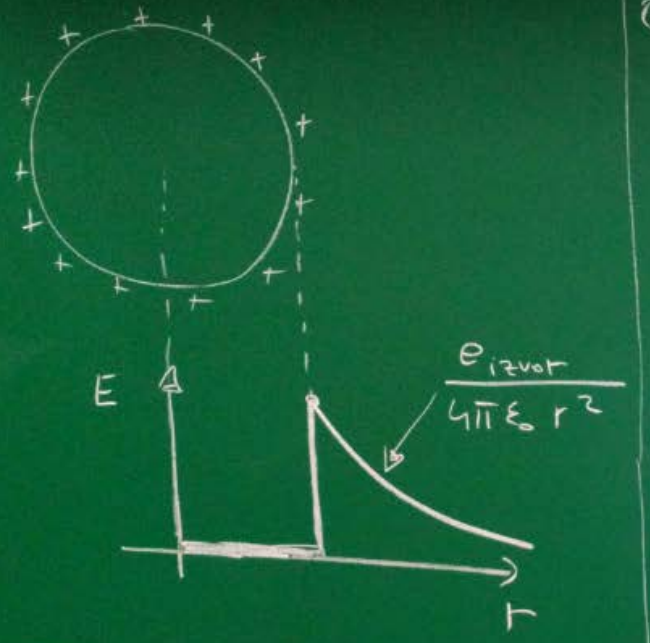
? .. ni možno! Saj znotraj ni naboja. Zato E=0 znotraj prevodnika

zaradi simetrije $\Rightarrow E_{zunaj}$ radialen

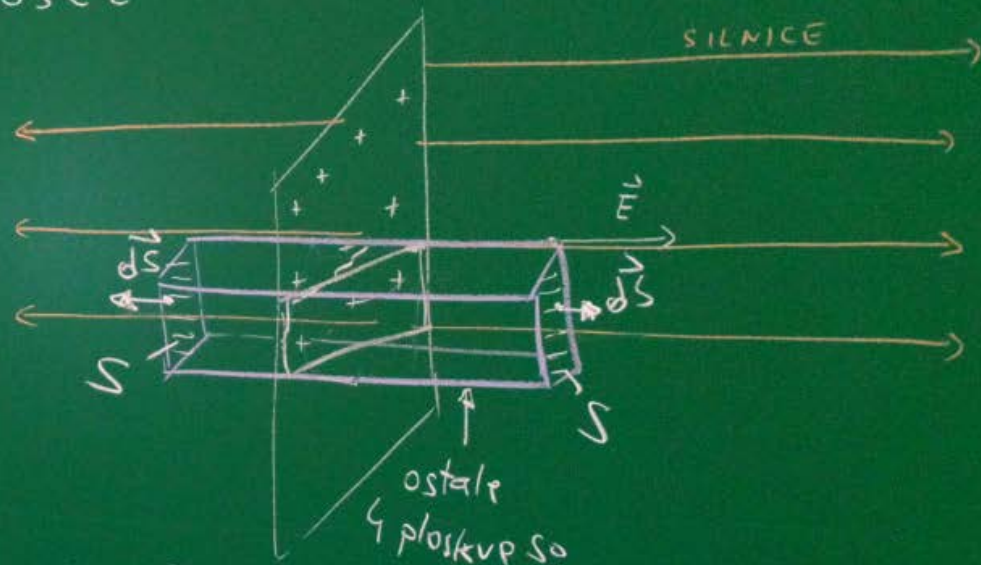
in $E = \dfrac{\varepsilon_{na\ krogli}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ V

$\vec{E}$ ZNOTRAJ KROGLE?

JE NIČ! FARADEYEVA KLETKA



③ ELEKTR. POLJE OKOLI ENAKOMERNO NABITE (σ v As/m^2) NESKONČE PLOŠČE



e ← znotraj S $= \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \int_{plašč} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \varepsilon_0 \int_{plostvi} \vec{E} \cdot d\vec{S} =$

Φ ; S

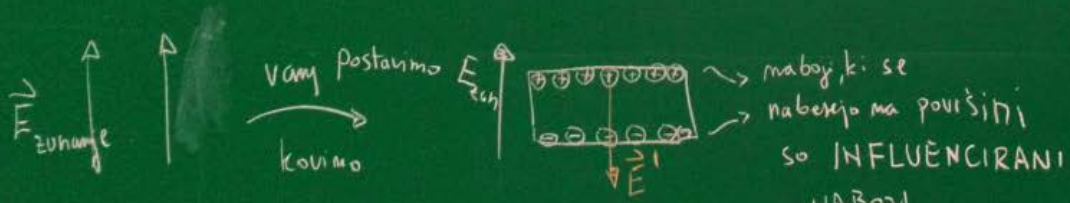
$= \varepsilon_0 \, 2ES$

$$E = \frac{e_{\text{znotraj ploskve}}}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

$e_{\text{znotraj ploskve}} = \sigma \cdot S$

SNOV V ELEKTRIČNEM POLJU

① PREVODNIKI (kovine)

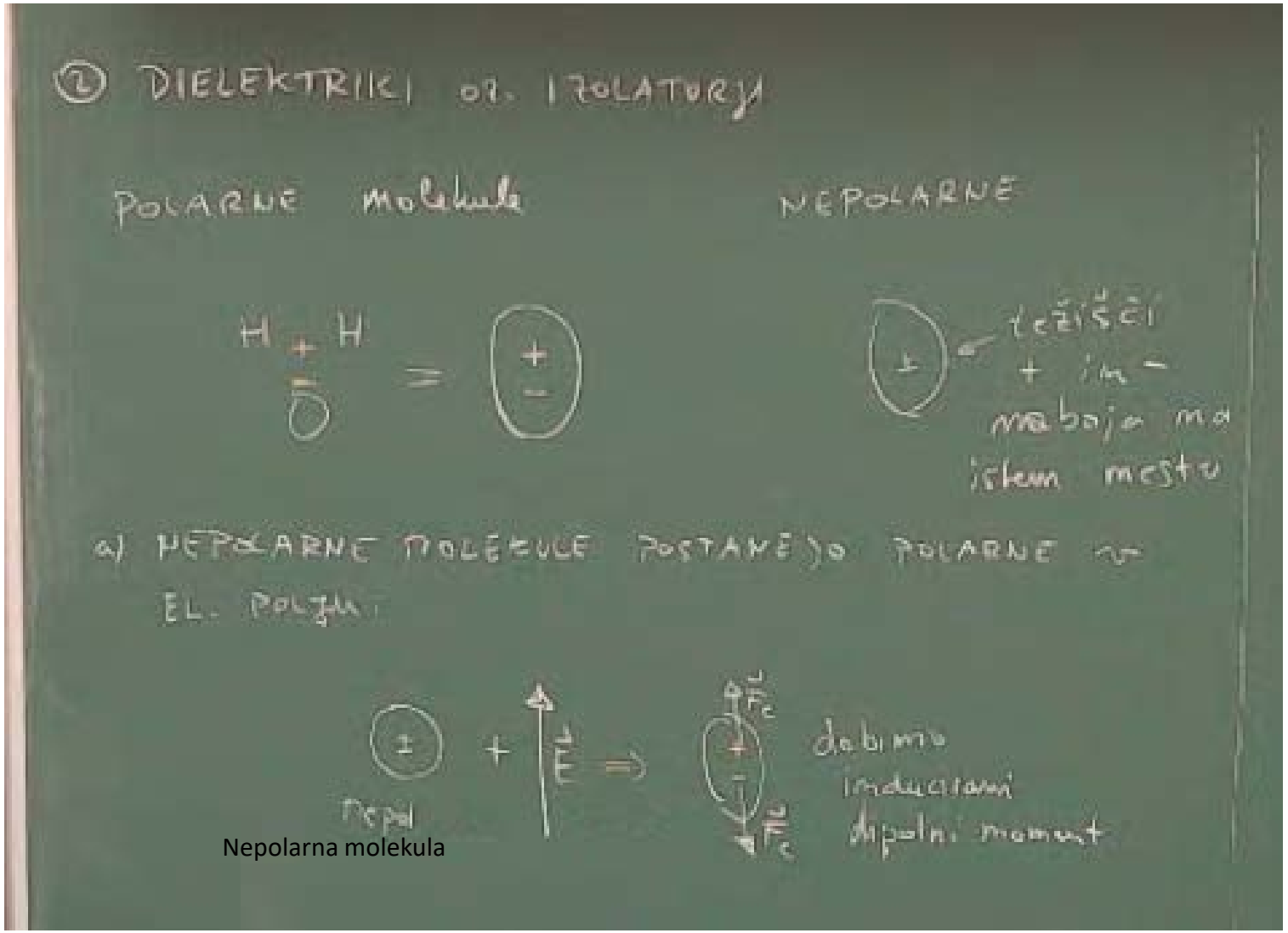


PRESTAVLJANJE NABOJEV SE ZAKLJUČI, KO JE DODATNO POLJE $\vec{E}'$ NASPROTNO ENAKO $\vec{E}_{\text{zun}}$ TAKRAT JE EL. POLJE V KOVINI ENAKO ϕ.

POJAV IMENUJEMO INFLUENCA & RAZMAKNITEV NABOJEV V ZUN. EL. POLJU.

FARADEYEVA KLETKA: prevodna škatla, v njo ne prodre zunanje el. polje

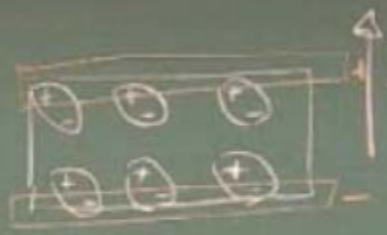
Uporaba: zaščita pred el. motnjami.



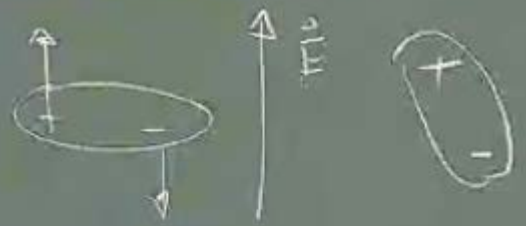
Nepolarna molekula



postavimo v $\vec{E}_{zun}$ in se molekule obrnejo



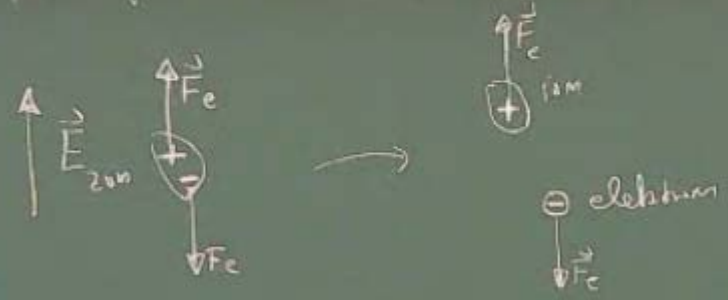
zaradi tega obračanja molekul je polje v snovi nekoliko manjše od $\vec{E}_{zun}$:



$$\vec{E}_{v\ snovi} = \frac{\vec{E}_{zunanje}}{\varepsilon}$$

ε ← dielektričnost snovi

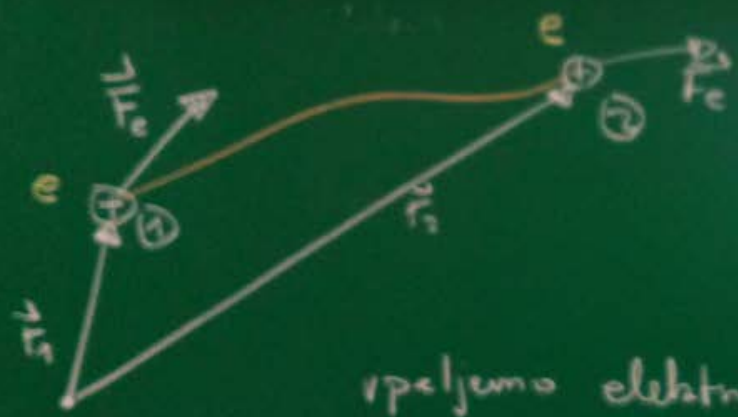
Dovolj velika $\vec{E}_{zun}$ lahko razbije molekulo na elektron + ion:



PREBOJNA JAKOST EL. POLJA → ko preskoči iskra

V suhem zraku je $\approx 30\ kV/cm$

ELEKTRIČNO DELO, ENERGIJA, POTENCIAL in NAPETOST



DELO $\vec{F}_e$:

$$A_{el} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} e\,\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

vpeljemo električno energijo

$$\Delta W_e = -A_{el} = -e\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{E}\cdot d\vec{r} \equiv e\,(V_2 - V_1) = e\,U$$

$(V_2 - V_1)$: RAZLIKA POTENCIALOV MED ② in ①

U: NAPETOST

$$U = V_2 - V_1 = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2}\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

ENOTA:

$$[U] = [V] = \frac{J}{As} \equiv \frac{\text{Volt}}{V}$$

potencial

oz. $J = AV \cdot s.$

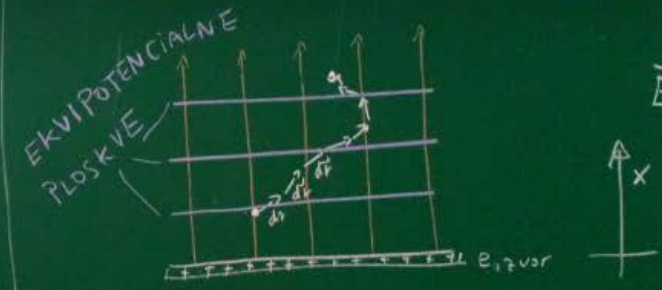
KJE JE NIČLA potenciala?

a) ELEKTRODA POVEZANA Z ZEMLJO, potencial = ϕ.

b) DALEČ STRAN OD VSEH NABOJEV JE $V = \phi$.

TOST

EL. POTENCIAL in NAPETOST v HOMOGENEM EL. POLJU



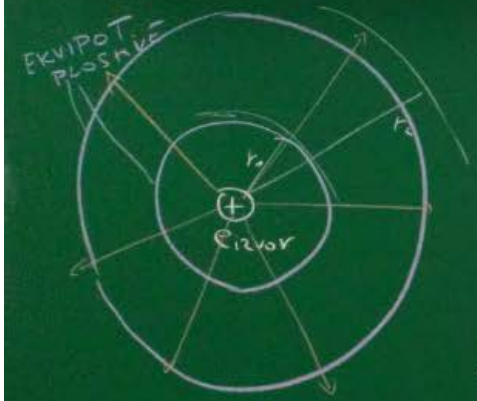
$$\vec{E} = (E, \phi, \phi)$$

$$V_2 - V_1 = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (E, \phi, \phi) \cdot (dx, dy, dz) =$$

$$= -\int_{x_1}^{x_2} E\, dx = -E(x_2 - x_1)$$

POTENCIAL SE VZDOLŽ SILNICE ZMANJŠUJE

ELEKTRIČNI POTENCIAL TOČKASTEGA NABOJA



$$E_{(r)} = \frac{e_{izvor}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$V_2 - V_1 = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{e_{izvor}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr =$$

$$= \frac{e_{izvor}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Potencial je:

$$V = \frac{e_{izvor}}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

ZAKAJ ?

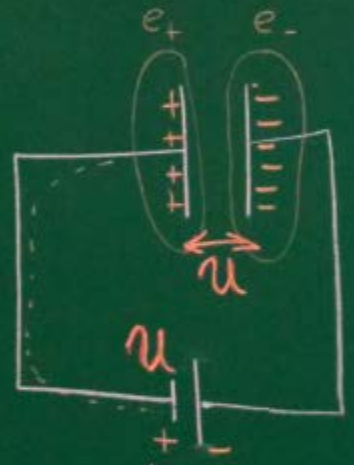
↳ S potencialom V je lažje računati (skalar!) kakor z vektorji $\vec{E}$

Npr. pri poljubni porazdelitvi nabojev v prostoru najbrž izračunamo $V(\vec{r})$, šele potem $E_x = -\frac{dV}{dx}$, $E_y = -\frac{dV}{dy}$ in $E_z = -\frac{dV}{dz}$.

ELEKTRIČNI STIK: ČE TELESI Z RAZLIČNIM POTENCIALOM POVEŽEMO S PREVODNIKOM, SE NABOJI PRETAZPOREDIJO TAKO, DA JE NA KONCU NA OBEH TELESIH ENAK POTENCIAL.

KONDENZATOR

↳ NAPRAVA V KATERI LAHKO SHRANIMO EL NABOJ



VIR ENOSMERNE NAPETOSTI

NABOJ NA KONDENZATORJU

$$e = e_+ = |e_-|$$

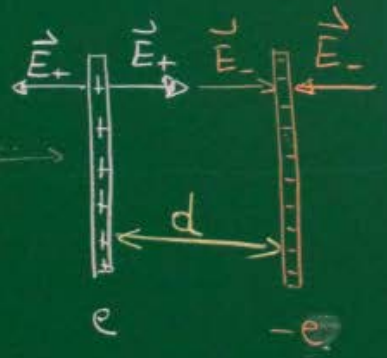
$$e = C \cdot U$$

↑ kapaciteta kond.

ENOTA $[C] = \frac{As}{V} = F$ (FARAD)

KAPACITETA PLOŠČNEGA KONDENZATORJA

imamo dve veliki plošči, nabiti z nasprotno enakim nabojem



$$E_+ = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad \sigma = \frac{e}{S}$$

S ... površina plošče

$$E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Torej: med ploščama $E = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Zunaj kond. se prispeuka obeh plošč ODŠTEJETA.

ZUNAJ $\approx$ NI POLJA

$$E = \frac{e/S}{\varepsilon_0} = \frac{e}{S\varepsilon_0}$$

$$U = E\,d$$

$$\frac{U}{d} = \frac{e}{S\varepsilon_0}$$

$$e = \boxed{\frac{S\varepsilon_0}{d}} \cdot U$$

C

$$C = \varepsilon \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

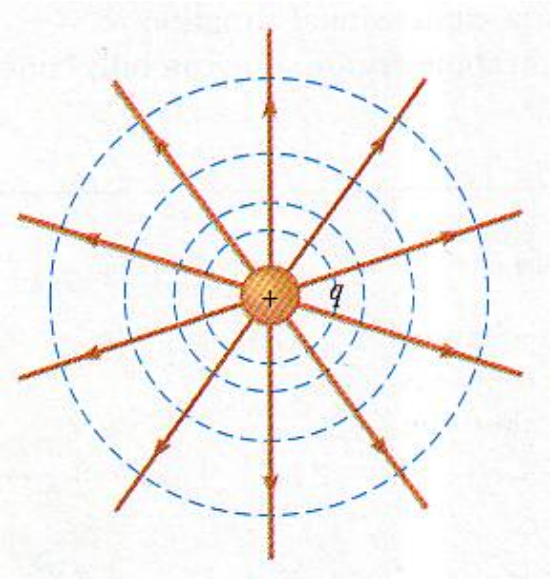
ε = dielektričnost snovi med ploščama kondenz.

Električni potencial točkastega naboja

$$\Delta W_e = -A_{elektricne} = -\int_{r1}^{r2} \frac{e\, e_0}{4\,\pi\epsilon_0\, r^2} = \frac{e\, e_0}{4\,\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = e\,\Delta V$$

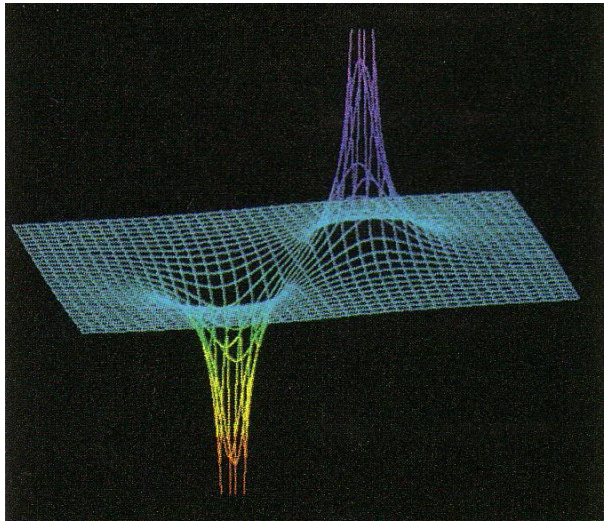
$$V = \frac{e_0}{4\,\pi\,\epsilon_0\, r}$$

Električni potencial točkastega naboja



Ekvipotencialne ploskve

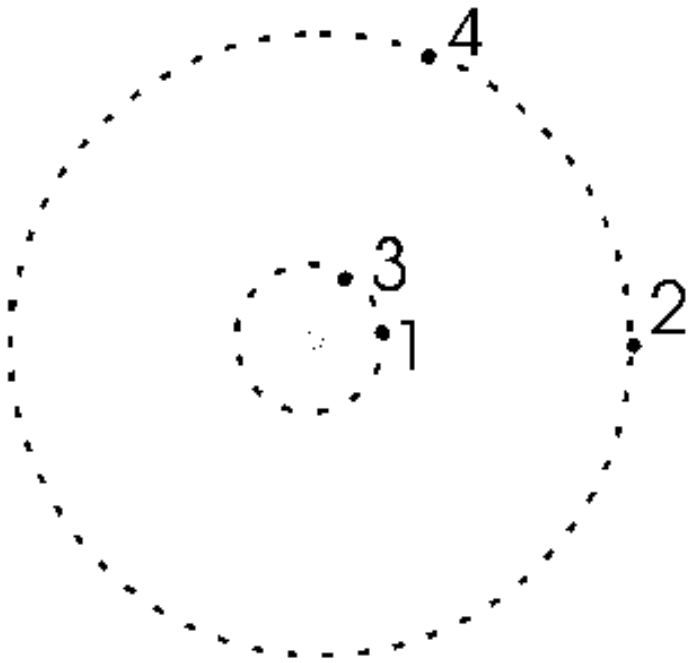
Električni potencial ????



Električni potencial točkastega naboja

Zgled:

Majhna kroglica je naelektrena s pozitivnim nabojem.
Na razdalji 40 cm od kroglice je električna poljska jakost enaka 4 V/m. Kolikšna je napetost med točkama 1 in 2, če je prva točka na razdalji r_1 (5 cm), druga pa na razdalji r_2 (25 cm) od kroglice?
Kolikšo delo je potrebno, da premaknemo naboj e = -2μAs iz 1 => 3 => 4?



R: A = $-2{,}1 \cdot 10^{-5}$ J

Električni potencial, kako do polja E?

$$dV = -\vec{E} \cdot \vec{dr}$$

V 1 D: $$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

V 3 D: $$\vec{E} = -\nabla V$$

(gradient)

Uporaba: račun električnega polja poljubne porazdelitve nabojev.

Vrste kondenzatorjev

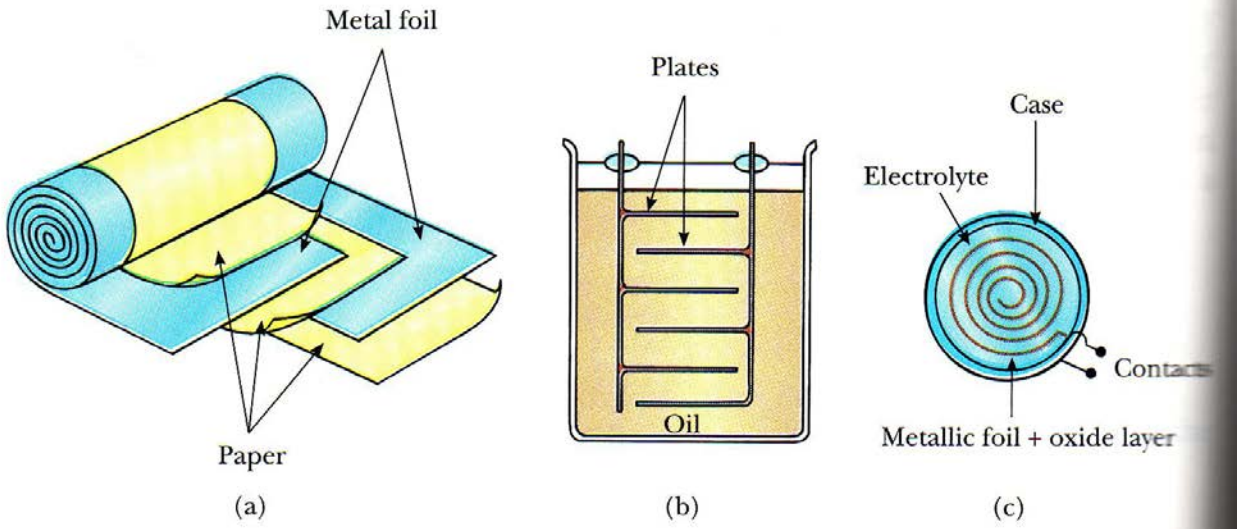


FIGURE 26.12 Three commercial capacitor designs. (a) A tubular capacitor whose plates are separated by paper and then rolled into a cylinder. (b) A high-voltage capacitor consists of many parallel plates separated by insulating oil. (c) An electrolytic capacitor.

Uporaba kondenzatorjev

- meritve majhnih premikov
- meritve spremembe dielektričnosti

Uporaba kondenzatorjev

Zgled: ***Defibrilator*** **je naprava, ki jo uporabljajo v medicini za vzpostavljanje normalnega srčnega ritma v primeru srčnega napada, pri nesrečah z električnim tokom in pri aritmiji srca. Deluje podobno kakor bliskovna svetilka pri fotografskem aparatu. Elektrodi defibrilatorja v obliki loparjev pritisnemo pacientu na prsi in skozenj izpraznimo kondenzator, ki smo ga prej nabili na visoko napetost. Vzemimo, da je kapaciteta kondenzatorja 100 μF in napetost 5000 V. Kolikšna je električna energija kondenzatorja? Kolikšna je moč električnega sunka, ki ga dobi pacient, če se kondenzator izprazni v $2 \cdot 10^{-3}$ s in, če gre skozi pacienta le 20% energije kondenzatorja?**

Podatki: Kapaciteta $C = 100\,\mu\mathrm{F}$, napetost $U = 5000\,\mathrm{V}$, čas $t = 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}$ in izkoristek $\eta = 0{,}2$.

Električna energija kondenzatorja je $W_e = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}} \cdot (5\,000\,\mathrm{V})^2 = 1250\,\mathrm{J}$.

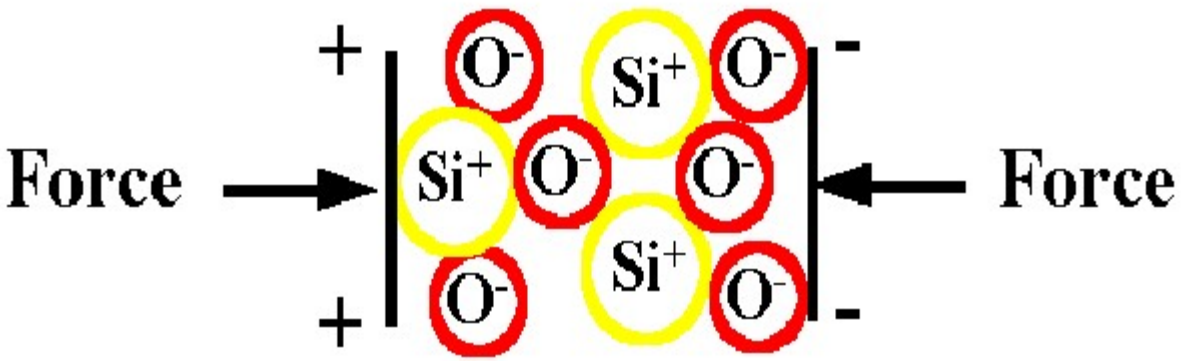
Skozi pacienta se sprazni le 20% električne energije kondenzatorja, to je $W_e^{'} = \eta\, W_e = 0{,}2 \cdot 1250\,\mathrm{J} = 250\,\mathrm{J}$.

Moč električnega sunka je enaka kvocientu električne energije, ki gre skozi pacienta, in dolžine sunka:

$$P = \frac{W_e^{'}}{t} = \frac{250\,\mathrm{J}}{2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}} = 1{,}25 \cdot 10^5\,\mathrm{W} = 125\,\mathrm{kW}\ .$$

Odgovori: Električna energija je 1250 J. Moč električnega sunka je 125 kW.

Piezoelektrični efekt

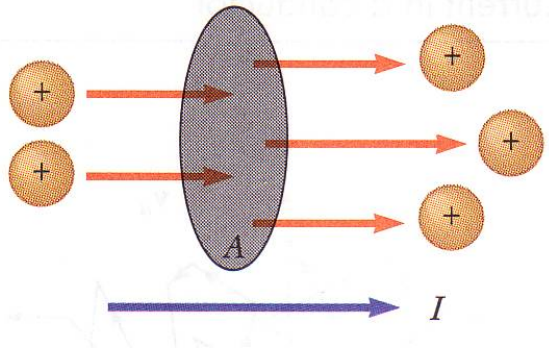


Zaradi sile na stranice kristala se kristal
deformira in se na stranicah pojavi električni naboj.

In obratno:

Če kristal postavimo v električno polje (stranice priključimo na napetost)
se kristal deformira.

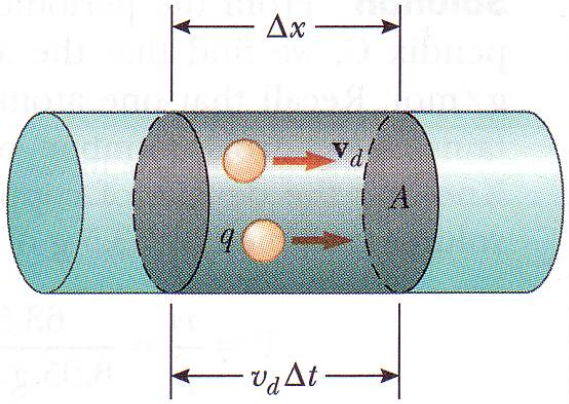
Električni tok in upor



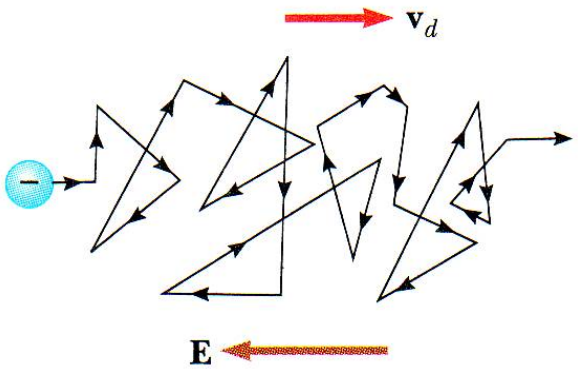
$$I = \frac{de}{dt}$$

Enota A (amper)

Električni tok in upor



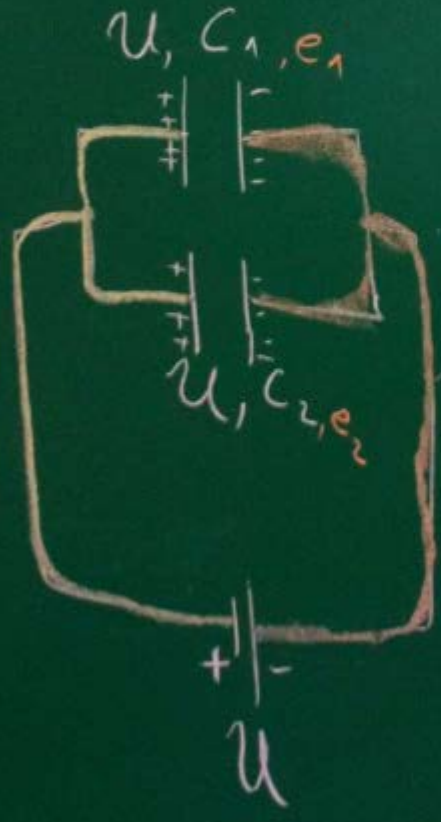
Električni tok in upor



VEZAVE KONDENZATORJEV

2) VZPOREDNA VEZAVA

(na obeh enaka napetost)



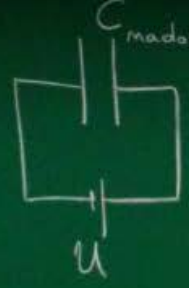
skupni naboj

$$e = e_1 + e_2 = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2) U$$

$$\| $$

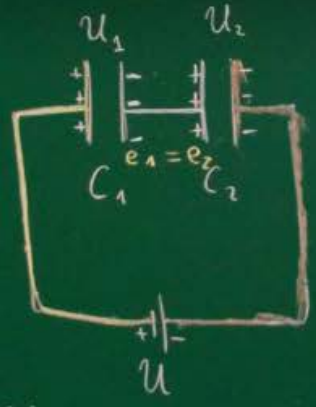
$$C_{nadomestna}$$

nadomestna kapaciteta



$C_{nadomestni} = C_1 + C_2$.

b) ZAPOREDNA VEZAVA



nadomestimo



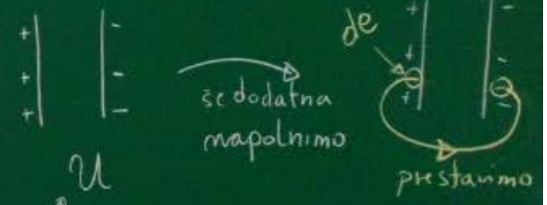
$$\frac{1}{C_{nadomestna}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} .$$

$U = \frac{e}{C}$ $\quad U_1 + U_2 = U$

upoštevajmo $e = e_1 = e_2$

$$\frac{e_1}{C_1} + \frac{e_2}{C_2} = \frac{e}{C_{nadomestni}}$$

DELO PRI POLNJENJU KOND. IN ENERGIJA KONDENZATORJA



pri tem opravimo delo.

$dA = de \cdot U$

delo, ki ga opravimo pri spremembi od $e_1 \rightarrow e_2$:

$dA = de\ U$

$$A = \int_{e_1}^{e_2} de\, U_{(e)} = \int_{e_1}^{e_2} de \cdot \frac{e}{C} = \frac{1}{C}\left(\frac{e_2^2}{2} - \frac{e_1^2}{2}\right)$$

DEFINIRANO ENERGIJO KOND:

$$W_c = \frac{e^2}{2C} = \frac{(CU)^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

ENERGIJO KOND. pripišimo električnemu polju v njem:

$$W_c = \frac{CU^2}{2} = \frac{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}(Ed)^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \underbrace{Sd}_{\text{prostornina kondenz.}} E^2}{2}$$

$\frac{1}{2}$ krat prostornina v kateri je el. polje različno od nič

$$\frac{W_c}{V} \equiv \underbrace{\text{gostota energije el. polja}}_{w_e} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \quad \left[\frac{J}{m^3}\right]$$

$\left(\frac{As}{Vm}\cdot\frac{V}{m}\right)$

GOSTOTA ENERG. EL. POLJA



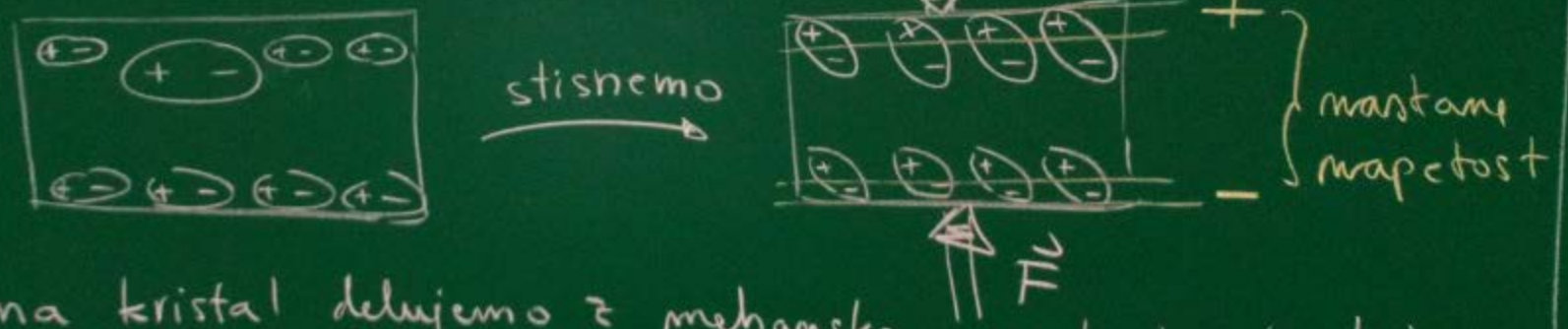
prazen kond

polni kond., V NJEM JE EL. POLJE

Uporaba kond.: – spominski elementi v računalnikih

– v raznih merilnikih merimo majhne spremembe C-jev.

PIEZOELEKTRIČNOST



Ko na kristal delujemo z mehansko napetostjo (silo) površini, kristala postaneta nasprotno nabiti.
(pojavi se električna napetost)

TUDI OBRATEN POJAV; npr. generator ULTRAZVOKA.

ELEKTRIČNI TOK

↳ usmerjeno gibanje električnih nabojev



DEF: TOK I = naboj e, ki se v času t pretoči skozi ploskev S $= \frac{e}{t}$

Smer toka je določena kot smer gibanja pozitivnih nabojev.

V KOVINAH VELJA OHMOV ZAKON:

$$U = R \cdot I$$

↳ upor

upor žice je odvisen od geometrije in lastnosti snovi: (specifična upornost)

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{S}$$



SNOV	ς (specifični upor)
BAKER	$0{,}018\ 10^{-6}\ \Omega m$
GERMANIJ (polprevodniki)	$0{,}46\ \Omega m$
človeška koža	$6 \cdot 10^{5}\ \Omega m$
steklo (izolator)	$10^{10} - 10^{14}\ \Omega m$



$I = 0{,}4\,A$

$U = 230\,V$

$R_{žarnice} = \frac{U}{I} =$

$= \frac{230\,V}{0{,}4\,A} = 575\,\Omega$ ← KER JE VROČA!

IZMERIMO UPOR ŽARNICE

$R = 40\,\Omega$ ← HLADNA

V KOVINAH UPOR RASTE S TEMPERATURO

$$\Delta R = R \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

α ... temperaturni koef upora

$\alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$ ZA VOLFRAM.

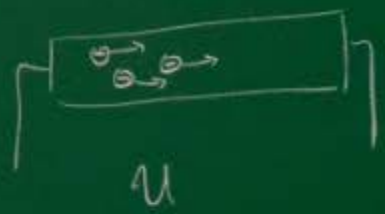
UPOROVNI MERILNIK TEMPERATURE

Pt 100

↑ PLATINA, 100 Ω PRI SOBNI TEMP.

ELEKTRIČNA ENERGIJA in MOČ

eU ... električno delo, ki ga naboj dobi, ko preteče skozi porabnik pod napetostjo U.



PRI UPORNIKIH GRE $Ue \rightarrow$ toploto.

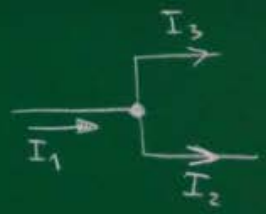
U

$$A_{el} = e \cdot U \ /:t$$

$$P_{el} = I\,U \quad \rightarrow \text{ker } I = \frac{e}{t}.$$

ELEKTRIČNA VEZJA in KIRCHHOFFOVI IZREKI

1. K. I.:



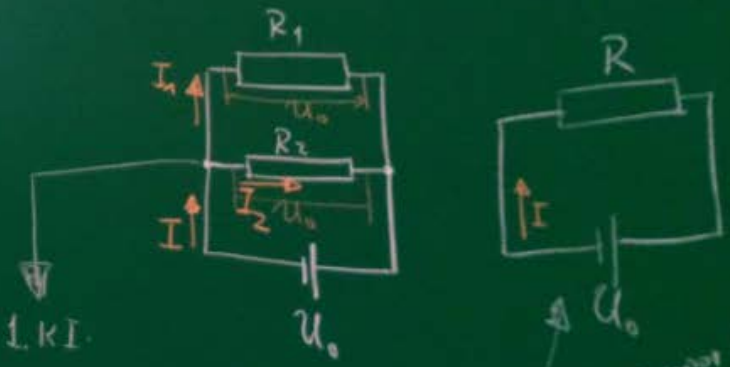
$$I_1 = I_3 + I_3$$

2. K. I.:



PRIMERA:

Vzporedna vezava uporov:



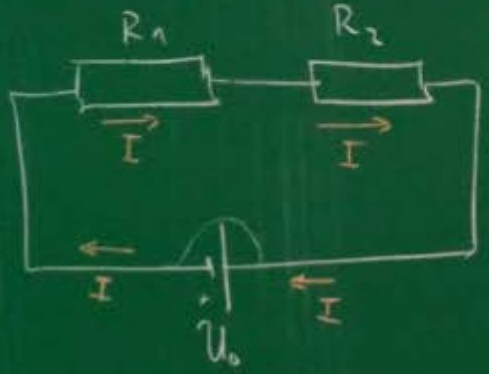
$$I = I_1 + I_2$$

nadomestni upor R

$$\frac{U_0}{R} = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Zaporedna vezava uporniков:



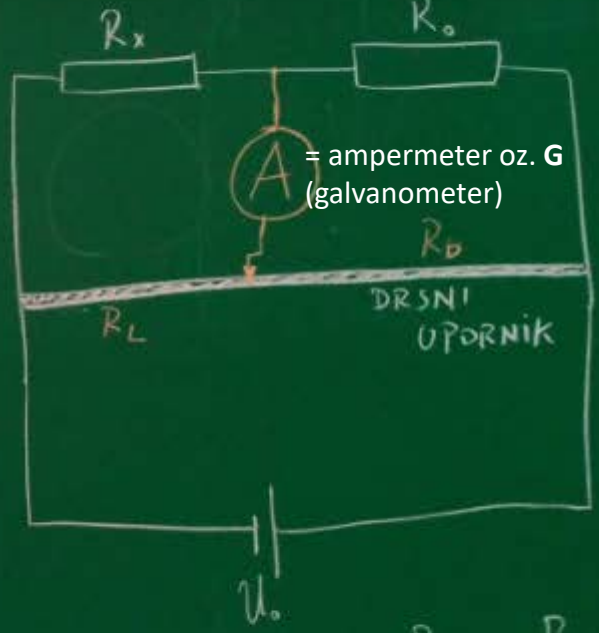


2. kI: $U_0 = R_1 I + R_2 I$

$U_0 = R_{nadomestni} \cdot I$

$R_{nadomestni} = R_1 + R_2$

WHEATSTONOV upornI mostiček



VELJA, ČE $\frac{R_L}{R_D} = \frac{R_x}{R_0}$ potem

skozi (G) ne teče tok.

GENERATORJI, NOTRANJI UPOR



Ko skozi generator ne teče tok $\Rightarrow$ na njem izmerimo U_0 ... gonilno napetost

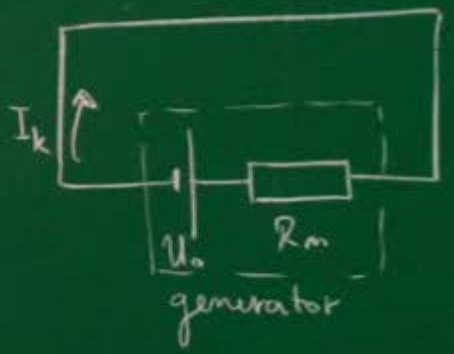


Ko skozi generator teče tok, se lahko napetost na generatorjeu zmanjša.

generator: U_0 + notranji upor

Kratkostični tok

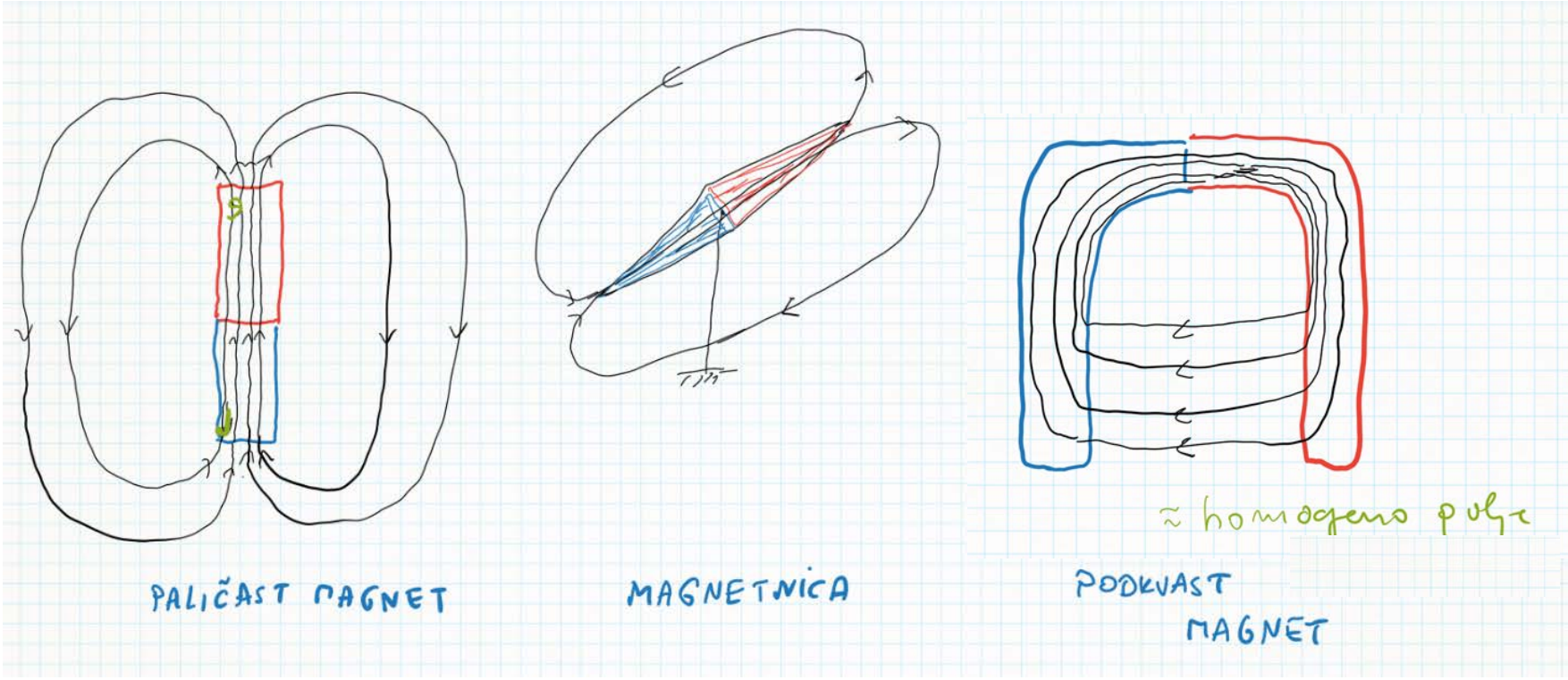
$$I_k = \frac{U_0}{R_m}$$



Magnetno polje

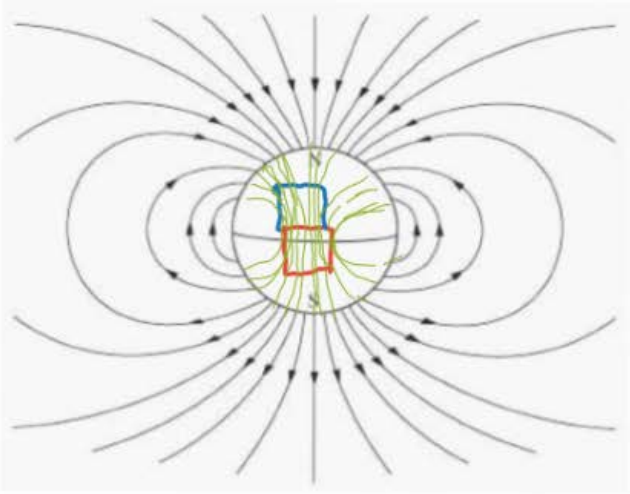
Trajni magneti, severni in južni magnetni pol, zemeljsko magnetno polje
Poglejmo https://eucbeniki.sio.si/fizika9/196/index2.html

Silnice magnetnega polja.
Dogovor: **Silnice zunaj magneta izvirajo v severnem magnetnem polju in se stekajo v južnega.**



Magnetno polje

Zemeljsko magnetno polje



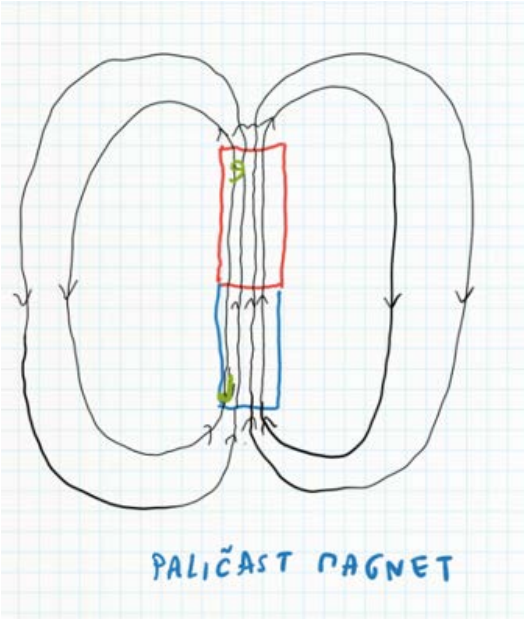
Slika 3.1: Magnetno polje okoli Zemlje je podobno polju magnetnega dipola. Zemeljsko magnetno polje se obrača s periodo (neredno!) manj od miljona let. Deklinacija je neujemanje magnetnega in geografskega pola. V naših krajih kompas kaže 4° proti zahodu.

NA JUŽNEM GEOGRAFSKEM POLU JE PRIBL. SEVERNI MAGNETNI POL.

Magnetno polje

Kaj se zgodi s paličastim magnetom, ko pade na tla in se razbije na pol?

A) Dobimo dva magneta – vsak ima severni in južni pol.
B) Dobimo kosa, kjer ima eden le severni pol, drugi le južni pol.



Poglejmo:
https://eucbeniki.sio.si/fizika9/196/index2.html

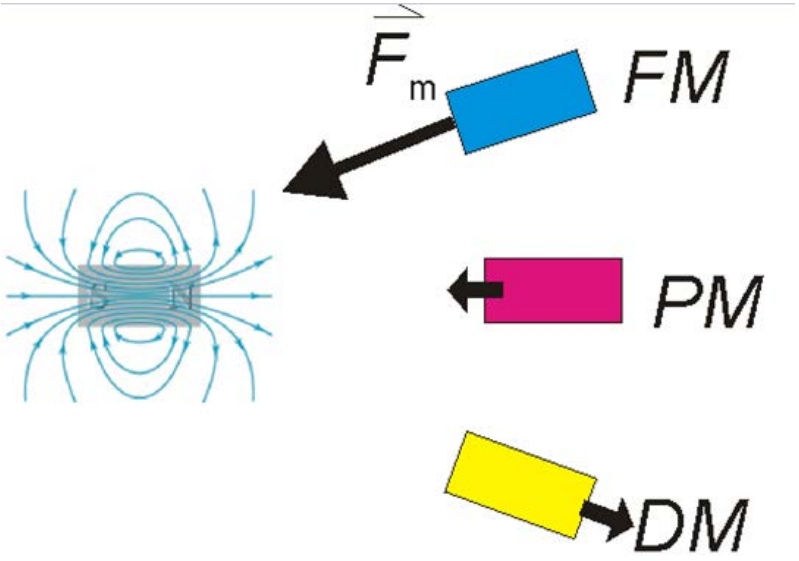
Magnetno polje

Mikroskopska slika magnetizma: nekateri atomi se obnašajo kakor male magnetnice!

Feromagnetne snovi se v magnetnem polju namagnetijo in jih magneti privlačijo. Tudi, ko jih vzamemo iz magnetnega polja lahko ostanejo magnetne.

Paramagnetne snovi magnetno polje s šibko silo privlači.

Diamagnetne snovi magnetno polje šibko odbija.



$$\vec{B}_{snov} = \mu \vec{B}_{okolica}$$

μ je *permeabilnost*.

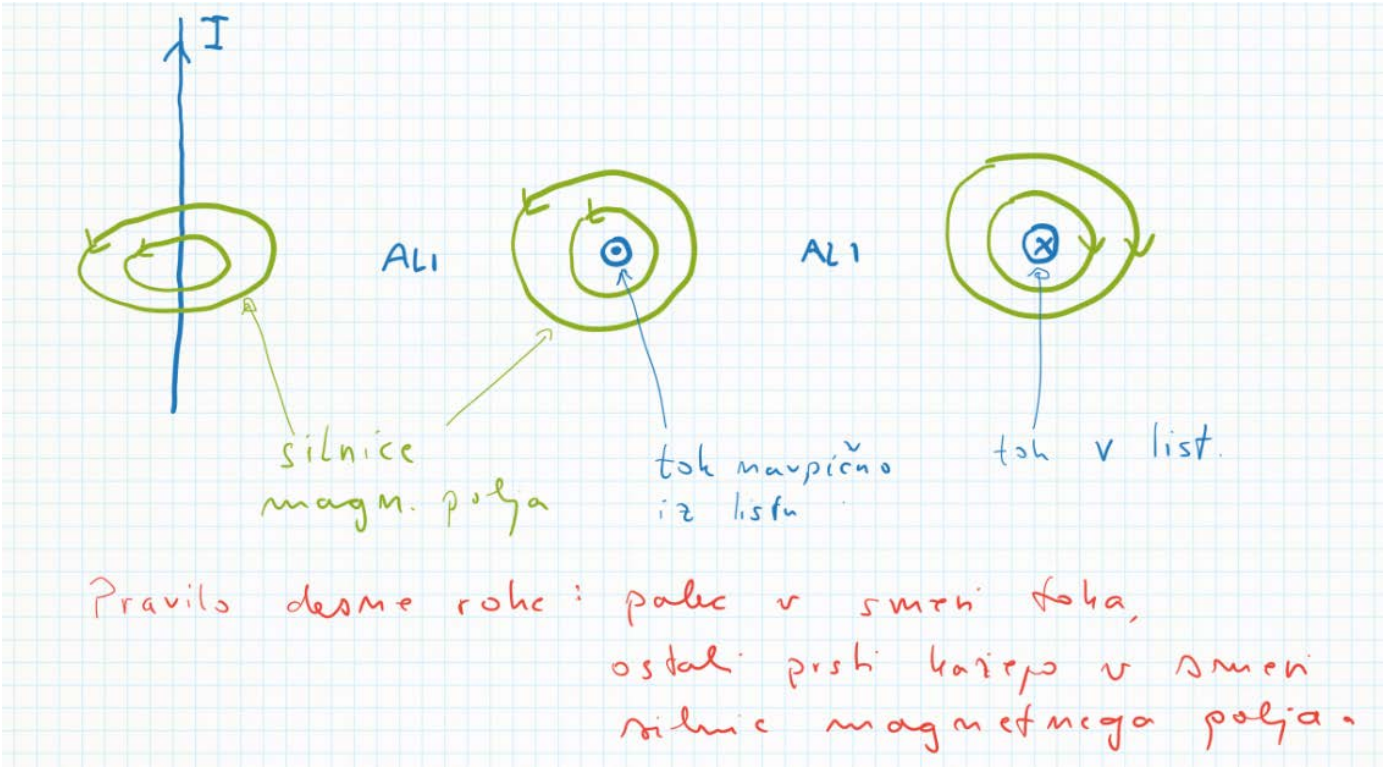
Magnetno polje

Magnetno polje nastane tudi okoli električnih tokov!

Poglejmo: https://eucbeniki.sio.si/fizika9/199/index.html

Oerstedov poskus (1819).

Magnetno polje okoli dolgega ravnega vodnika:

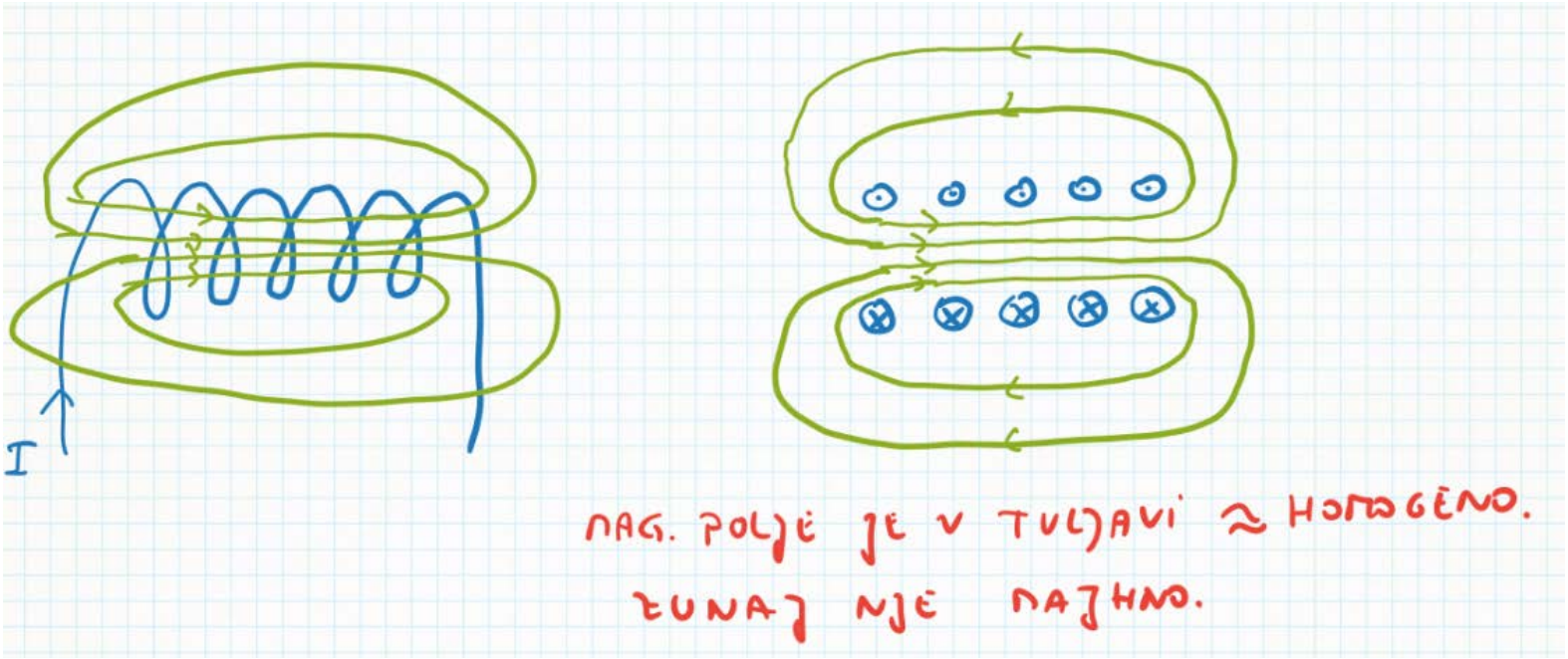


Magnetno polje

Magnetno polje nastane tudi okoli električnih tokov!

Magnetno polje okoli dolge tuljave:



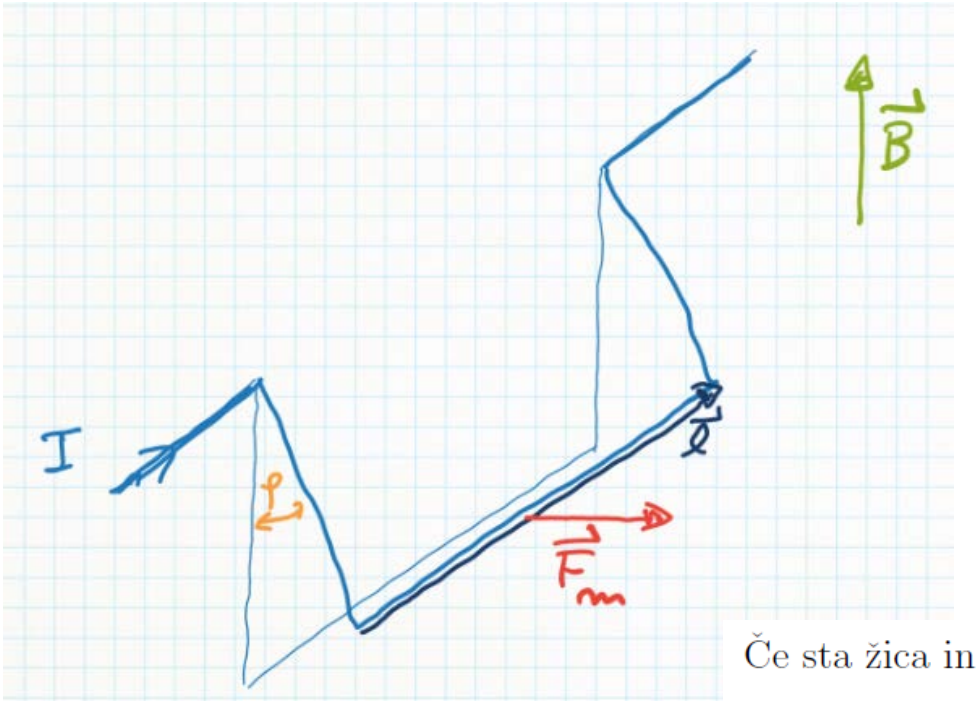


Uporaba: elektromagnet (v tuljavo dodamo feromagnet, da povečamo magnetno polje).
Poglejmo zvočnik, magnetno dvigalo. https://eucbeniki.sio.si/fizika9/199/index1.html

Magnetno polje

Sila na vodnik v magnetnem polju

Poglejmo: https://eucbeniki.sio.si/fizika9/197/index.html



Če sta žica in magnetno polje pravokotna drug na drugega, je

$$F = I\, l\, B$$

B je gostota magnetnega polja. Enota: $[B] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A\,m}} = \frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{m^2}} = 1\,\mathrm{tesla} = 1\,\mathrm{T}$.

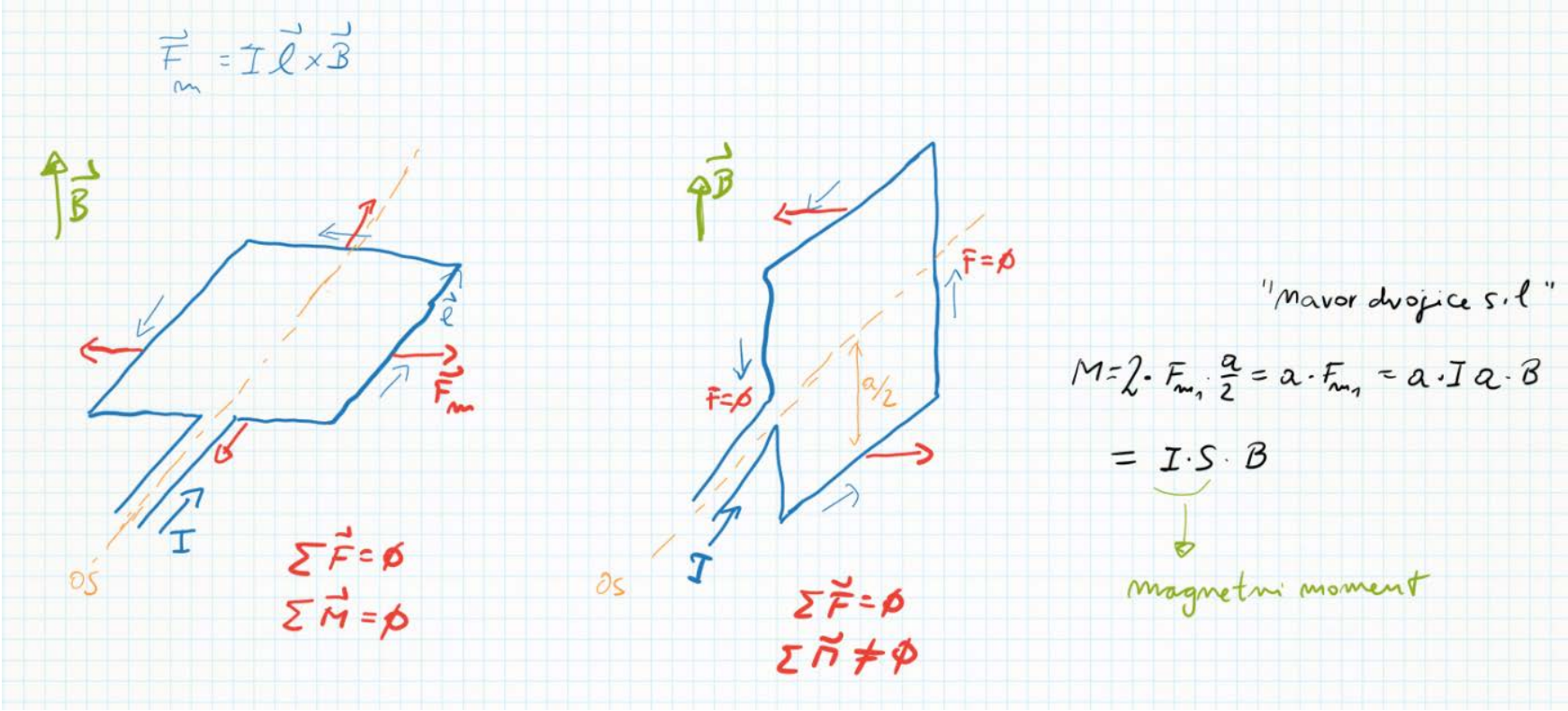
Npr.: $I = 1\,\mathrm{A}$, $l = 5\,\mathrm{cm}$ izmerimo $F = 2{,}2\,\mathrm{N}$, dobimo $B = 4{,}4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}$.

Gauss, G je $10^{-4}\,\mathrm{T}$. To je red velikosti zemeljskega magnetnega polja.

Magnetno polje

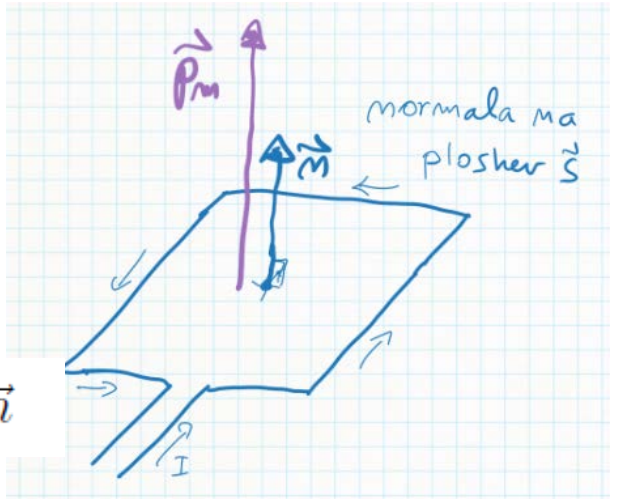
Navor magnetnih sil

Poglejmo: https://eucbeniki.sio.si/fizika9/197/index.html



Magnetno polje

Navor magnetnih sil

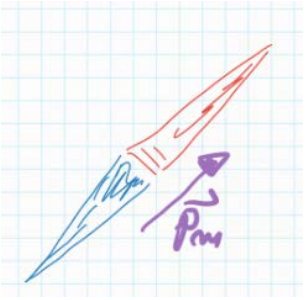


Definiramo magnetni moment zanke oz. tuljave $\vec{p}_m = N\,I\,S\,\vec{n}$

Enota $\mathrm{A\,m^2}$. Vektor $\vec{n}$ je enotski vektor v smeri normale na ploskev S. Smer po pravilu desne roke: z ostalimi prsti kažemo v smeri toka, palec stoji v smeri vektorja $\vec{n}$.

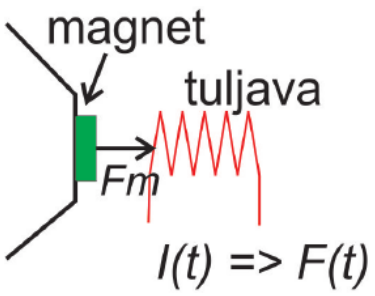
Za navor na okvir dobimo

$$\vec{M} = \vec{p_m} \times \vec{B}$$



Ugotovitev: v magnetnem polju se tuljava skozi katero teče električni tok zasuka tako, da sta smeri normale na površino (oziroma magnetnega momenta tuljave ALI magnetnice) in magnetnega polja PORAVNANI.

Uporaba magnetnih sil in navorov





Slika 3.2: Zvočnik. (Šolska enciklopedija, Svet tehnike, Tehniška založba Slovenije)

Zvočnik.

Uporaba magnetnih sil in navorov

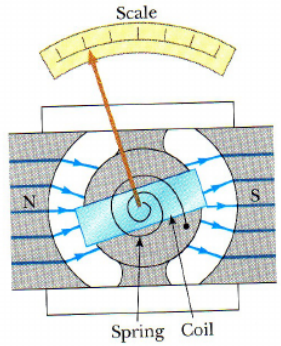
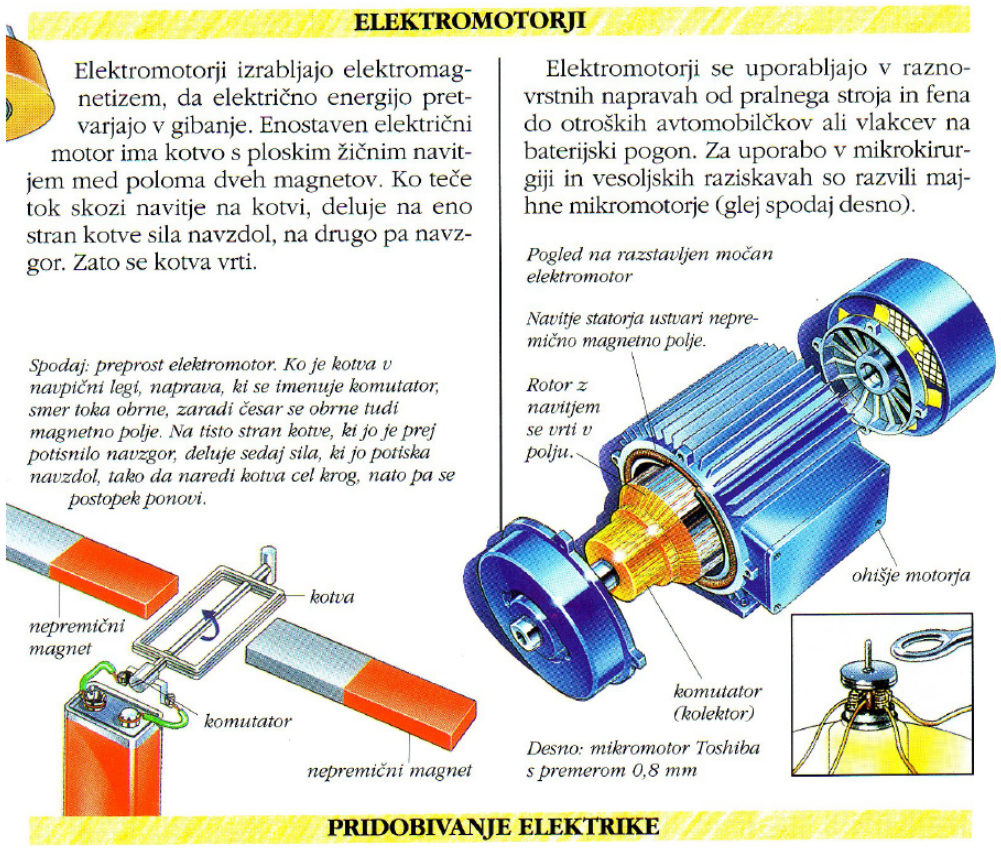


FIGURE 28.22 The principal components of a D'Arsonval galvanometer. When current passes through the coil, situated in a magnetic field, the magnetic torque causes the coil to twist. The angle through which the coil rotates is proportional to the current through it because of the spring's torque.

Slika 3.3: Galvanometer. (Physics, Serway, SaundersCollege Publishing)

Galvanometer = občutljiv merilnik električnega toka.

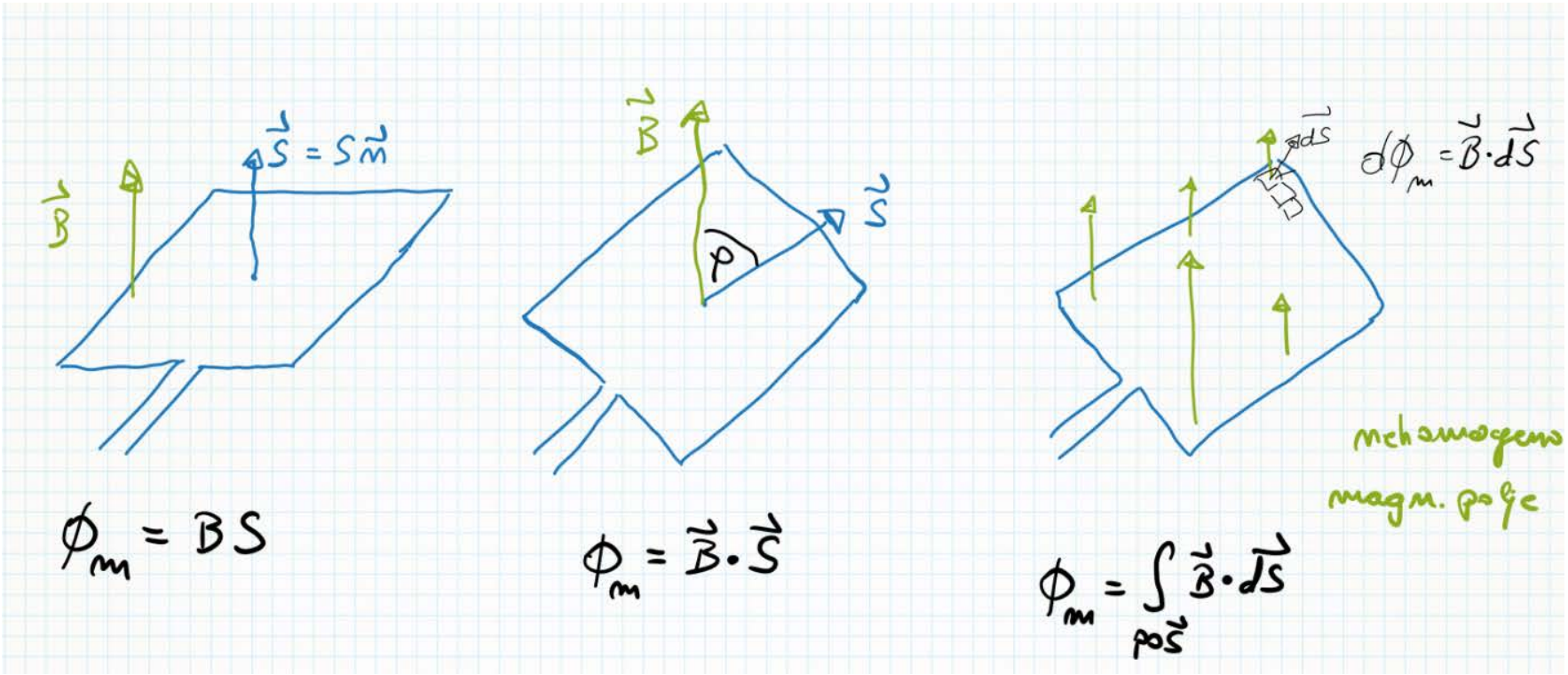
Uporaba magnetnih sil in navorov



Slika 3.4: Elektromotor. (Šolska enciklopedija, Svet tehnike, Tehniška založba Slovenije)

Elektromotor.

Magnetni pretok

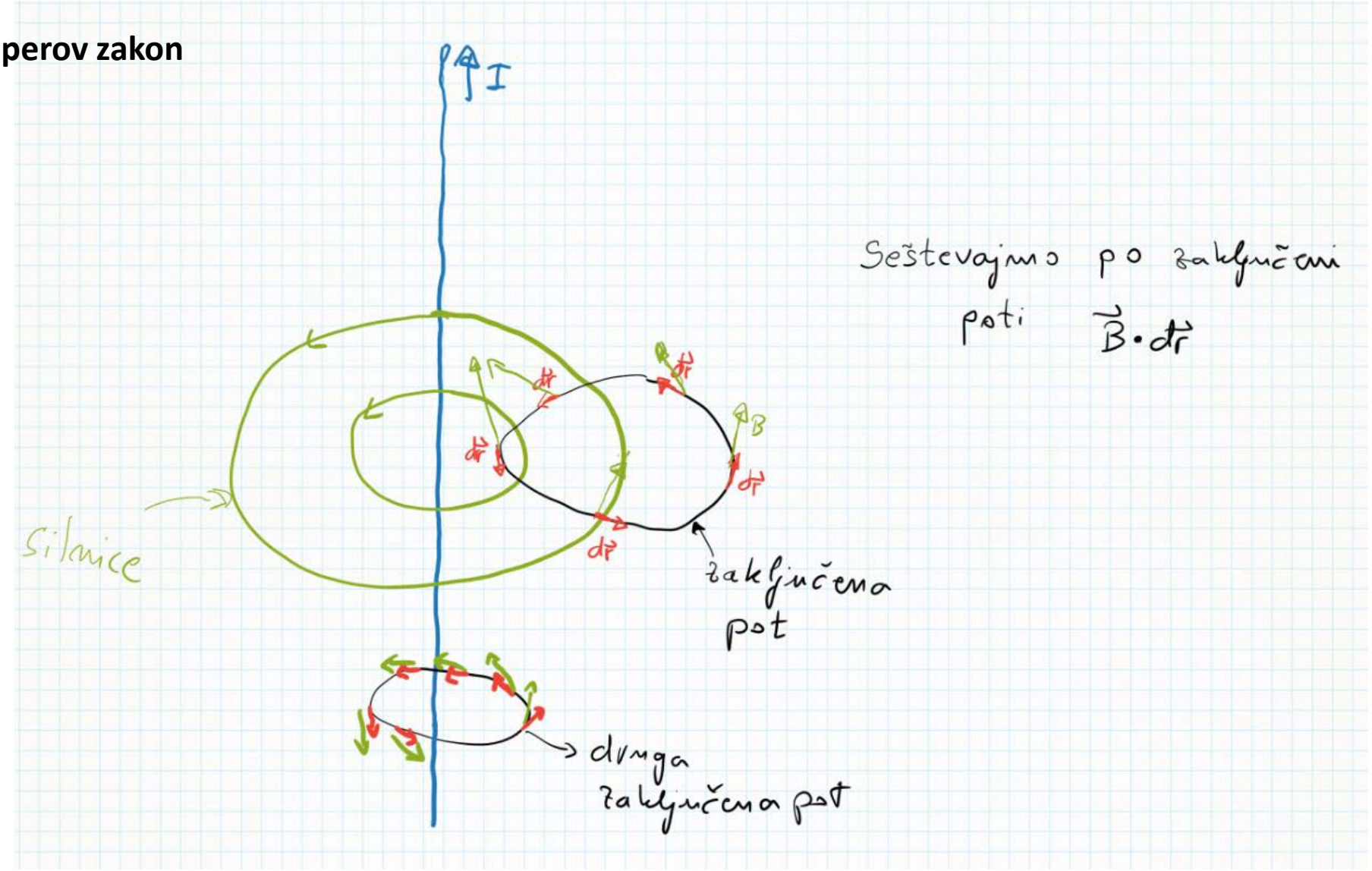


Ker ni magnetnih monopolov je magnetni pretok skozi zaključeno ploskev enak nič:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \ .$$

Magnetno polje

Amperov zakon



Magnetno polje

Amperov zakon

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \, I \quad .$$

$\mu_0 = 4\,\pi \cdot 10^{-7} \, \frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$ je indukcijska konstanta. Amperov zakon velja le za konstantne tokove.

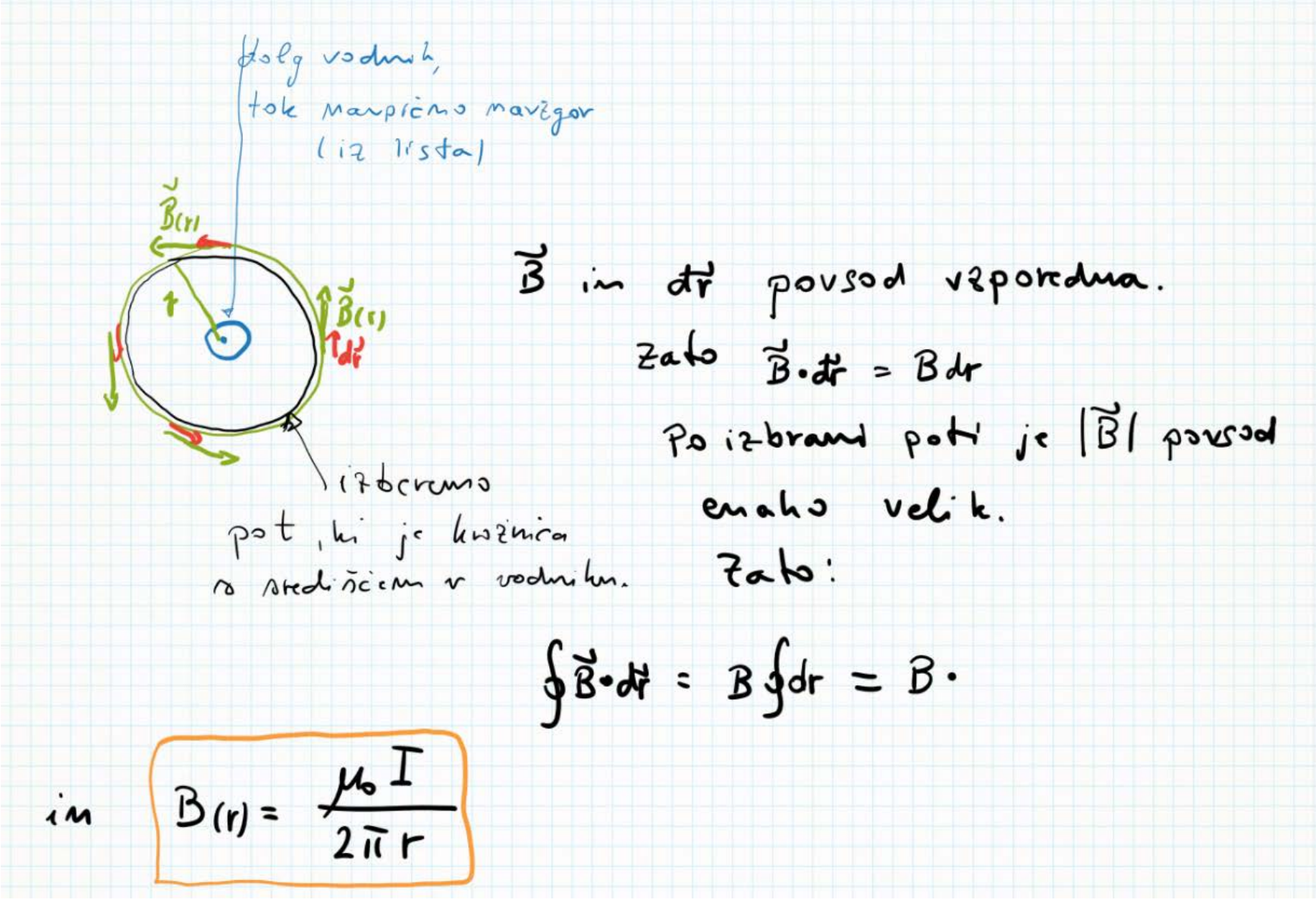
Primerjajmo ga z napetostjo $U = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$.

Uporabimo ga zato, da izračunamo magnetno polje okoli dolgega vodnika in v dolgi tuljavi.

Magnetno polje

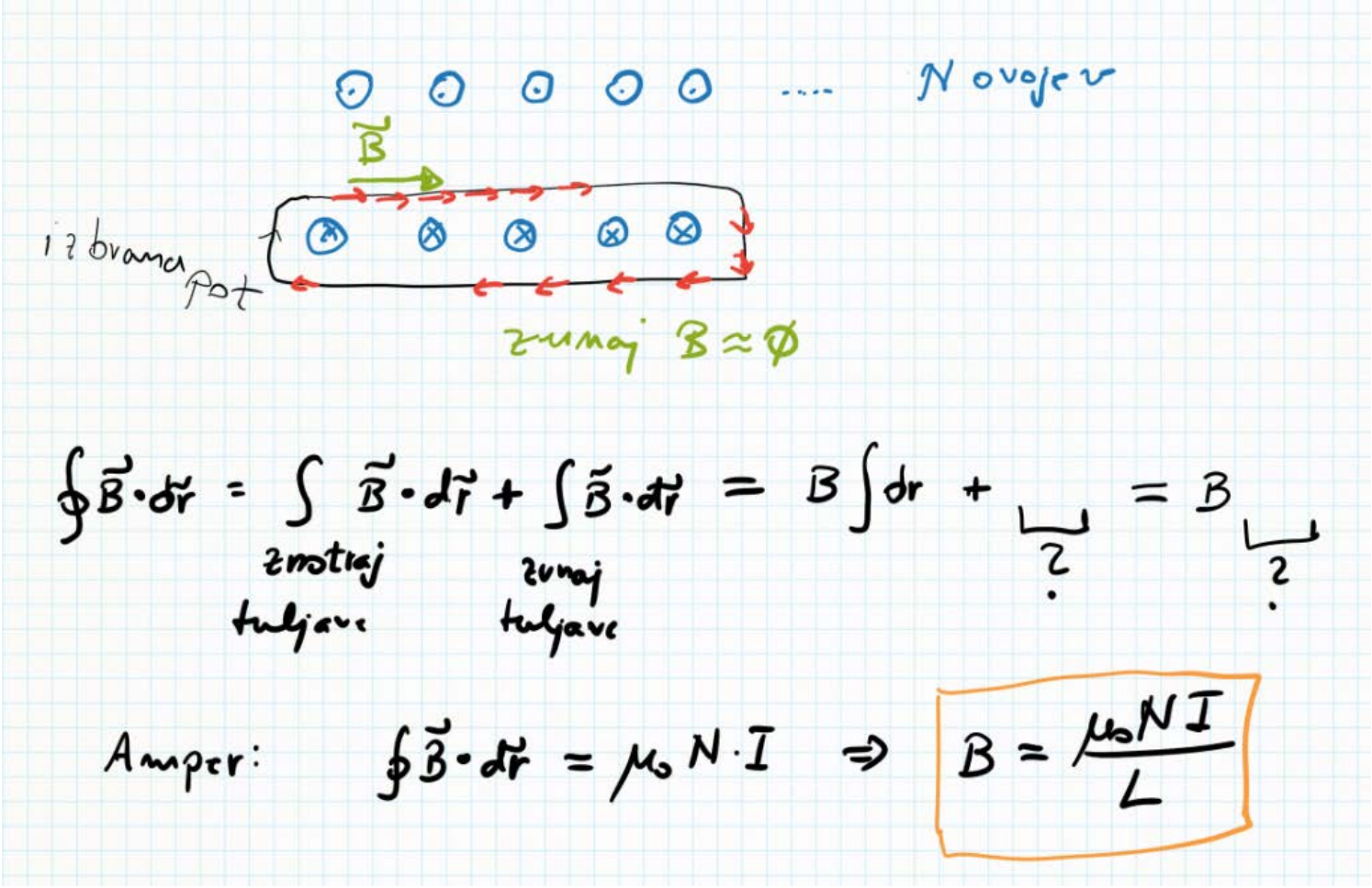
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$

Amperov zakon: Magnetno polje okoli dolgega ravnega

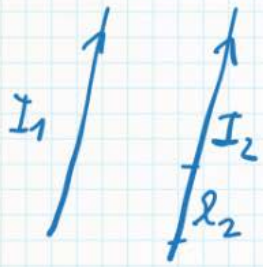


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$

Amperov zakon: Magnetno polje v dolgi tuljavi

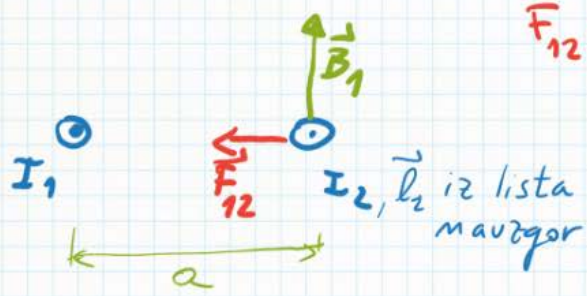


Magnetna sila med vzporednima, dolgima vodnikoma



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

$$F_{12} = I_2 \cdot l_2 \cdot B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \cdot l_2}{2\pi a}$$



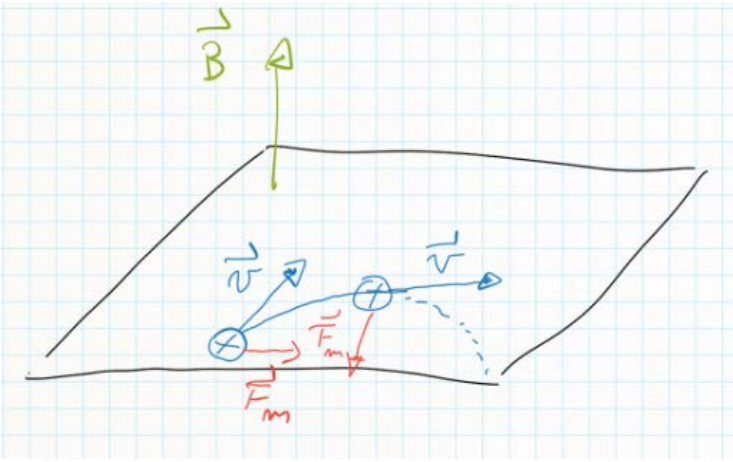
Primer: oba tokova 1 A, razdalja 1 m

$$\frac{F_{12}}{l_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot 1A \cdot 1A}{2 \cdot \pi \cdot 1m} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{N}{m}$$

$$AVs = J = Nm$$

Magnetno polje

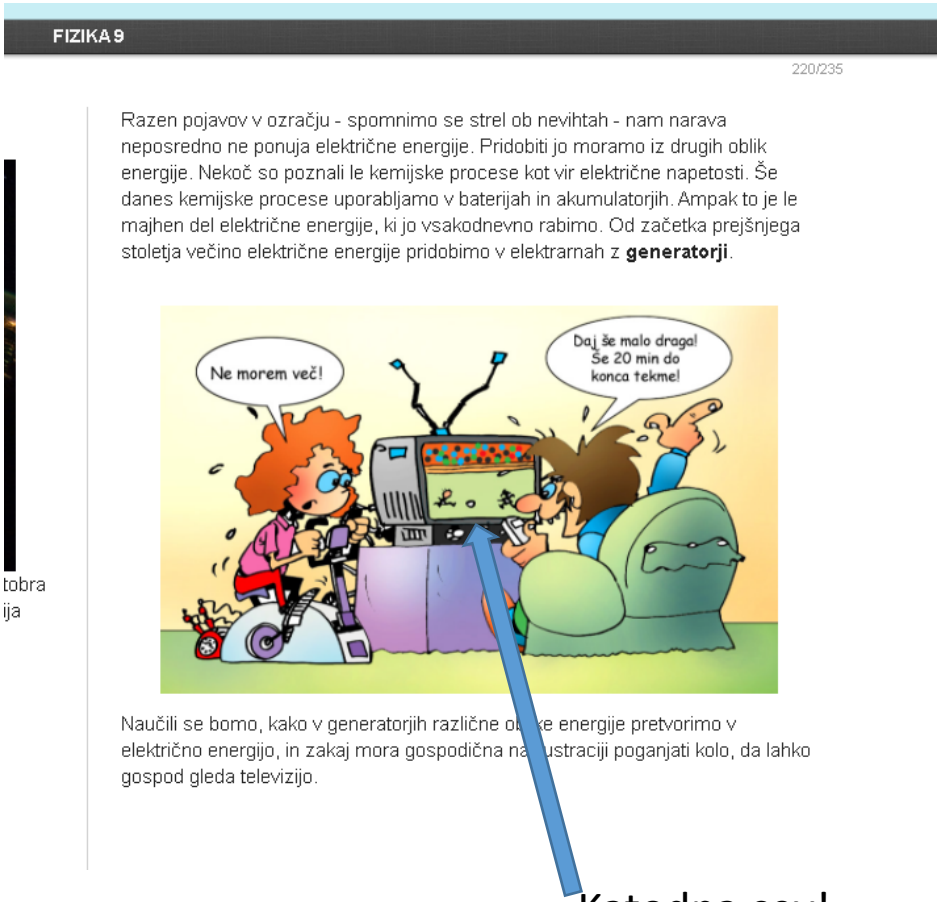
Sila na naboj v magnetnem polju $\vec{F} = e\,\vec{v} \times \vec{B}$

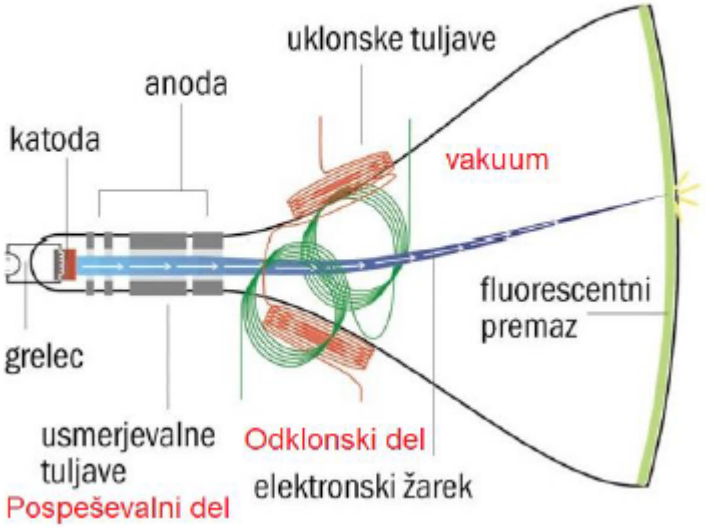


Uporaba: v pospeševalnikih za spreminjanje smeri hitrosti nabitih delcev
katodne cevi …

Magnetno polje

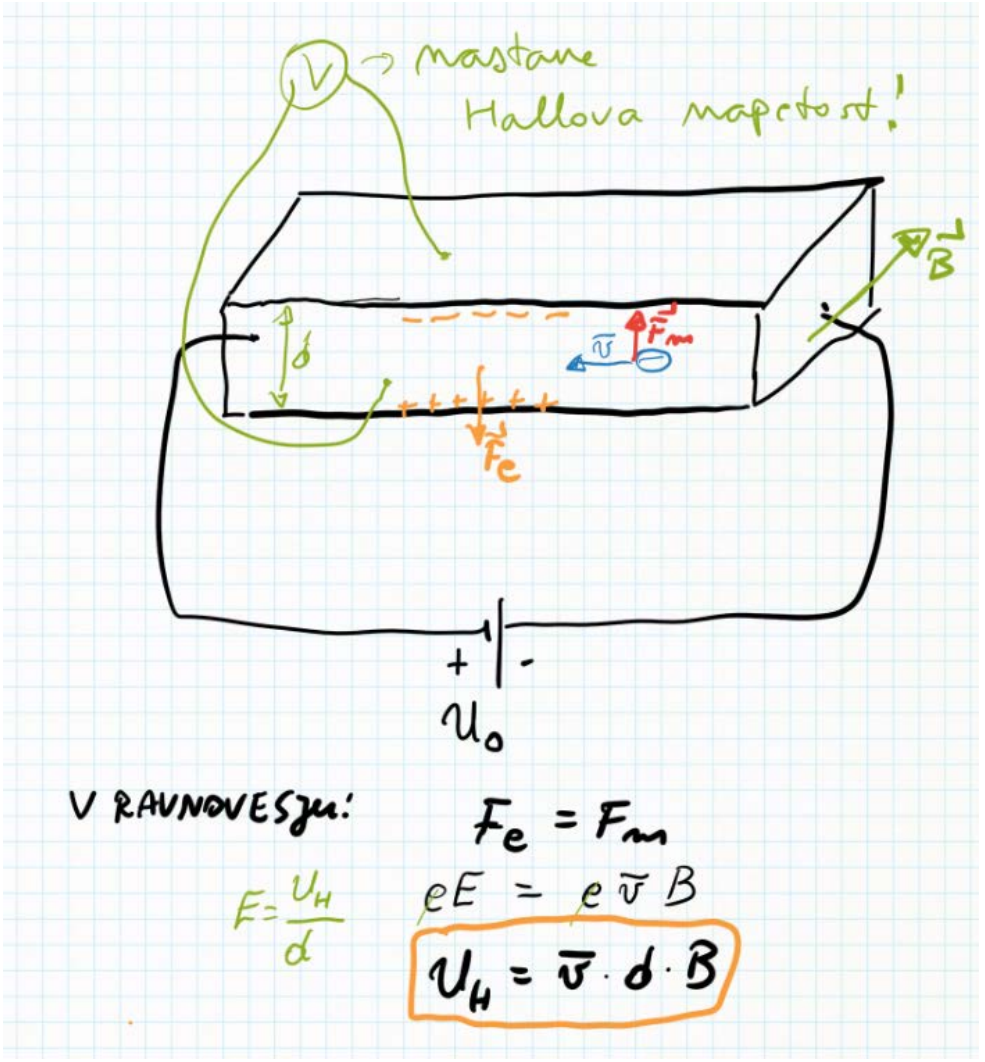
Katodna cev …





Magnetno polje

Hallova napetost



Uporaba: merjenje magnetnega polja, elektronski kompas.

Magnetno polje

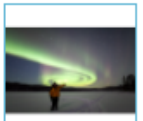
Severni oz. polarni sij (Aurora)

POLARNI SIJ

Polarni sij je čudovit naravni pojav v ozračju, ki ga največkrat vidimo blizu polov, redko pa tudi iz Slovenije. Proti Zemlji ves čas prihajajo nabiti delci iz vesolja. Zemeljsko magnetno polje ukrivi tirnico teh delcev proti poloma. Zato delci potujejo daljšo pot skozi atmosfero, kakor če bi se gibali naravnost. Na poti skozi atmosfero lahko delci iz vesolja trčijo v molekule zraka. Pri tem nastane svetloba, ki na nebu naredi lepe vzorce, ki jih vidimo na spodnjih fotografijah.



Polarni sij nad Finsko.





Magnetno polje

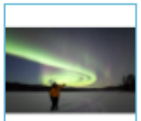
Severni oz. polarni sij (Aurora)

POLARNI SIJ

Polarni sij je čudovit naravni pojav v ozračju, ki ga največkrat vidimo blizu polov, redko pa tudi iz Slovenije. Proti Zemlji ves čas prihajajo nabiti delci iz vesolja. Zemeljsko magnetno polje ukrivi tirnico teh delcev proti poloma. Zato delci potujejo daljšo pot skozi atmosfero, kakor če bi se gibali naravnost. Na poti skozi atmosfero lahko delci iz vesolja trčijo v molekule zraka. Pri tem nastane svetloba, ki na nebu naredi lepe vzorce, ki jih vidimo na spodnjih fotografijah.



Polarni sij nad Finsko.

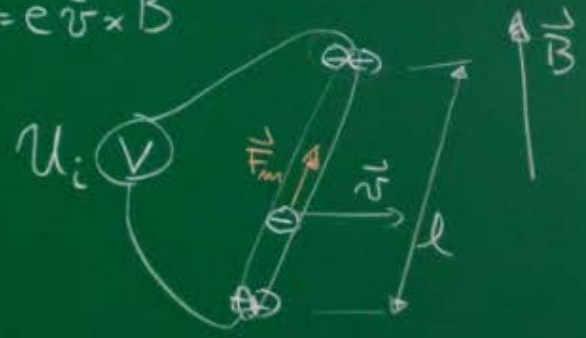




Indukcija

a) INDUKCIJA PRI PRETIKANJU VODNIKA V MAGNETNEM POLJU

$\vec{F}_m = e\vec{v} \times \vec{B}$



izračunajmo U_i za primer, ko $\vec{v} \perp \vec{B}$ in preča pravokotna na $\vec{v}$ in $\vec{B}$! TAKRAT dobimo največjo U_i.

v ravnovesju:

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_e|$$

$\uparrow$ zaradi U_i!

$$e v B = e \frac{U_i}{l}$$

$$U_i = l v B .$$

če vektorji $\vec{l}$, $\vec{v}$, $\vec{B}$ niso med seboj pravokotni:

$$U_i = \vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

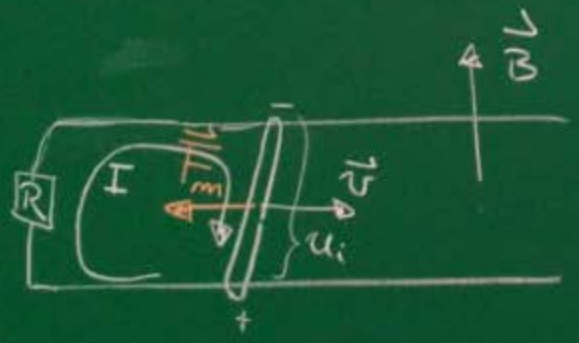
Kako določiti predznak U_i ?

$$\boxed{\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

a) premislimo, kam $\vec{F}_m$ požene gibljive nosilce naboja

INDUCIRANI TOK SE UPIRA VZROKU SVOJEGA NASTANKA.

b)



U_i zvežimo v tokokrog. Steče tok I.

Tok teče tudi skozi palico (= generator)

b) INDUKCIJSKI ZAKON oz. Faradayev zakon

Inducirano napetost dobimo na tuljavi, če spreminjamo magnetni pretok skozi njo:

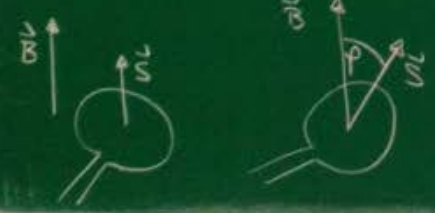
$$U_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

(Faraday ov zakon)

Lenzovo pravilo: INDUCIRANA NAPETOST POŽENE V ZANKI TOK, DA NASTALO MAGNETNO POLJE NASPROTUJE ZUNANJEMU.

Posledica: nastali magnetni navor zavira vrtenje tuljave.

Generatorji: tuljava se vrti v homogenem m.p.



ČE SE TULJAVA (N ovojev) ENAKOMERNO VRTI:

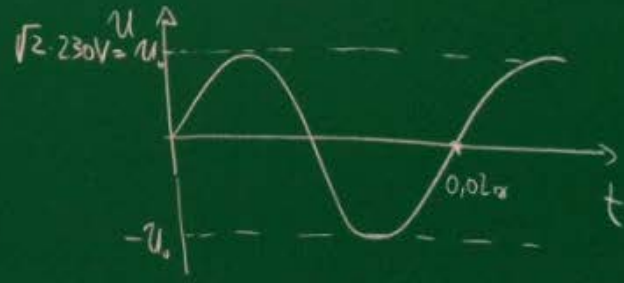
$\varphi(t) = \omega \cdot t$

$\phi_m = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = NBS\cos\omega t$

kot med $\vec{B}$ in $\vec{S}$ se spreminja

$U_i = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{d(NBS\cos\omega t)}{dt} = +NBS\omega \sin\omega t$

U_0



Osi so umerjene za omrežno napetost v SLO.

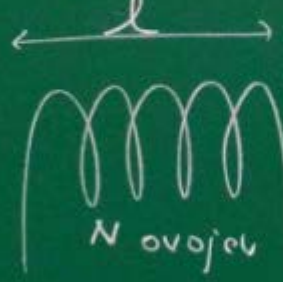
($\nu = 50Hz$)

INDUKTIVNOST TULJAVE (L)

DEF: $\Phi_m = L \cdot I$ $\qquad [L] = \frac{Vs}{A}$

zaradi toka skozi tuljavo

izračunajmo L dolge tuljave



ZARADI TOKA I: $B_{v\,tuljavi} = \frac{N \cdot I \cdot \mu_0}{l}$

ZARADI $B_{v\,tuljavi} \Rightarrow$

$\Phi_m = N \cdot S \cdot B_{v\,tuljavi}$

$= \frac{N^2 S \mu_0}{l} \cdot I \rightarrow L$

$\Phi_m = L\,I$



VIR izmenične napetosti

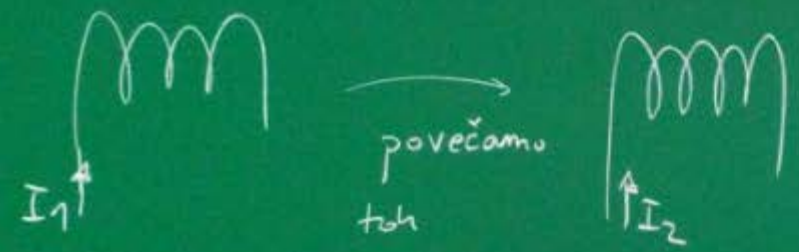
ČE SPREMINJAMO TOK SKOZI TULJAVO, SE NA NJEJ INDUCIRA NAPETOST:

$$U_i = -\frac{\Phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}\,,\ KI$$

NASPROTUJE ZUNANJI NAPETOSTI!

Če tuljavo v vezjih obravnavamo kot porabnik $\Rightarrow$ $U_L = L\frac{dI}{dt}$.

ENERGIJA TULJAVE in GOSTOTA ENERGIJE M.P.



Koliko dela pri tem opravimo?

$$\frac{de}{dt} = I$$

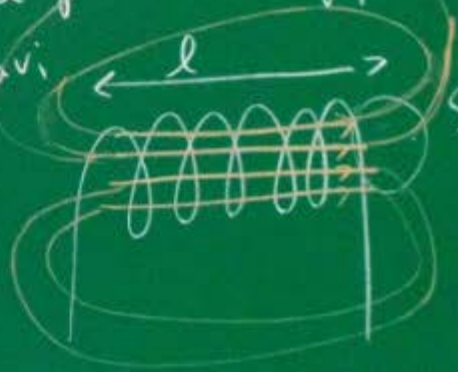
$$dA = U_L\, de = L\frac{dI}{dt}\, de = LI\,dI$$

$$A = \int_{I_1}^{I_2} U_L\, de = \int_{I_1}^{I_2} LI\,dI = L\frac{I_2^2}{2} - \frac{LI_1^2}{2}$$

ENERGIJA TULJAVE, PO KATERI TEČE TOK I:

$$W_L = L\frac{I^2}{2}$$

mislimo si energijo tuljave kakor, da je to energija m.p. v tuljavi





V TULJAVI $B = \frac{N \mu_0 I}{l}$

ZUNAJ TULJAVE $B \approx 0$

$$W_L = \frac{L I^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 S l^2 B^2}{l 2 N^2 \mu_0^2} = \frac{B^2}{2\mu_0} (Sl)$$

(prostornina)

gostota energije magn. p. $w_m = \frac{W_L}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$

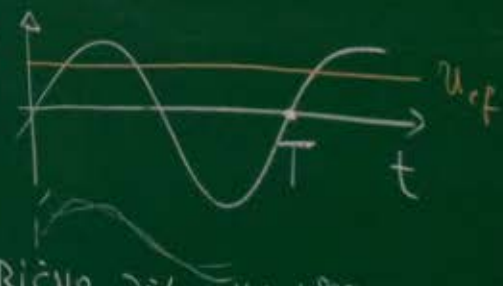
Izmenična napetost

generatorji proizvajajo izmenično napetost:

$U = U_0 \sin \omega t$ in $I = I_0 \sin \omega t$

na uporniku napetost in tok

miha ročamo: $U_{(t)} = R I_{(t)}$



ELEKTRIČNO DELO NA UPORNIKU V ENI PERIODI

$$A = \int_0^T \underbrace{U(t)\, I(t)}\, dt = \int_0^T \frac{U^2(t)}{R}\, dt$$

trenutna moč

v eni periodi

$$\overline{P} \cdot T = \frac{U_{ef}^2}{R} T = \overline{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U^2(t)}{R}\, dt$$

$\overline{P}$ ... povprečna moč na upornik.

EFEKTIVNA NAPETOST JE ENOSMERNA NAPETOST PRI KATERI BI PORABNIK (UPOR) PREJEMAL ENAKO MOČ KAKOR JE POVPREČNA MOČ PRI IZMENIČNI NAPETOSTI

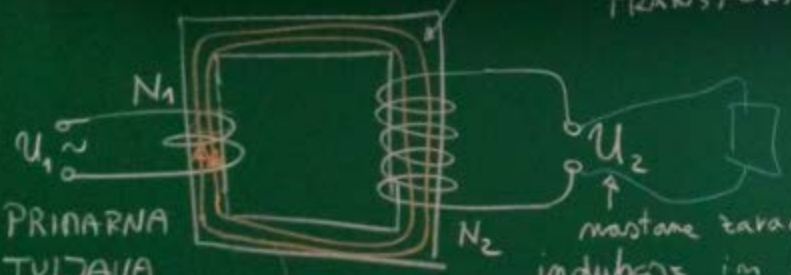
$$U_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T U_0^2 \sin^2(\omega t)\, dt$$

$$= U_0^2 \cdot \frac{1}{2}$$ - povprečje funkcije $\sin^2 t$

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$$\overline{P} = U_{ef} I_{ef} \qquad I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

TRANSFORMATOR



PRIMARNA TULJAVA
↓
PRIKLJUČIMO NA VIR IZMENIČNE NAPETOSTI

U_2 ↑ nastane zaradi indukcije in jo uporabimo kot vir napetosti v sekundarnem tokokrogu.

označimo ϕ_{m1} magnetni pretok skozi EN ovoj

na primarni strani: $U_1 = -N_1 \frac{d\phi_{m1}}{dt}$, na sekundarni $U_2 = -N_2 \frac{d\phi_{m1}}{dt}$

DELIMO ENAČBI MED SABO:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

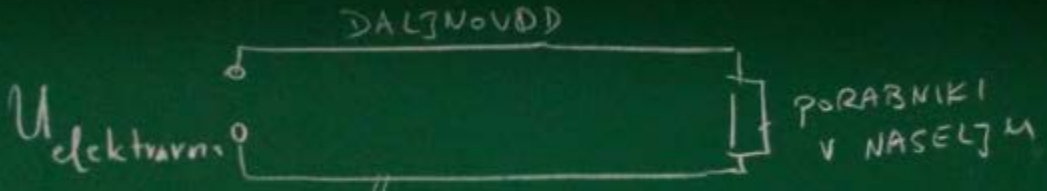
oz. $U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1$.

$$U_{2ef} = U_{1ef} \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

$$\overline{P}_1 = \overline{P}_2$$

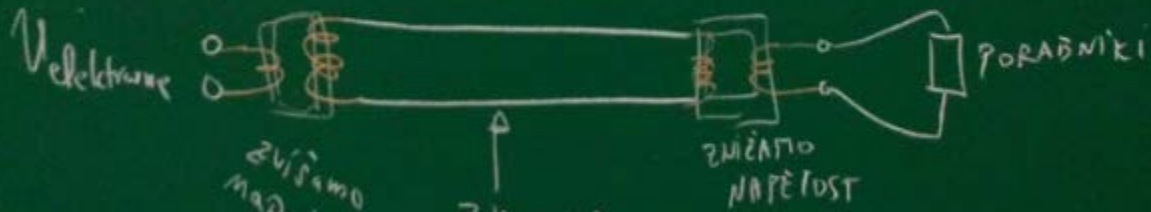
$$U_{ef1} I_{ef1} = U_{ef2} I_{ef2} \Rightarrow \frac{I_{ef2}}{I_{ef1}} = \frac{U_{ef1}}{U_{ef2}}$$

DALJNOVOD:



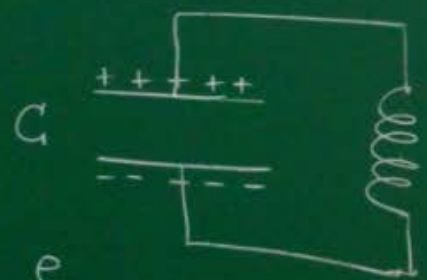
Sprošča $P = U_{ef} I_{ef} = R_{ef} I_{ef}^2$

To so izgube



daljnovod $\Rightarrow$ manj izgub.

ELEKTRIČNI NIHAJNI KROG



$$U_c = \frac{e}{C} \qquad U_T = L\frac{dI}{dt}$$

II. k.l. :

$$0 = \frac{e}{C} + L\frac{dI}{dt} \quad / \text{ odvajajajmo } \frac{d}{dt}$$

$$\phi = \frac{I}{C} + L\frac{d^2I}{dt^2}$$

$$\frac{d^2I(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} I(t) = \phi$$

nihanje: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = \phi$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{oz}$$

$$t_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

PRIMER $L = 10^{-6}\,\frac{Vs}{A}$

$C = 10^{-6}\,\frac{As}{V}$

$t_0 = 2\pi\,10^{-6}\ s$

FREKVENCA: $\nu = \frac{1}{t_0} = \frac{1}{2\pi}\,10^6\ Hz$ torej MHz!

VISOKOFREKVENČNI TOK

OSC

nihanj

Poskusi

oscil

① ZUNA

KVE

② U

③

OSCILATOR → naprava, ki vzdržuje nihanje z nihajnem krogu.



Poskusi z VISOKOFREKVENČNIM OSCILATORJEM

① ZUNAJ TULJAVE DOBIMO VISOKOFREKVENČNO M.P.

② V KOND. JE VISOKOFREKV. E.P.

③ E.P. JE TUDI OKROG KONDENZ.

④ OKOLI VISOKOFR. ELEKT. POLJA JE NASTALO VISOKOFR. M.P.

OČITNO SPREMINJAJOČE SE EL. P GENERIRA SPREMINJAJOČE M.P. IN OBRATNO

ZATO GA IMENUJEMO ELEKTROMAGNETNO POLJE.

ENAČBE, KI GA OPISUJEJO SO MAXWELLOVE ENAČBE:

tonj MHz!

KOFREKVENČNI TOK

Maxwellove enačbe

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{e}{\varepsilon_0} \quad , \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \emptyset$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = \mathcal{U}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad , \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$$

4 točka od poskusov

+ SILA NA ELEKTRON:

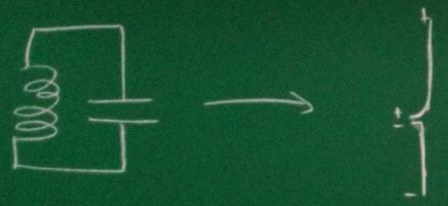
$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B}$$

OPISUJEJO VES ELEKTROMAGNETIZEM.

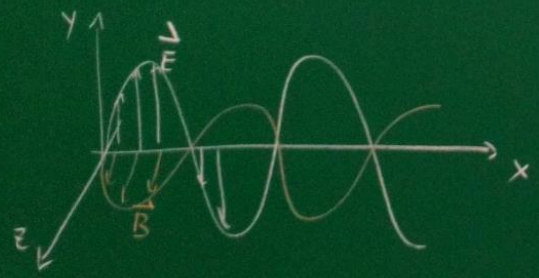
RADI BI ČIM VEČ $\vec{E}$ IN $\vec{B}$ PUSTILI V PROSTOR OKROG NIHAJNEGA KROGA

ZATO: NIHAJNI KROG → ANTENA

ANTENA



Dobimo potujoč EMV
(ELEKTRO-MAGNETNO VALOVANJE)

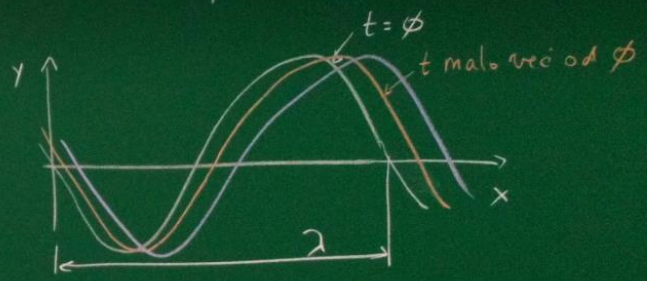


$$E_y = E_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t_0}$$

VALOVANJE SE ŠIRI V SMERI OSI x.

NARIŠIMO $E_y(x,t)$



V času t_0, se slika prestavi ravno za eno valovno dolžino λ

HITROST VALOVANJA JE TOREJ:

$$c = \frac{\lambda}{t_0} = \lambda \cdot \nu$$

HITROST ŠIRJENJA EMV

MAXWELLOVE ENAČBE V PRAZNEM PROSTORU

⇒ VALOVNA ENAČBA iz KATERE

MOGOČE VIDETI:

$$\lambda \nu = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

V VAKUUMU

v snovi: $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0}}$.

NPR radijska postaja

$103{,}7 \text{ MHz} = \nu$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{103{,}7 \cdot 10^6 \text{ 1/s}} = 2{,}89 \text{ m}$$

NMT: 411 MHz

$\lambda \approx 0{,}7$ m.

npr. $\nu = 2{,}36$ Hz; $\lambda = 0{,}13$ m

VRSTE EMV

1) Različni radijski valovi

λ od km do m

IZVOR: ANTENE

2) MIKROVALOVI

λ v področju mm

IZVOR: OSCILATORJI V ELEKTRONSKIH VEZJIH

3) INFRARDEČE VALOVANJE (SVETLOBA)

$\frac{1}{10}$ mm do 700 nm

IZVOR: TERMIČNO SEVANJE

4) VIDNA SVETLOBA

700 - 300 nm

RDEČA VIJOLIČNA

IZVOR: Termično sevanje

- prehodi elektronov med energijskimi nivoji v atomih



5) UL

6)

7)

5) ULTRA VIJOLIČNA SVETLOBA

λ manj od 300 nm

IZVOR. - termično sevanje

- prehodi elektronov med en. nivoji

6) ŽARKI X
7) ŽARKI γ
} nm in manj.

svetlobna hitrost same dolžine

TERMIČNO SEVANJE (STEFANOV ZAKON)



TELO S TEMP T SEVA ENV RAZLIČNIH VALOVNIH DOLŽIN.

$[j] = \frac{W}{m^2}$

$j = e\sigma \cdot T^4$ - Stefanov zakon.

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ ... Stefanova konst.

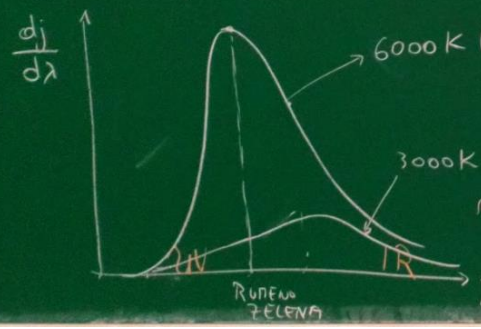
e ... emisivnost $\quad 0 < e < 1$

Emisivnost je odvisna od obdelave površine in barve

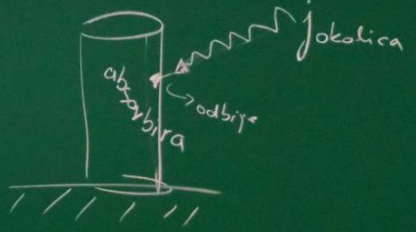
Če $e = 1 \Rightarrow$ ČRNO TELO

ZA večino gradbenih materialov $e \approx 0{,}9$

SPEKTER SEVANJA ČRNEGA TELESA



ABSORPCIJA



$j_{(absorbiran)} = a \cdot j_{okolica}$

absorptivnost

V termičnem ravnovesju ($T_{telesa} = T_{okolice}$) mora veljati, da je

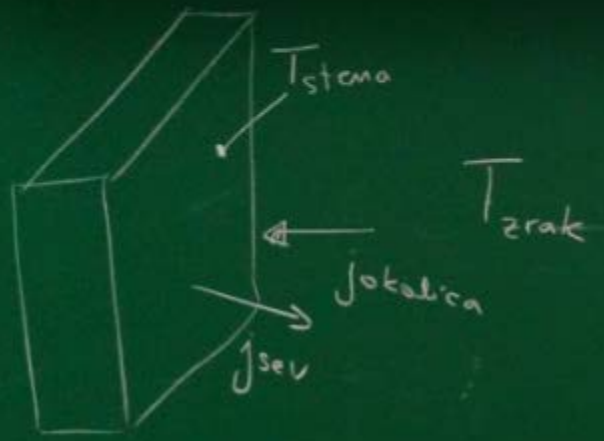
$j_{sevalni} = j_{absorbirano}$

$e \sigma T_{telesa}^4 = a \sigma T_{okolica}^4$

$e = a$

TELESA, KI DOBRO SEVAJO TUDI DOBRO ABSORBIRAJO EMV.

Prenos toplote s sevanjem



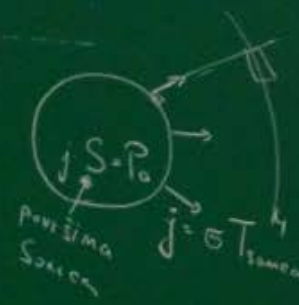
$$\Delta j_{\substack{\text{zaradi}\\ \text{sevanja}}} = j_{sev} - j_{absorbiran} = \varepsilon \sigma T_{stena}^4 - \underbrace{\varepsilon}_{\alpha \text{ (absorptivnost)}} \sigma T_{zrak}^4$$

$$= \varepsilon \sigma \left(T_{stena}^4 - T_{zrak}^4 \right)$$

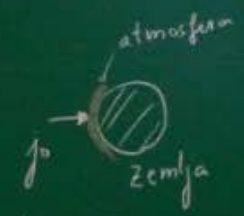
Sonce

seva približno kot črno telo s

temp. 6000 K



$$j(r) = \frac{P_0}{4\pi r^2}$$



gostota energijskega toka od Sonca na površini atmosfere = SOLARNA KONSTANTA

$j_0 \approx 1{,}4\ kW/m^2$.

NA POVRŠINO Zemlje pride ob jasnem vremenu

oblaki 1.0 kW/m^2.

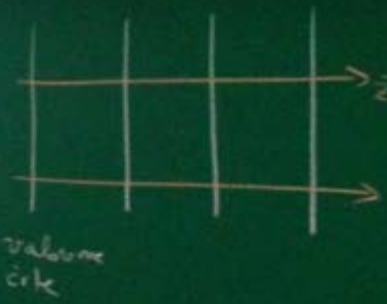


POJAVI PRI VALOVANJU

KAKO GA RISATI



V 2D:



① Senca, uklon valovanje

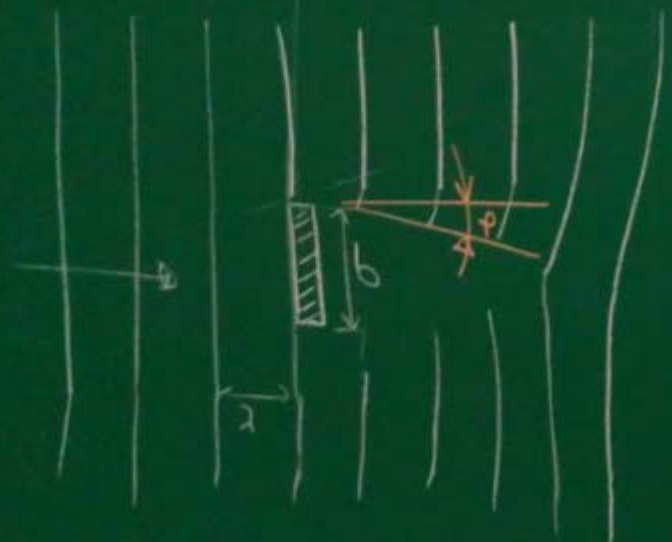


velja, ko

$\lambda \ll$ dimenzije ovire

Ko je λ primerljiva z b

pride do UKLONA

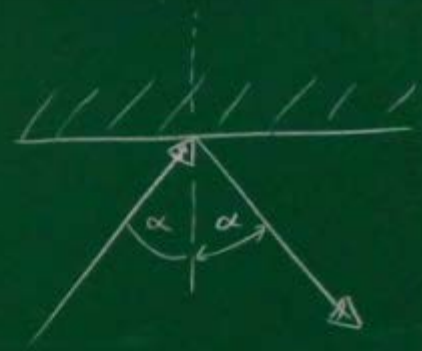


$$\varphi \approx \frac{\lambda}{b}$$



REŽA JE VIR KROŽNIH VALOV.

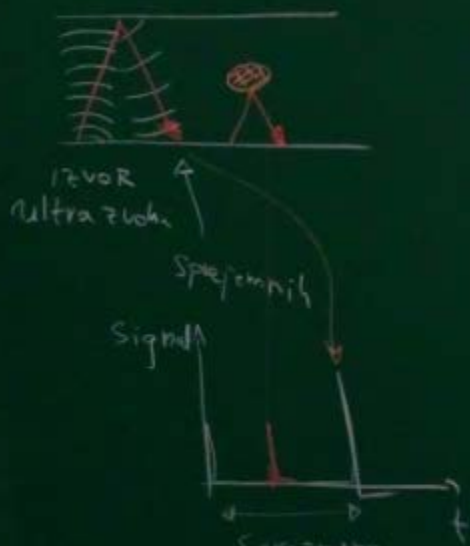
ODBOJ VALOVANJA



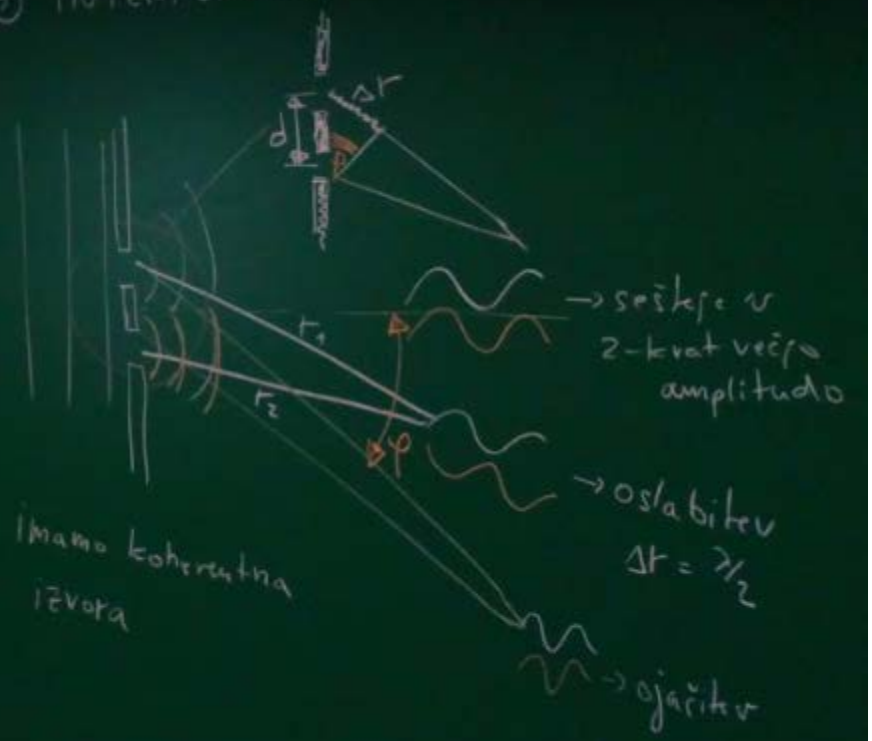
ODBOJNI KOT JE ENAK UPADNEMU

Uporaba v gradbeništvu

neporušne preiskave



③ INTERFERENCA



→ seštejeta v 2-krat večjo amplitudo

→ oslabitev $\Delta r = \lambda/2$

→ ojačitev

Imamo koherentna izvora

ojačitve dobimo, ko:

$\Delta r = N \cdot \lambda \quad N = 1, 2, \ldots$

d je razdalja med režama

$\Delta r = d \cdot \sin\varphi$

$d \sin\varphi = N \cdot \lambda$ ← pogoj za ojačitve.

Poskus za navrtlubo



$\tan\varphi = \frac{94}{220}$

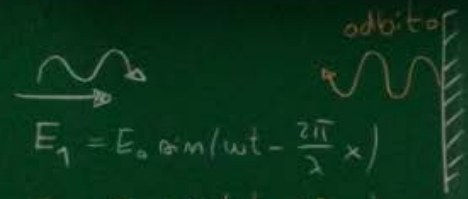
$\varphi = 23°$

$d \sin\varphi = 1 \lambda$

600 rež/mm $\lambda = \frac{1}{600}$ mm $\cdot \sin 23°$

$d = \frac{1}{600}$ mm $= 0{,}65\ \mu m = 650$ nm.

3) Stoječe valovanje



$E_1 = E_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x)$

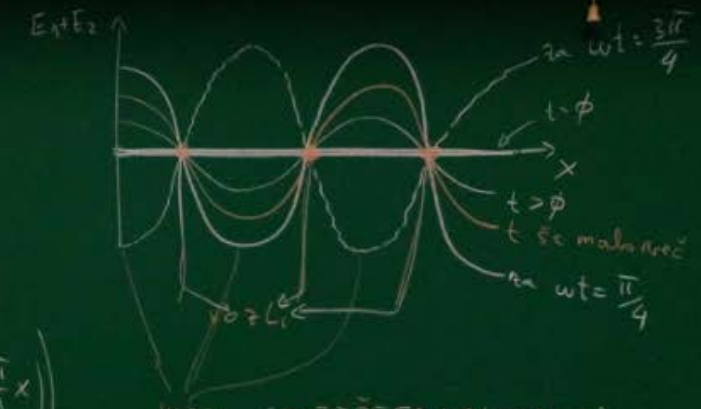
$E_2 = E_0 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x)$

Vsota $E_1 + E_2 = E_0 \left(\sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x) + \sin(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x) \right)$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ (uporabimo)

$E_1 + E_2 = 2E_0 \sin(\omega t) \cdot \cos(\frac{2\pi}{\lambda} x)$ NARIŠIMO!

odvisen le od časa



HRBTI STOJEČEGA VALOVANJA

med dvema vozloma je razdalja $\frac{\lambda}{2}$

Povezava z gradbeništvom/stavbarstvom

→ AKUSTIKA V PROSTORU

poskus KUNDTOVA cev.