

Zapiski predavanj

Gradbena fizika

3. november 2025

Kazalo

1	Kaj je gradbena fizika	5
2	Energijska učinkovitost stavb - kot motivacija	5
3	Prenos toplote	7
3.1	Prevajanje toplote	7
3.2	Difuzijska enačba za prevajanje toplote	9
3.3	Stacionarno stanje	11
3.3.1	Več zaporednih homogenih plasti v eni dimenziji	13
3.4	Konvekcija	14
3.5	Toplotna prehodnost U	16
3.5.1	Letni temperaturni primanjkljaj	16
3.6	Prevajanje toplote v treh dimenzijah	18
3.6.1	Več homogenih plasti v cilindrični simetriji	18
3.6.2	Krogelna simetrija	19
3.6.3	Izoterme v kotu	20
3.6.4	Toplotni mostovi	22
3.7	Toplotna prehodnost enostavnih nehomogenih gradbenih elementov - približni račun	23
3.8	Nestacionarni pojavi	26
3.9	Fazno spremenljivi materiali	28
3.10	Sevanje	29
4	Prezračevanje stavb in energijske izgube zaradi prezračevanja	36
4.1	Spreminjanje koncentracije vlage ali CO_2 v prostoru s časom - model	37
4.2	Radioaktivnost in radon	39
5	Vlaga	45
5.1	Vlaga v zraku	45
5.1.1	Izhlapovanje in vlažnost	46
5.2	Difuzija vodne pare	53

5.2.1	Glaserjeva metoda	57
5.2.2	Nestacionarne razmere	58
5.3	Kapilarno navlaževanje gradbenih snovi	59
5.3.1	Dinamika kapilarnega dviga	61
6	Pojavi pri valovanju	63
6.1	Senca, uklon valovanja	65
6.2	Odboj valovanja	66
6.3	Interferenca	68
6.3.1	Stoječe ali stojno valovanje	68
7	Fotometrija in osvetljenost	69
7.1	Foton	69
7.2	Spekter sevanja črnega telesa	71
7.3	Detektorji energijskega toka	72
7.3.1	Svetlobna moč in svetilnost	76
7.3.2	Osvetljenost	79
7.3.3	Absorpcija svetlobe	84
7.4	Svetlobni viri	85
7.4.1	Sonce	85
7.4.2	Žarnice z žarilno nitko	86
7.4.3	Halogenske žarnice	87
7.4.4	Fluorescenčne sijalke - varčne žarnice	88
7.4.5	Xenon žarnice	88
7.4.6	LED svetila	89
8	Zvok	91
8.1	Valovna enačba	91
8.1.1	Vrste zvokov	93
8.2	Valovna enačba v treh dimenzijah	96
8.3	Rešitve valovne enačbe	97
8.3.1	Rešitve valovne enačbe v praznem prostoru	97

8.4	Rešitve valovne enačbe v omejenem prostoru	98
8.5	Energija zvočnega valovanja in jakost zvoka	99
8.6	Hrup v zunanjem okolju	102
8.7	Občutljivost človeškega ušesa in hrup	104
8.7.1	Utripanje	104
8.8	Zaščita pred hrupom	106
8.9	Absorpcija zvoka v snovi	107
8.10	Reverberacija	111
8.11	Odboj in lom zvočnega valovanja	117
8.11.1	Prehod zvočnega valovanja skozi steno	121

1 Kaj je gradbena fizika

Pod gradbeno fiziko razumemo del gradbene stroke, ki je povezan z energijo in ugodnostjo bivanja v stavbah. Zato se prekriva z nekaterimi drugimi predmeti, npr. Stavbarstvo, Gradiva. Omejili se bomo na osnovne fizikalne zakonitosti in čim bolj "peš" račune. Uporabo računalniških programov prepuščamo drugim predmetom.

Mogoče se bomo večkrat kot drugje vprašali kako to sploh vemo? in se naučili kako nekatere količine izmerimo.

Trije učbeniki: Sašo Medved, Gradbena fizika, J.P. & Z.J. Osnove gradbene fizike in M. Pinterić Building physics.

Poglavja: Prenos toplote, difuzija vlage, prezračevanje, svetloba, akustika.

2 Energijska učinkovitost stavb - kot motivacija

Predmet na MAST s tem naslovom!

Knjiga: Energy management in buildings, D.J. Harris

Približno 50 % (nekje piše 40 %) porabe energije in proizvodnje CO₂ je zaradi segrevanja, hlajenja in razsvetljave stavb. Približno 1/4 za transport, ostalo za industrijo. Potrebno zmanjšati porabo iz ekonomskih (cena, zmanjkuje) in ekoloških razlogov. V UK želijo po letu 2016, da vse nove hiše proizvajajo nič CO₂ "zero carbon".

Ker predvsem v deželah v razvoju na leto zamenjajo le okoli 1 % objektov, je nujno zmanjšati energijsko porabo obstoječih objektov. Naloga je torej na ekonomsko racionalen način zmanjšati porabo energije v obstoječih objektih.

Več rešitev: zmanjšati porabo, izboljšati grelce, spremeniti "management" of the building (upravljanje).

Predvsem bomo premislili, kako zmanjšati porabo.

Naloga za doma, ki jo bomo nadgrajevali preko velikega dela semestra. Ocenili bomo energijsko učinkovitost vašega doma ali druge stavbe, do katere so vam dostopni podatki.

Do naslednjega tedna pripravite podatke o: letni (ali mesečni, če iz nje lahko preračunamo letno) ceni za ogrevanje, način ogrevanja, cena za električno energijo, način gretja sanitarne vode, površina bivalnega prostora.

Povprečna poraba energije na gospodinjstvo v enem letu je okoli 20.500 kWh plina in 3.500 kWh elektrike.

Naloga za doma: najдите podatke za ceno kWh različnih energentov: zemeljski plin, kurilno olje, elektrika. Za plin in olje rabimo še podatke o sežigni toploti oz. kurilni vrednosti.

Where and how energy is used in buildings

Energy is used in a number of ways in buildings, and the most cost-effective interventions result from targeting the sectors where most energy is used. This clearly depends on the building type, construction and building services details, and the climate in which the building is located.

In the United Kingdom most of the energy used in houses is used for space and water heating, while in offices a much greater proportion is used in lighting. In hot-dry climates such as prevail in much of the Middle East, up to 90 per cent of the energy consumption may be accounted for by air conditioning,

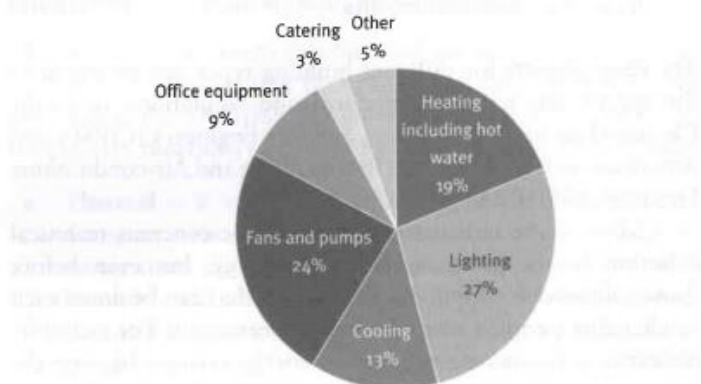


Figure 2.1 Typical energy consumption pattern for a 20-year-old air-conditioned office building in the British climate

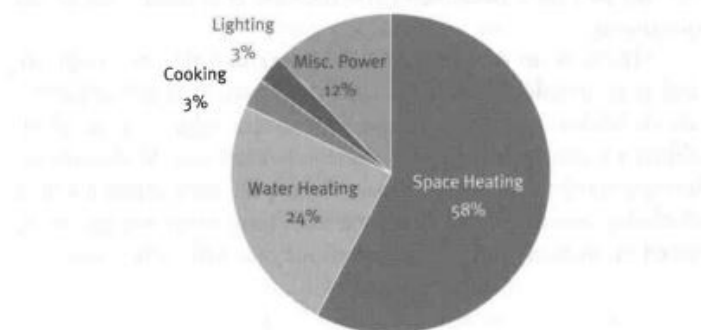


Figure 2.2 Typical domestic energy consumption pattern for a private house in the British climate

Slika 2.1: Običajna poraba energije v poslovnih prostorih (zgoraj) in gospodinjstvih (spodaj) v VB. Vir: Energy management in buildings, D.J. Harris

Pri porabi energije v gospodinjstvih več od polovice v povprečju porabimo za ogrevanje. Zato najprej naslednje poglavje:

3 Prenos toplote

Ponovimo, kaj je toplota. Energijski zakon (1. zakon termodinamike): $A + Q = \Delta W$.

Toplota je delež energije, ki ob toplotnem stiku brez dela preide s toplejšega na hladnejše telo.

Koliko toplote rabimo, da snov z maso m segrejemo za dT ? Toplota je $dQ = m c dT$, razlika c_p in c_v . Za kapljevine in trdne snovi sta c_p in c_v enaka, npr. za železo 470 J/kg K, voda 4200 J/kg K. Za zrak je $c_p = 1020$ J/kg K, $c_v = 720$ J/kg K.

Fizikalni procesi, ki omogočajo prevajanje (kondukcijo) toplote v snovi, so trki med molekulami in atomi snovi. Pri prenosu toplote, pri katerem je prevajanje samo eden od mehanizmov, moramo to ugotovitev dopolniti še s spoznanjem, da se toplota v kapljevinah in plinih lahko prenaša z enega mesta na drugo tudi z makroskopskim gibanjem snovi. V tem primeru govorimo o naravni ali prisilni (vsiljeni) *konvekciji*. Pomemben način prenosa toplote je tudi *sevanje* segretyh teles, pri katerem se toplota prenaša z elektromagnetnim valovanjem. V praksi vsi trije načini prenosa toplote velikokrat nastopajo hkrati.

Ločimo torej: sevanje, konvekcijo, prevajanje.

3.1 Prevajanje toplote

2. zakon termodinamike: Toplota teče sama od sebe od mesta z višjo temperaturo k mestu z nižjo temperaturo. (Definiran preko entropije)

Omejimo se na eno dimenzijo, naj se temperatura spreminja le vzdolž osi x . Razen podrobnosti (npr. koti) sem spada večina primerov iz gradbeništva. Porazdelitev temperature zapišemo kot $T(\vec{r}, t)$, oziroma v eni dimenziji $T(x, t)$.

Toplotni tok P je množina toplote, ki se v časovni enoti prenese skozi prečni presek S : $P(x, t) = \frac{dQ}{dt}$.

Zakon o prevajanju toplote pravi:

$$P = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}$$

ali

$$\frac{P}{S} \equiv q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (1)$$

kjer negativni predznak opozarja, da teče toplota v smeri poje manja temperature. Koefficient λ je snovna lastnost, ki ji pravimo *toplotna prevodnost*, in q gostota toplotnega toka v enotah W/m² (*heat flow rate* v angleški literaturi, $\dot{q}$ v Medved, Gradbena fizika). Enačbi (1) pravimo tudi (prvi) Fourierov zakon.

Količini $\frac{\partial T}{\partial x}$ pravimo gradient temperature.

Kako merimo toplotno prevodnost?

MAST: ponovimo o napakah pri meritvah!

Med hladno in toplo ploščo z znanima temperaturama vstavimo snov, ki ji želimo izmeriti toplotno prevodnost. Rabimo podatke o debelini te snovi in gostoti toplotnega toka. Slednje določimo tako,

Tabela 1: Toplotna prevodnost nekaterih snovi pri sobni temperaturi

Snov	Toplotna prevodnost λ [$\frac{W}{m \cdot K}$]	Snov	Toplotna prevodnost λ [$\frac{W}{m \cdot K}$]
zrak	0,026	srebro	420
voda	0,6	opeka	0,53
led (0 °C)	2,2	beton	1,15
steklo	0,4 – 0,8	les	0,04 – 0,4
aluminij	202	pluta	0,07
baker	380	stiropor	0,033
železo	75	glina (suha - vlažna)	0,15 – 1,8
svinec	35		

da zaporedno s snovjo, ki ji merimo λ , postavimo še ploščo iz materiala z znanim λ . Potem merimo razliko temperatur na znani plošči in na ta način skozi njo izračunamo gostoto toplotnega toka q . Isti q teče v stacionarnem stanju tudi skozi merjeni material.

Merjeni material lahko izrežemo v obliki krogle in v sredino vstavimo grelec z znano močjo. Tako nimamo težav s toplotnim tokom, ki bi uhajal skozi robove merilnika. Merimo lahko kako hitro se začne greti površina krogle ali počakamo na stacionarno stanje in iz razlike temperatur izračunamo λ .

Merjenje toplotnega toka na stenah obstoječih stavb: umerjene ploščice, ki jih prilepimo na površino sten.

Članek: vpliv vlage na toplotno prevodnost λ . Opozori na razliko med zrakom in vodo ter porami v gradbenem materialu.

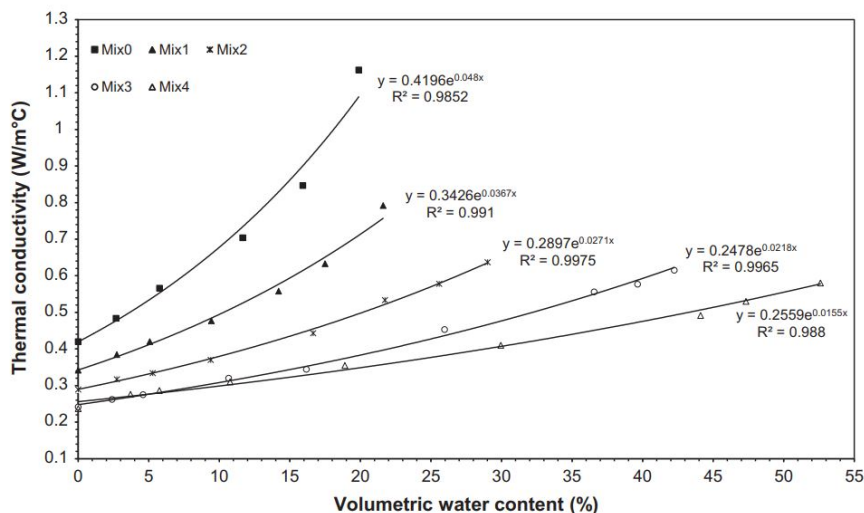


Fig. 3. Thermal conductivity as function of water content of the various samples.

Slika 3.1: Ref: D. Taoukil et. al., Moisture content influence on the thermal conductivity and diffusivity of wood-concrete composite, Construction and Building Materials 48 (2013) 104–115

Plini

Do številčnega faktorja natančno velja

$$\lambda = k n \bar{v} \bar{l} = \frac{k \bar{v}}{\sigma}.$$

Sipalni presek σ se malo spreminja s temperaturo. Ker povprečna hitrost raste s korenom iz temperature, raste s korenom iz temperature tudi toplotna prevodnost plinov. Ocenimo za zrak:

$$\lambda = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \cdot 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2} = 0,014 \frac{\text{W}}{\text{m K}},$$

kar nam da pravi red velikosti, ko primerjamo z eksperimentalno vrednostjo ($0,02 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$).

Dvoatomni plini: $\lambda = 0,68 \rho c_p l \bar{v}$ [I. Kuščer, S. Žumer, Toplota], l je povprečna prosta pot $l = 1/(\sqrt{2} n \sigma)$, n = gostota molekul, σ = prečni presek molekule. Za zrak pri 1 bar je $\bar{v} \approx 500 \text{ m/s}$, $l \approx 65 \text{ nm}$.



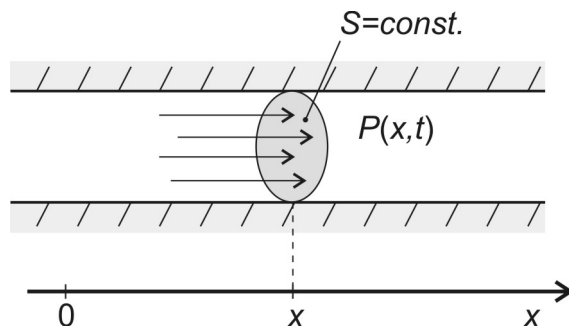
Slika 3.2: Merilnik toplotne prevodnosti <http://www.appliedp.com/en/isomet.htm>



Slika 3.3: "Lambda" meter.

3.2 Difuzijska enačba za prevajanje toplote

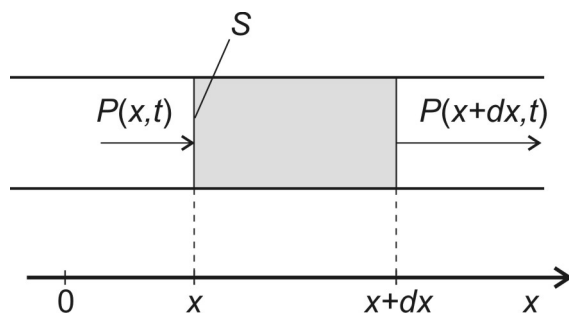
Obravnavali bomo torej prenos toplote v palici, v kateri se temperatura spreminja le vzdolž palice s stalnim prečnim presekom S . V ta namen si lahko predstavljamo, da je palica ob straneh toplotno izolirana (slika 3.4). Koordinatno os x usmerimo vzdolž palice s koordinatnim izhodiščem na enem od njenih koncev.



Slika 3.4: Toplotni tok skozi palico, ki je ob straneh toplotno izolirana, teče le v smeri osi x

Če v nekem trenutku poznamo porazdelitev temperature v snovi, nam zakon o prevajanju toplote omogoča, da izračunamo gostoto toplotnega toka na poljubnem mestu. Zaradi prehajanja toplote z enega mesta na drugo in zaradi zakona o ohranitvi energije (to je 1. zakon termodinamike) se porazdelitev temperature v snovi v splošnem spreminja s časom. Da bomo ugotovili, kako se temperatura na danem mestu spreminja s časom, si izberimo majhen dolžinski element palice na odseku med x in $x + dx$ (slika 3.5) in pogledjmo, koliko toplote prejme v časovnem intervalu dt . Na toplejšem koncu toplota priteka, na hladnejšem pa odteka, tako da velja

$$d(dQ) = S (q(x, t) - q(x + dx, t)) dt .$$



Slika 3.5: Toplotni tok na majhnem dolžinskem elementu palice s prečnim presekom S . Osenčeni element prejme toploto dQ , ker je majhen. V kratkem času to označimo z $d(dQ)$.

Po drugi strani pa se zaradi prejete toplote obravnavani del palice segreje, pri čemer velja,

$$d(dQ) = \rho S dx c_p dT ,$$

kjer je ρ gostota, c_p pa specifična toplota palice pri stalnem tlaku (za večino trdnih snovi in kapljev in se specifični toploti pri stalnem tlaku in stalni prostornini le malo razlikujeta in običajno govorimo le o specifični toploti snovi c). Izenačimo oba izraza, upoštevamo enačbo (1) in dobljeno enačbo na obeh straneh delimo z dt , pa dobimo

$$\rho S dx c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda S \left(\frac{\partial T(x + dx, t)}{\partial x} - \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) .$$

Izraz v oklepaju na desni strani predelamo tako:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T(x + dx, t)}{\partial x} - \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} (T(x + dx, t) - T(x, t)) = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(T(x, t) + \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} dx + \dots \right) - T(x, t) \right] = \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} dx + \dots . \end{aligned}$$

Rezultat vstavimo v prejšnjo enačbo in dobimo končni rezultat (= **difuzijska enačba za prevajanje toplote**)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (2)$$

ki določa časovno spreminjanje temperature v palici zaradi prevajanja toplote od toplejših delov palice h hladnejšim. Kvocient χ

$$\chi \equiv \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

določa, kako hitro se izenačujejo temperature; pravimo mu *termična difuzivnost snovi*. Enota za termično difuzivnost je $[\chi] = \text{m}^2/\text{s}$.

Tabela 2: Termična difuzivnost nekaterih snovi pri sobni temperaturi

Snov	Termična difuzivnost χ ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)
baker	110
voda	0,14
polna rdeča opeka	0,48
beton	0,34
keramika	0,56
smrekov les	0,10

3.3 Stacionarno stanje

V stacionarnem stanju se temperatura v materialu ne spreminja več s časom. To ne pomeni, da je povsod enaka, v odvisnosti od kraja se še vedno spreminja! V eni dimenziji je potem temperatura odvisna le od x . Če zahtevamo, da se temperatura s časom ne spreminja več, pomeni, da mora na poljubnem prerezu v snovi pritekati enaka količina energije kakor odtekati z izbranega prereza. To pomeni, da morata biti toplotni tok in gostota toplotnega toka q (računamo za eno dimenzijo!) skozi vse plasti enaka!

Torej je $q = \text{konst.}$ in iz enačbe (1) sledi (parcialne odvode zamenjamo z navadnimi, saj je T odvisna le od x):

$$T(x) = -\frac{q}{\lambda} x + C.$$

Količini q in C določimo iz robnih pogojev: $T(x=0) = T_1$ in $T(x=d) = T_2$. Dobimo:

$$q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{d}$$

in

$$T(x) = T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{d}.$$

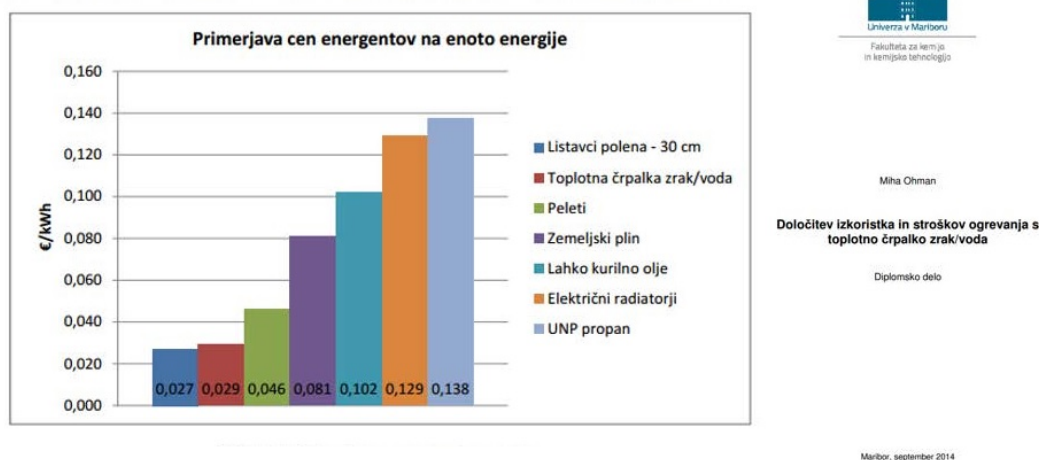
Narišimo potek temperature skozi eno plast. Narišimo izoterme.

Primer 1.

Za občutek izračunajmo kolikšna sta toplotni tok P in njegova gostota q skozi 20 m^2 veliko steno iz opeke z debelino 30 cm . Koliko toplote uide skozi takšno steno v 5 mesecih, če je ves čas razlika temperatur med eno in drugo stranjo stene 15°C ? Koliko to stane za različne vrste kuriva?

Rešitev

Opomba: Kurilno olje in plin imata izkoristek okoli 90% . Toplotna črpalka ima učinkovitost ($Q = \nu A$) okoli $\nu = 3$, močno odvisno od tega koliko mora ogreti snov. Rabi drago električno energijo.



Slika 3.6: Cena energentov (2014)

Primer 2.

Te naloge ne delaj!

Soba ima 15 m^2 veliko in 40 cm debelo zunanjo steno. Povprečna toplotna prevodnost stene je $0,48\text{ W/mK}$. Tla, strop in ostale stene sobe mejijo na enako tople prostore. Zrak v sobi ogreva radiator, ki oddaja stalen toplotni tok 450 W . Kolikšna je temperatura zraka v sobi, če je zunanja temperatura zraka -10°C ? Kolikšen toplotni tok odteka iz sobe skozi 1 m^2 zunanje stene? V kolikšnem času uide iz sobe 1 kWh toplote?

Ko se temperatura v sobi ustali je toplotni tok skozi stene (izguba) enak toploti, ki jo oddaja radiator. Stalno temperaturo v sobi določimo torej iz: $P = 450\text{ W}$ Dobimo $\Delta T = 25\text{ K}$. V sobi je torej 15°C .

Toplotni tok skozi $S = 1\text{ m}^2$ stene je $P = 30\text{ W}$, $j = 30\text{ W/m}^2$.

Iz sobe oddteka $P = 0,450\text{ kW}$. $Q = Pt$. Sledi $t = 2,2$ ure za $Q = 1\text{ kWh}$.

3.3.1 Več zaporednih homogenih plasti v eni dimenziji

Vzemimo, da imamo dve plasti z debelinama d_1 in d_2 in ustreznima toplotnima prevodnostima.

Gostota toplotnega toka mora biti v stacionarnem stanju v obeh plasteh enaka. Vemo, da je potek temperature v vsaki plasti linearen. To nam pomaga določiti temperaturo med plastema.

Za udobnejše pisanje enačb, definiramo toplotni upor:

$$q \equiv \frac{\Delta T}{R}.$$

Definirali smo ga tako, kot to običajno počnejo v gradbeništvu, kjer navadno obravnavamo vzporedne plasti v 1 D. Na drugih področjih, na primer v strojništvu raje definirajo toplotni upor tako: $P = \Delta T/R$.

Izpeljemo, $R_s = R_1 + R_2$.

Narišimo $T(x)$ za enako debelo plast kakor v primeru ene plasti, le da je zdaj polovica plasti iz opeke, druga polovica iz stiropora. Pokažemo, da se v izolaciji temperatura hitreje spreminja. Je večji temperaturni gradient!

Naredimo nekaj računskih zgledov:

Primer 3.

20 cm debela stena iz porobetona ima površino $14,6\text{ m}^2$ in toplotno prevodnost $0,12\text{ W/mK}$. Na zunanji strani stene je nalepljena 5 cm debela plast stiropora s toplotno prevodnostjo $0,04\text{ W/mK}$.

a) Kolikšen toplotni tok teče skozi sestavljeno steno, če je notranja temperatura stene 17°C , zunanja pa -5°C ?

b) Kolikšna je temperatura na stiku betona in stiropora? Nariši potek temperature v steni!

$\Delta T = 22\text{ K}$. Toplotni tok skozi več zaporednih plasti računamo s toplotnim uporom. Sledi $P = 110\text{ W}$.

Ta toplotni tok teče skozi prvo in drugo plast. Tako lahko izračunamo temperaturo na stiku med plastema. Sledi $\Delta T_1 = 12\text{ K}$.

Na stiku je temperatura $17^\circ\text{C} - 12^\circ\text{C} = 5^\circ\text{C}$. V obeh plasteh se temperatura spreminja linearno.

Primer 4.

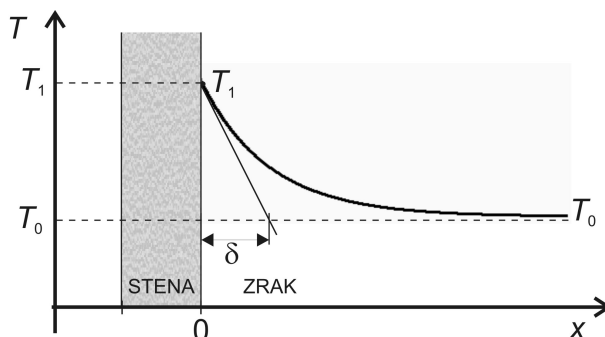
Strop je sestavljen iz dveh plasti: 10 cm stiropora ($\lambda = 0,04\text{ W/mK}$) in 20 cm betona ($\lambda = 1,2\text{ W/mK}$). Nad stiroporom je sneg. Koliko snega se stali na 20 m^2 veliki strehi v eni uri in kolikšna je temperatura na meji med stiroporom in betonom, če je temperatura na notranji strani betonske plošče enaka 20°C ? Specifična talilna toplota ledu je 336 kJ/kg .

$m = 1,6\text{ kg}$.

Temperatura na plasti med betonom in stiroporom je $18,8^\circ\text{C}$.

3.4 Konvekcija

Pri konvekciji pa gre za skupno gibanje večje količine molekul. Pravimo tudi, da gre za *prestop* toplote. Gibanje molekul je lahko naravno zaradi temperaturnih razlik, gostote. Takrat pravimo, da je to **naravna konvekcija**. Ko pa gibanje tekočine nastane zaradi ventilatorja, črpalk ali vetra, pravimo, da je konvekcija **prisilna**. V obeh primerih se na prenosni površini oblikujeta hitrostna in temperaturna ali **termalna mejna plast**.



Slika 3.7: Prenos toplote s stene na zrak. Razdalja δ je ocena za širino termalne mejne plasti.

Pri konvekciji oz. prestopu toplote iz stene v zrak gostoto toplotnega toka običajno zapišemo kot

$$q = h (T_1 - T_0),$$

kjer je h **toplotni prestopni koeficient** z enoto $[h] = \text{W/m}^2 \text{K}$. (Opomba: V S. Medved je označen z α)

Prestopni koeficient je v primeru naravne konvekcije odvisen od viskoznosti tekočine, njene gostote, toplotne prevodnosti in specifične toplote. V primeru prisilne konvekcije pa je predvsem pomembna "vsiljena" hitrost tekočine ob površini stene.

Prestopni koeficient h je odvisen tudi od višine stene in temperaturne razlike med steno in okoliškim zrakom (problem pri izračunu!). V *Osnove gradbene fizike*, J. Peternelj najdemo:

$$h = Nu \cdot \frac{\lambda}{H},$$

kjer je Nu *Nusseltovo število*, λ toplotna prevodnost zraka in H višina stavbe. Nusseltovo število je odvisno od kinematične viskoznosti zraka ($\nu = \eta/\rho$), gostote in znova od višine stavbe! Za $H = 3 \text{ m}$ je $Nu \approx 200$. Toplotna prevodnost zraka je približno $\lambda = 0,026 \text{ W/mK}$.

Ne bomo se ukvarjali s podrobnim računanjem prestopnih koeficientov. Poglejmo, kakšne vrednosti naj uporabimo glede na ustrezni standard EN ISO 6946:1996.

Na zunanjih površinah sten prestopni koeficient h po standardu EN ISO 6946:1996 ocenimo kot:

$$h = 4 + 4v,$$

kjer je h v enotah $\text{W/m}^2 \text{K}$ in v hitrost vetra v m/s .

Na notranjih površinah pa je h med $0,7$ in $5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, odvisno od smeri toplotnega toka (npr. "upwards" (talno ogrevanje ali strop na hladno podstrešje), $h = 5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, "downwards" , $h = 0,7 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ in "horizontal", ki ga največkrat uporabljamo $h = 2,5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

Primer 5.

Naj bo temperatura zraka v prostoru $T_N = 20^\circ\text{C}$, zunaj $T_Z = -10^\circ\text{C}$. Stena je iz 30 cm opeke s toplotno prevodnostjo $\lambda = 0,5 \text{ W/m K}$ in površino 20 m^2 . Narišimo temperaturni profil in izračunajmo toplotni tok skozi steno, če a) ne upoštevamo termalnih mejnih plasti, b) upoštevamo prestopne koeficiente $h = 2,5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ notri in $h = 4 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ zunaj (brez vetra) in c) če zunaj piha veter s hitrostjo 10 m/s !

Termalne mejne plasti upoštevamo kot dodatne toplotne upore.

a) $P = \dots$, temperaturi na steni $T_1 = T_N = 20^\circ\text{C}$ in $T_2 = T_Z$.

b)

c)

Za vse tri primere izračunamo toplotni tok in ga izrazimo v obliki:

$$q = U S \Delta T.$$

3.5 Toplotna prehodnost U

Toplotna prehodnost (ali *toplotna prepustnost*) U je toplotni tok, ki prehaja skozi gradbeni element s površino 1 m^2 pri stalni razliki med temperaturama zraka (pomeni, da upoštevamo termalne mejne plasti) na obeh straneh konstrukcije 1 K :

$$P = U S \Delta T.$$

Toplotna prehodnost je najpomembnejši podatek o energijski varčnosti stavb. Zato so njene vrednosti navzgor omejene. Po slovenskih pravilnikih o učinkoviti rabi energije v stavbah je od leta 2010 največja dovoljena prehodnost gradbenih konstrukcij (po S. Medved, Gradbena fizika):

	$U_{max} [\text{W}/\text{m}^2 \text{ K}]$
zunanje stene in stene proti neogrevanim prostorom	0,28
strop proti neogrevanemu podstrešju	0,20
stene med ogrevanimi prostori	0,90
strop med ogrevanimi prostori	0,90
poševne in ravne strehe	0,20

Tabela 3: Največje dovoljene toplotne prehodnosti po slovenskih pravilih

Primer 6.

Določimo debelino toplotne izolacije zunanje stene, da toplotna prehodnost U ne bo večja od $0,28\text{ W}/\text{m}^2 \text{ K}$! Stena je sestavljena iz cementne malte (2 cm), votle opeke (19 cm), kamene volne (to debelino iščemo) in fasadne malte (2 cm). Narišimo, kako se U spreminja z debelino izolacije! Podatke iz tabele na strani gradbena.fizika.si.

Za izris $U(x)$ uporabimo program Wolfram Alpha `PLOT 1/(k1+x/k2) FOR x=0 to 100` v centimetih.

Primer 7.

Vzporedni prenos toplote:

Zunanja stena z dolžino 10 m in višino 3 m ima 4 m² veliko okno. Zid stene je debel 30 cm in ima toplotno prevodnost $0,40\text{ W}/\text{mK}$. Toplotna prehodnost okna je $2,5\text{ W}/\text{m}^2 \text{ K}$. V prostor postavimo radiator z močjo 1100 W. Kolikšna temperatura se ustali v prostoru, če je zunanja temperatura -12°C ?

Za koliko odstotkov zmanjšamo toplotne izgube, če okno zamenjamo z novim, ki ima $U = 0,9\text{ W}/\text{m}^2 \text{ K}$, in stene obložimo s stiroporom z debelino 8 cm? Toplotna prevodnost stiropora je $0,04\text{ W}/\text{mK}$.

Rešitev:

3.5.1 Letni temperaturni primanjkljaj

Poznamo $P = U S \Delta T$ za nek objekt. Toplotna prehodnost U je lastnost gradbenega elementa oz. objekta. Pri dani površini in razliki temperatur lahko izračunamo toploto, ki takrat teče skozi stene

in jo moramo nadomestiti z ogravnjem $Q_i = U S \Delta T t_i$. Daljše obdobje (zimo!) razdelimo na dneve za katere poznamo povprečne ΔT , za notranjost vzamemo 20°C . Potem moramo za celo zimo sešteti:

$$\begin{aligned} Q_{1.\text{ nov.}} &= U S \cdot \Delta T_{1.\text{ nov.}} \cdot 1 \text{ dan} \\ Q_{2.\text{ nov.}} &= U S \cdot \Delta T_{2.\text{ nov.}} \cdot 1 \text{ dan} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned}$$

Seštejemo čez celo zimo in dobimo:

$$Q_{\text{cela zima}} = U S \cdot [\Delta T_{1.\text{ nov.}} \cdot 1 \text{ dan} + \Delta T_{2.\text{ nov.}} \cdot 1 \text{ dan} + \dots].$$

Vsoti v oklepaju $[\Delta T_{1.\text{ nov.}} \cdot 1 \text{ dan} + \Delta T_{2.\text{ nov.}} \cdot 1 \text{ dan} + \dots]$ pravimo *letni temperaturni primanjkljaj* (angleški HDD = heating degree day). Za Ljubljano je npr. 3300 K dan (na kurilno sezono), za Jesenice 4100 K dan (na kurilno sezono).

Domača naloga: Izbrani objekt. Iz gradbenih podatkov ocenimo toplotno prehodnost U in od upoštevanju letnega temperaturnega primanjkljaja, izračunamo letni strošek. Potem ga zmanjšamo z izolacijo. Dodajamo izolacijo in narišemo kako se zmanjšuje strošek ob različno debeli izolaciji. Potem pa še zamenjamo okno!

3.6 Prevajanje toplote v treh dimenzijah

V 1-D smo izpeljali enačbo $\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, $\chi = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ in toplotni tok $q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$.

V 3-D pa bi dobili:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \equiv \chi \Delta T$$

in

$$\vec{q} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right) \equiv -\lambda \nabla T.$$

Δ je Laplaceov operator, ∇ operator nabla in ∇T gradient temperature. Gradient temperature je vektor, ki kaže v smeri največjega naraščanja temperature.

Podobno kakor v 1-D tudi tukaj največkrat rešujemo primer za stacionarno stanje $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. Podati moramo robne pogoje. Enačbo (Laplaceova enačba) $\Delta T = 0$ rešujemo, ko obravnavamo stacionarni prenos toplote skozi gradbeni element.

Redko lahko do rešitev pridemo analitično. Ko ne gre analitično, uporabimo npr. metodo končnih elementov.

Posebej preprosta sta primera, ko imamo cilindrično ali krogelno simetrijo. Ta primera lahko zaradi simetrije poenostavimo tako, da je temperatura odvisna le od r .

3.6.1 Več homogenih plasti v cilindrični simetriji

Izpeljemo toplotni upor v primeru cilindrične simetrije:

$$R_{cev} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2 \pi \lambda L},$$

kjer je L dolžina cevi.

Izpeljemo izraz za risanje izoterm iz $P = (T_1 - T(r)) 2 \pi \lambda L / (\ln(r/r_1))$:

$$r = r_1 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{\frac{T_1 - T(r)}{\Delta T}}.$$

Primer $r_1 = 2$ cm, $r_2 = 22$ cm, $T_1 = 20^\circ\text{C}$, $T_2 = 0^\circ\text{C}$. Izračunamo, da bo 16°C pri 3,2 cm, 12°C pri 5,2 cm, 8°C pri 8,4 cm in 4°C pri 13,6 cm. Narišemo to!

Primer 8.

Parna cev (J. P. in Z. J., Gradbena fizika, stran 13)

Po železni cevi z notranjim polmerom $r_1 = 10$ cm in zunanjim $r_2 = 10,5$ cm se pretaka vroča voda s temperaturo $T_1 = 80$ °C. Zunanji polmer plašča izolacije je $r_3 = 20,5$ cm in ima toplotno prevodnost $\lambda = 0,05$ W/mK. Toplotni prestopni koeficient s površine izolacije na okoliški zrak je $h = 4$ W/mK. Kolikšne so toplotne izgube na enoto dolžine cevi, če je temperatura okoliškega zraka enaka $T_0 = -10$ °C?

$$\text{Rešitev: } P = \frac{\Delta T}{R_{\text{skupni}}}, R_{\text{cev}} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda L}, \text{ zaradi } h\text{-ja: } P = S h \Delta T_{m.p.}, R_{(h)} = \frac{1}{2\pi r L h}.$$

Dobimo $P/L = 38,6$ W/m.

Takšna vrednost velja le, dokler ima voda začetno temperaturo. Zaradi izgub se ohlaja in moramo upoštevati, da se temperatura vode vzdolž cevi zmanjšuje:

$$dm c_p dT = -\frac{P(T)}{L} dx dt,$$

kjer je $dm/dt = \Phi_m$, ki ga poznamo.

Definiramo

$$l_0 = \frac{\Phi_m c_p (\ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{\lambda/r_3}{h})}{2\pi\lambda}.$$

Naj bo $r_1 = 10$ cm, $\Phi_m = 20$ kg/s (približno 1 m/s), sledi $l_0 \approx 200$ km.

Na razdalji l_0 se ΔT zmanjša za e-krat. Za izolirano cev in ob upoštevanju termalne mejne plasti je $l_0 = 200$ km, brez izolacije in ob upoštevanju termalne mejne plasti je $l_0 = 30$ km, če ni termalne mejne plasti, pa znaša l_0 le 5 km.

3.6.2 Krogelna simetrija

Izračunajmo toplotni upor krogelne lupine! Prav pride npr. pri shranjevanju jedrskih odpadkov, da se notranjost ne pregreje. Zaradi simetrije vemo, da je temperaturo odvisna le od razdalje od središča $T(r)$.

V tem primeru je le toplotni tok P skozi lupine z različnim polmerom neodvisen od razdalje r od središča lupine. Gostota toplotnega toka se z r zmanjšuje. Zato definiramo toplotni upor drugače kakor v primeru planvzporednih plasti:

$$P = \frac{\Delta T}{R_{\text{krogelna lupina}}}.$$

Po krajšem računu dobimo $R_{\text{krogelna lupina}} = \frac{1/r_1 - 1/r_2}{4\pi\lambda}$ z enoto $[R] = \text{K/W}$. Potem upore zaporednih krogel seštevamo kakor pri planvzporednih plasteh.

Za vajo narišimo izoterme:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} - \frac{4\pi\lambda}{P}(T_1 - T(r)) = \frac{1}{r_1} - \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \frac{T_1 - T(r)}{\Delta T}$$

za primer $r_1 = 2$ cm, $r_2 = 22$ cm in $\Delta T = 20$ K. Narišemo $T(r)$ in izoterme (16°C pri $r = 2,44$ cm, 12°C pri $3,14$ cm, 8°C pri $4,4$ cm in 4°C pri $7,3$ cm). Na isti graf še za 20 cm debelo planvzporedno plast, ter za cilindrično simetrijo.

Primer 9.

Taljenje ledu

Vzemimo kos ledu, ki smo ga potopili v vodo s temperaturo $T_1 > 0^\circ\text{C}$. Določimo hitrost taljenja ledu ob predpostavki, da ni konvekcije. Za $r_0 = 10$ cm in $T_1 = 10^\circ\text{C}$ ter, če upoštevamo, da je toplotna prevodnost vode $0,6$ W/mK.

V kolikšnem času se ta košček ledu popolnoma stali?

Dobimo $dm/dt = 0,02$ g/s na začetku. Vodo obravnavamo kakor neskončno krogelno lupino.

V daljšem času:

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{4\pi\lambda\Delta T \cdot r(t)}{q_t}.$$

Upoštevamo $m = \rho_{led} \frac{4}{3}\pi r^3$, in $dm = 4\pi\rho_{led} r^2 dr$. Po integriranju od r_0 ob $t = 0$ do poljubnega r ob t sledi

$$r(t) = \sqrt{r_0^2 - 2\alpha t},$$

kjer je

$$\alpha = \frac{\lambda\Delta T}{q_t\rho_{led}}.$$

Narišemo $r(t)$. Pomagamo si z izračunanim odvodom dr/dt , da vidimo, da na začetku odvod ni enak nič! Na ta način bolj pravilno narišemo.

Primer 10.

Radioaktivne odpadke, ki oddajajo 2 kW moči, obdamo s krogelno lupino iz betona z notranjim premerom 40 cm in zunanjim premerom 100 cm. Kolikšna je ravnovesna temperatura v notranjosti krogle, če ima zrak v okolici krogle temperaturo 20°C ? Narišite potek temperature v betonu! Prestopni koeficient na zunanji površini krogle je 20 W/m² K in toplotna prevodnost betona $1,4$ W/m K.

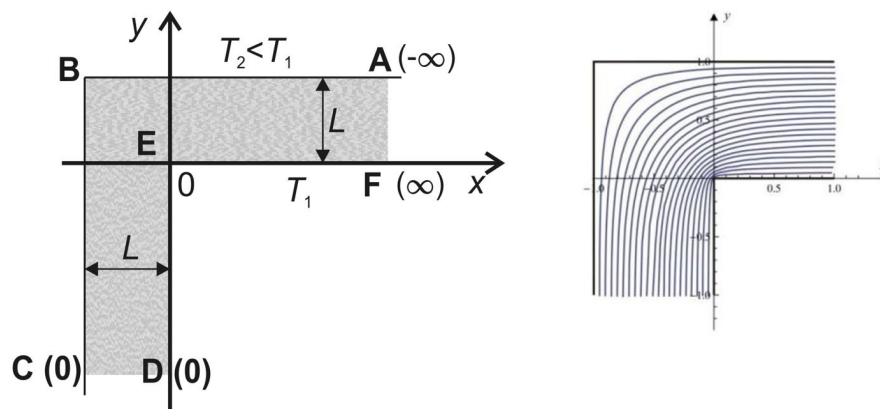
Rešitev ...

3.6.3 Izoterme v kotu

Eden redkih primerov, ki jih lahko izpeljemo analitično, je izračun izoterm v kotu, kjer se stikata neskončno visoki in dolgi steni. Pri računanju uporabimo komforno preslikavo. Ta ohranja kote, radij se lahko spremeni. Na primer preslikamo krožnico okoli z_0 v krožnico okoli $f(z_0)$. Pri računanju izoterm oz. porazdelitve $T(x, y)$ uporabimo analitične funkcije, gremo v kompleksni prostor.

Toplotni tok je (H je višina sten)

$$P = \lambda \left[H(x + y) \frac{T_1 - T_2}{L} + 0,559 H(T_1 - T_2) \right],$$



Slika 3.8: Izoterme v kotu. V kotu se zelo hitro spreminja temperatura. Tam je velik gradient ∇T , zato velik q in iz $q = h \Delta T_{m.p.}$ velik temperaturni skok.

oziroma

$$\frac{P}{H} = \lambda(x+y) \frac{T_1 - T_2}{L} + 0,559 \lambda (T_1 - T_2).$$

Drugi člen v gornji enačbi je prispevek vogala k toplotnemu toku skozi izbrani segment gradbenega elementa. Primerjamo gostoto toplotnega toka na "meter" višine:

$$q = \frac{P}{H(x+y)} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} \left(1 + 0,559 \frac{L}{x+y}\right)$$

Iz gornjega rezultata sledi, da prisotnost vogala poveča toplotni tok na enoto višine za $0,559 \lambda (T_1 - T_2)$. Premislimo o tem, koliko se dejansko poveča toplotni tok zaradi kota. Ugotovimo, da to niti ni veliko. Kljub temu je slabo, da je gostota toplotnega toka blizu kota večja kakor daleč proč, saj to pomeni (zaradi toplotne mejne plasti!), da so v kotu večji temperaturni skoki s stene na okoliški zrak. Povezano s pojavom plesni, kondenzacijo vlage.

Tako obravnavamo linijske toplotne mostove. Premislimo koliko procentov to prispeva k celotnemu toplotnemu toku. Bliže, ko smo kotu ($x+y$ postajata majhna) večja je gostota toplotnega toka.

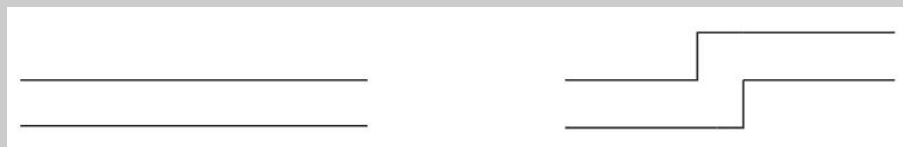
Primer 11.

Pri danih snovnih lastnostih primerjajmo koliko prispeva kot pri "debeli" steni in koliko pri tanki.

Npr. $\lambda = 0,1 \text{ W/mK}$, $\Delta T = 20 \text{ K}$, primerjamo $\frac{x+y}{L}$ proti 0,559.

Primer 12.

Ocenimo, koliko se poveča toplotni tok skozi steno, če namesto ravnega zidu na polovici dolžine zidu "zamaknemo" kakor je narisano na spodnji sliki!



Ocenimo, da je približno dvakrat dodatni prispevek kota. V resnici ni čisto tako, saj so v narisanim kotu izoterme drugačne kakor, če je le en kot.

Primer 13.

Izračunajmo, koliko k toplotnemu toku prispevajo koti v prostoru s tlorisom kvadrata (neka kočja)! Vse stene naj mejijo na zunanost.

Rešitev ... (odvisna od debeline sten)

Primer 14.

V knjigi W. M. Rohsenov, J. P. Hartnett, E. N. Ganić: Handbook of heat transfer fundamentals najdemo rešitev tudi za različno debeli (l in δ) neskončno visoki in dolgi steni ("infinte corner"). Pokaži, da se ta rešitev za $l = \delta$ poenostavi v tisto iz J.P.: Gradbena fizika!

Rešitev v omenjeni knjigi je:

$$\frac{q}{h} = \lambda \left[\frac{x}{l} + \frac{y}{\delta} + \frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{l^2 + \delta^2}{4l\delta} + \frac{\delta}{l} \tan^{-1} \frac{l}{\delta} + \frac{l}{\delta} \tan^{-1} \frac{\delta}{l} \right) \right] (T_1 - T_2).$$

Če je $l = \delta$, dobimo za dodatni del (prispevek kota):

$$\frac{2}{\pi} \ln \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cdot 1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2 = 1 - \frac{2}{\pi} \ln 2.$$

3.6.4 Toplotni mostovi

Toplotnim mostovom zaradi geometrije pravimo geometrijski toplotni mostovi. Ločimo jih od konstrukcijskih (npr. zaradi armature).

Po ISO 10211:

Linijski ali linearni toplotni most: Linijska toplotna prehodnost ψ v enotah W/mK opiše toplotni tok zaradi kota - roba $P = l \psi \Delta T$. Tipična vrednost okoli $\psi = 0,03$ W/mK.

Točkovni toplotni most: Točkovna toplotna prehodnost χ z enoto W/K določa toplotni tok v kotu (npr. dve steni + strop) $P = \chi \Delta T$.

Po ISO 14683 smemo točkovne toplotne mostove zanemariti.

Če so vsi linijski toplotni mostovi manjši od $0,2 \text{ W/m K}$, jih upoštevamo pavšalno tako, da toplotni prehodnosti U prištejemo vrednost $0,06 \text{ W/m}^2 \text{ K}$. Tej vrednosti pravimo *pribitek*.

3.7 Toplotna prehodnost enostavnih nehomogenih gradbenih elementov - približni račun

Primeri: zunanji zidovi z betonskimi stebri, strešne konstrukcije z nosilci in izolacijo. Poglejmo zidak v magistrskem delu Amela Emkića.

Najprej ponovimo to kar že poznamo:

Zaporedni plasti: $R_{nadomestni} = R_1 + R_2$

Vzporedni plasti:

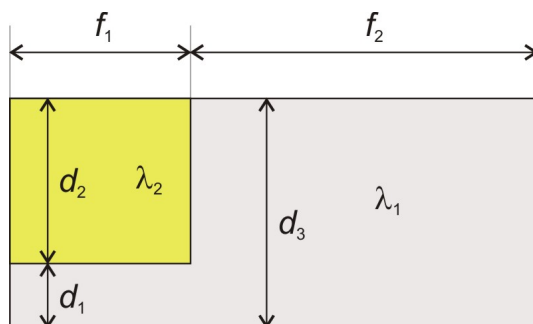
V tem primeru moramo sešteti toplotna toka. Označimo delež površine, ki pripada prvemu materialu z f_1 in njegov toplotni upor z R_1 . Drug material zavzema površino $f_2 S$, kjer je $S = S_1 + S_2$, celotna površina. Celotni toplotni tok je $P = P_1 + P_2 = f_1 S \frac{\Delta T}{R_1} + f_2 S \frac{\Delta T}{R_2}$. Celotni toplotni tok bi radi zapisali v obliki $P = S \frac{\Delta T}{R_{nadomestni}}$.

Dobimo:

$$\frac{1}{R_{nadomestni}} = \frac{f_1}{R_1} + \frac{f_2}{R_2}.$$

Izračunane nadomestne toplotne upore $R_{nadomestni}$ lahko uporabimo potem tudi za zapis *povprečne toplotne prevodnosti* nehomogenega elementa: $R_{nadomestni} = \frac{d}{\lambda}$. Čeprav to nima pravega snisla, saj povprečna toplotna prevodnost več ni snovna konstanta.

Izračunajmo približni toplotni upor R elementa, kakor je na sliki 3.9!



Slika 3.9: Prerez gradbenega elementa za katerega računamo toplotni upor.

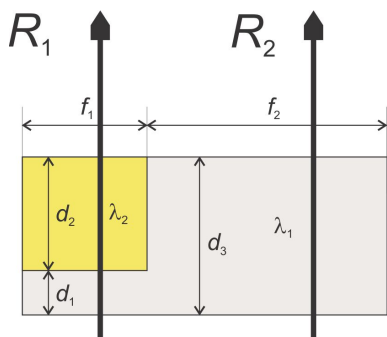
Po standardu EN ISO 6946 izračunamo najprej "zgornjo vrednost" (upper limit) toplotnega upora R'_T . To izračunamo tako, da najprej izračunamo skupne toplotne upore zaporednih plasti, kot je to na sliki 3.10, in potem iz (vzporedna R_1 in R_2)

$$S \frac{\Delta T}{R'_T} = f_1 S \frac{\Delta T}{R_1} + f_2 S \frac{\Delta T}{R_2}$$

dobimo

$$\frac{1}{R'_T} = \frac{f_1}{R_1} + \frac{f_2}{R_2}.$$

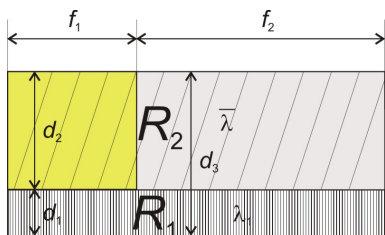
V $R_1, R_2 \dots$ načeloma upoštevamo tudi termalne plasti.



Slika 3.10: Računanje zgornje vrednosti toptnega upora R'_T .

Potem izračunamo "spodnjo vrednost" (lower limit) toplotnega upora R''_T . Tukaj si mislimo, da so vse ravnine vzporedne površini tudi izotermne ploskve. Ne glede na to, da so drugi materiali. Pri tem najprej izračunamo nadomestne toplotne prevodnosti vzporednih plasti, ustrezne toplotne upore (slika 3.11) in nazadnje celotni toplotni upor:

$$R''_T = R_1 + R_2 + \dots$$



Slika 3.11: Računanje spodnje vrednosti toptnega upora R''_T .

Ocena za toplotni upor elementa na sliki 3.9 je aritmetična sredina

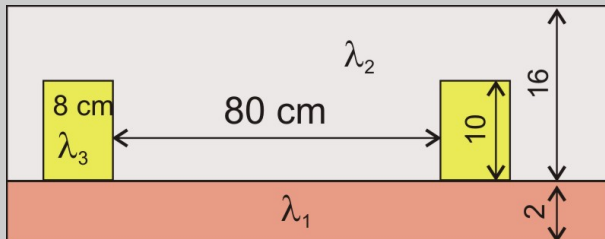
$$R_T = \frac{R'_T + R''_T}{2}$$

in ustrezna toplotna prehodnost

$$U = \frac{1}{R_T}$$

Primer 15.

Izračunajte toplotno prehodnost U nehomogene konstrukcije na spodnji sliki po metodi zgornje in spodnje vrednosti toplotnega upora! Toplotne prevodnosti so: $\lambda_1 = 0,21 \text{ W/m K}$ (mavčna plošča), $\lambda_2 = 0,04 \text{ W/m K}$ (kamena volna) in $\lambda_3 = 0,3 \text{ W/m K}$ (les).



Rezultat:

3.8 Nestacionarni pojavi

Rešujemo enačbo v 1-D: $\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ ali v 3-D: $\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T$

Poleg robnih pogojev rabimo še porazdelitev temperature ob začetnem času, npr. $t = 0$, to je *začetni pogoji*.

Občutek za velikostne rede dobimo tako: Vzemimo poljubno porazdelitev temperature na začetku v steni z debelino L . Naj bo to 1-D primer. Zanima nas karakteristični čas približevanja temperature končnemu stanju. To je naprimer povsod enaka temperatura, če je stena toplotno izolirana.

Od česa je lahko ta čas odvisen? Ni odvisen od temperature, saj lahko temperaturno skalo poljubno definiramo. Tako ali tako razmišljamo o tem, kdaj se npr. na 10% približamo stacionarnemu stanju. Glede na difuzijsko enačbo in robne pogoje, preostane le odvisnost od χ in L . Najpreprostejša kombinacija teh dveh količin z enotama m^2/s in m je naslednja:

$$\tau = \frac{L^2}{\chi}.$$

Za $L = 0,2 \text{ m}$ debelo betonsko steno ($\chi = 0,64 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) je $\tau = 17 \text{ h}$. Za enako debelo kovinsko palico je čas zaradi drugačne termične difuzivnosti 20-krat krajši. Ali tako: vzemimo obakrat 10 cm dolgo palčko potopljeno v vrelo vodo. Če je palčka iz kovine ($\chi = 100 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), je čas τ okoli minute. Če je lesena palčka ($\chi = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$), sledi čas τ v dnevih.

Še ena ocena: Naj se na površini stene temperatura spreminja periodično. Kako globoko v steni se to pozna? Npr., da je perioda enaka $t_0 = 12 \text{ h}$. Znova po premisleku o enotah ugotovimo, da bo globina, do katere se spremembe znatno poznajo, enaka

$$L = \sqrt{\chi t_0}.$$

Za betonsko steno dobimo $L \approx 16 \text{ cm}$.

Primer iz M. Pinterić, Building Physics: Zemljina (soil) $t_0 = 1 \text{ leto}$, $\chi = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, sledi globina 5 m. Pod njo torej ne zmrzuje, če je le povprečna temperatura na površini večja od 0°C .

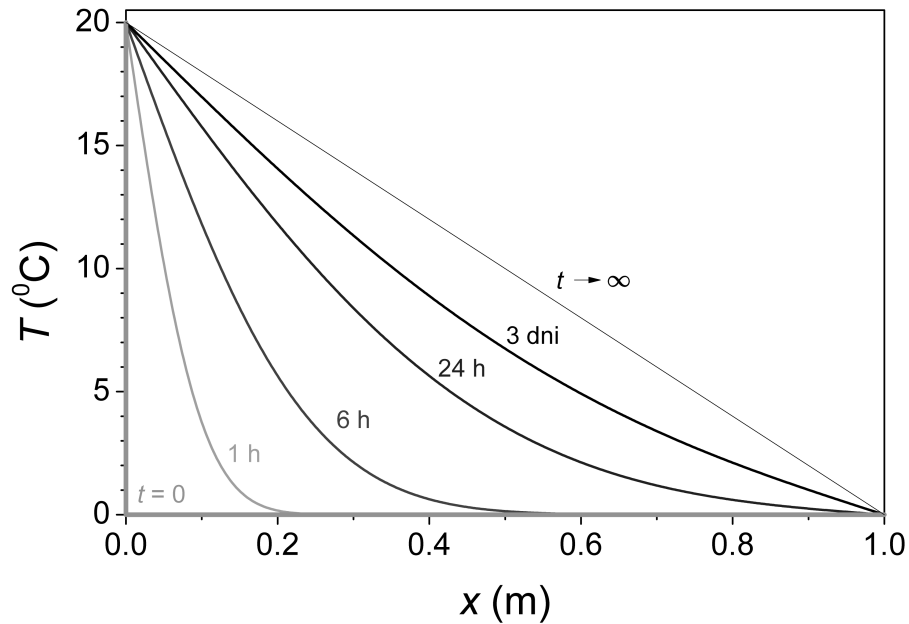
Poglejmo tri primere:

1. Gretje stene

Steno dolgo časa pustimo, da se vsa ohladi na zunanjo temperaturo. Potem notri prižgemo gretje in se površina stene dokaj hitro segreje na temperaturo zraka. V globini je stena še vedno hladna. Izračunajmo, kako se spreminja s časom temperaturni profil v steni!

Imamo robne pogoje (temperaturi na obeh površinah stene) in začetni pogoj: razen za $x = 0$ ima stena ob $t = 0$ povsod zunanjo temperaturo.

Sledimo izpeljavi iz knjige JP, str. 19. Dokaj podrobno. Pokažem rezultat. Napišemo kako se izračuna toplotni tok v steno in iz stene. Izračunamo koliko toplote se akumulira v steni. In to primerjamo s toploto, ki uide iz stene, ko je že doseženo stacionarno stanje. Premislimo ali se splača ugasniti centralno ali ne?



Slika 3.12: Temperatura v betonskem zidu za različne čase, kot jo podaja enačba (?) ($L = 1 \text{ m}$, $\chi = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $T_1 = 20^\circ\text{C}$ in $T_2 = 0^\circ\text{C}$)

2. Periodično spreminjanje temperature na eni strani

Brez izpeljave, le začetne pogoje. Pogledamo rešitve.

Imamo $T_1(\text{notri}) = T_0 = \text{konst}$, $T_2 = T_0 + \Delta T \cos(\omega t)$.

Zanima nas toplotni tok na notranji površini stene:

a) če je stena "tanká" ($L \ll \sqrt{\chi t_0}$), je $q(0, t) \approx -\lambda \frac{\Delta T}{L} \cos(\omega t)$. Temperaturni profil je približno linearen, sledi zunanji temperaturi.

b) če je stena debela ($L \gg \sqrt{\chi t_0}$), je $q(0, t) = -\frac{2\lambda\Delta T}{\sqrt{\chi/\omega}} e^{-L\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}}} \cos(\omega(t - L\sqrt{\frac{\omega}{2\chi}}) + \frac{\pi}{4})$ (JP, str. 29), vidimo, da z $\omega \rightarrow \infty$ (hitro nihanje), gre toplotni tok na notranji strani stene proti nič.

3. Dolgi palici

Rezultate gledamo zato, da ugotovimo kako je, ko stopamo po lesenih ali po keramičnih tleh!

Vpeljemo *efuzivnost* tako, da izpeljemo

$$\Delta T_1 b_1 = \Delta T_2 b_2,$$

kjer je $b = \sqrt{\lambda \rho c}$ efuzivnost snovi, ΔT -ja pa temperaturna skoka na stiku. Vidimo, da "zmaga" tista palica, ki ima večjo efuzivnost. Temperatura na stiku je bližje njeni temperaturi. Beton ima večjo efuzivnost od lesa, zato nas, ko hodimo bosi po enem ali drugem, na betonu bolj zebe. Glej tudi J.P. stran 31.

3.9 Fazno spremenljivi materiali

Motiv: povečamo toplotno kapaciteto stene, veliko manj se poznajo zunanje spremembe. Spomnimo se specifične talilne toplote za vodo (336 kJ/kg) in njene specifične toplote (4200 J/kgK), saj z enako količino toplote kakor jo porabimo za taljenje, nastalo vodo lahko ogrejemo do okoli 80 °C. V ta namen moramo uporabiti snovi, ki imajo tališče okoli sobne temperature. Voda ni primerna zaradi tesnenja, širjenja pri zmrzovanju, korozije. Uporabljamo različne voske. Veliko jih je naštetih na strani: https://en.wikipedia.org/wiki/Phase-change_material

Ocenimo, koliko debelejšo steno iz betona (produkt $\rho c_p = 3600 \text{ kg m}^{-3} \cdot 750 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} = 2.7 \text{ MJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$) rabimo, da pri majhni spremembi temperature (npr. 1 K) akumulira enako količino toplote, kakor tipični vosek ($q_t = 200 \text{ kJ/kg}$). Za gostoto voska vzemimo kar gostoto vode. Dobimo okoli 70-krat večjo debelino!

Poglejmo, kako bi računsko obravnavali plast širine L fazno spremenljivega materiala. Sledimo izpeljavi v Peternelj knjigi (str. 34) vse do Stefanovega problema in potem približne rešitve tako, da predpostavimo kvazistacionarno stanje. Zaradi poenostavitve, ki jo uporabimo, bomo čas taljenja ocenili navzdol. S tem smo na varni strani, saj je ugodno, če je v resnici čas taljenja še daljši od izračunanega.

Ocenimo še čas, ki je potreben, da izbrani vosek doseže stacionarno stanje, če naraste temperatura na hitro na eni strani s 16 °C na 30 °C! (Spomnimo se primera iz nestacionarnih razmer.)

Izpeljemo :

$$t = \frac{\rho q_t}{2 \lambda_l (T_1 - T_t)} x_m^2.$$

Primerjajmo izračunani čas taljanje t s karakterističnim časom $\tau = L^2/\chi$ za enako debelo plast betona! Poglejmo članek Luka Pajek, Gradbeni vestnik.

Kdaj je upravičeno vzeti linearni približek? Takrat, ko je $t \gg \frac{x_m^2}{\chi}$. To poznamo že od prej, karakteristični čas pri nestacionarnih razmerah.

Sledi $t \chi \gg x_m^2$, vstavimo malo prej izračunani čas t in $\chi = \frac{\lambda_l}{\rho c_l}$. Dobimo:

$$\frac{x_m^2}{2 Ste_1} \gg x_m^2.$$

Definirali smo brezdimenzijsko **Stefanovo število** za tekočo fazo (zato index l)

$$Ste_1 = \frac{c_l (T_1 - T_t)}{q_t}.$$

Vidimo, da bo pogoj izpolnjen (upravičen linerani približek za potek temperature v tekoči fazi), če $Ste_1 \ll 1$.

Zgledov ne delamo tukaj. En panel bomo obravnavali po naslednjem poglavju: Sevanje.

3.10 Sevanje

Vsa segreta telesa zaradi termičnega gibanja gradnikov oddajajo energijo v obliki elektromagnetnega valovanja. Ta pojav imenujemo *termično sevanje*.

Množino energije, ki jo črno telo z absolutno temperaturo T in površino S izseva v časovni enoti, določa *Stefan-Boltzmannov zakon*,

$$P = S \sigma T^4 ,$$

kjer je $\sigma = 5,672 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ *Stefan-Boltzmannova konstanta*. Za telo, ki ni črno, je izsevani energijski tok enak

$$P = e S \sigma T^4 ,$$

Emisivnost e je koeficient med 0 in 1. Za večino gradbenih materialov je okoli 0,9. Ta koeficient vpliva tudi na to, kakšno temperaturo površine izmeri termokamera. Ta namreč meri toplotni tok v IR področju in preko Stefanovega zakona izračuna temperaturo površine telesa s katerega merimo toplotni tok. Pomembno, da se pri takem snemanju izognemo odbitemu IR valovanju.

Tabela 4: Emisivnost e

Snov	Emisivnost e
beton	0,92
les	0,90
opeka	0,93
človeška koža	0,98
železo	0,69
aluminij	0,77
plošča iz nerjavečega jekla	0,34

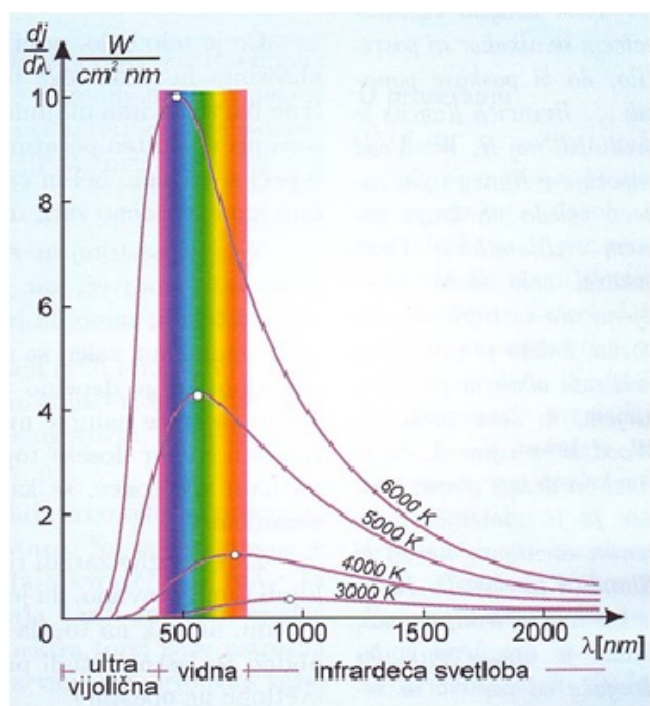
Narišimo spekter sevanja črnega telesa $dj/d\lambda$ v odvisnosti od valovne dolžine λ .

Planckov zakon:

$$\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2 \pi h c^2}{\lambda^5 (e^{h c / (\lambda k T)} - 1)}$$

Konstante svetlobna hitrost c , Planckova konstanta $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, Boltzmannova konstanta $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$.

Velja še $T_{(\max)} \cdot \lambda_{\max} = \textit{konst.}$



Slika 3.13: Spekter sevanja črnega telesa.

Primer 16.

Sonce seva približno kakor črno telo. Vsak kvadratni meter površine Zemlje, ki je pravokotna na smer sončnih žarkov, prejme energijski tok okrog 1360 W (*solarna konstanta*), če zanemarimo absorpcijo v atmosferi ($j_z = 1360 \text{ W/m}^2$). Kolikšen je celotni izsevani energijski tok Sonca, koliko od tega prejme Zemlja (absorpcijo v atmosferi zanemarimo) in kolikšna je temperatura površine Sonca? Povprečna oddaljenost Zemlje od Sonca je $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$, polmer Sonca $R_s = 6,95 \cdot 10^8 \text{ m}$ in polmer Zemlje je $R_z = 6371 \text{ km}$.

Ker je gostota izsevanega energijskega toka Sonca na oddaljenosti Zemlje $j_s^*(r)$ enaka $j_z = 1360 \text{ W/m}^2$ in ker Sonce seva enakomerno v vseh smereh, sledi

$$P_s = j_s^*(r) 4 \pi r^2 = j_z 4 \pi r^2 = 1360 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 4 \pi \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^2 \approx 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W} .$$

Za primerjavo povejmo, da je toplotna moč reaktorja v Jedrski elektrarni Krško enaka $2 \cdot 10^9 \text{ W}$. Zemlja od Sonca prejema moč $P_z = 1,8 \cdot 10^{17} \text{ W}$. Izračunamo po premisleku, da Zemlja od Sonca prestreza energijski tok j_z na površini S , ki je enaka prečnemu preseku Zemlje $S = \pi R_z^2$, in je potem $P_z = j_z S = j_z \pi R_z^2$.

Na splošno lahko zapišemo, $\frac{P_z}{P_s} = \frac{j_z \pi R_z^2}{j_z 4 \pi r^2} = \left(\frac{R_z}{2r}\right)^2$.

Temperaturo površine Sonca določimo s pomočjo Stefan-Boltzmannovega zakona. Tako imamo

$$P_s = \sigma 4 \pi R_s^2 T_s^4 = j_z 4 \pi r^2$$

in

$$T_s = \left(\frac{j_z}{\sigma} \left(\frac{r}{R_s} \right)^2 \right)^{1/4} = \left(\frac{1360 \text{ W m}^{-2}}{5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}} \left(\frac{1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}}{6,95 \cdot 10^8 \text{ m}} \right)^2 \right)^{1/4} \approx 5760 \text{ K} .$$

V splošnem telo poleg tega, da oddaja v okolico energijo v obliki sevanja, prav tako tudi dobiva od okolice energijo v obliki sevanja. Del energije, ki jo telo dobi od okolice, se v telesu absorbira in se spremeni v notranjo energijo, del pa se odbije. Absorbira se $j_{abs} = a j_{okolica}$. Ali se bo telo ohlajalo ali segrevalo, je torej odvisno od razlike med izsevanim in absorbiranim energijskim tokom. V toplotnem ravnovesju sta ta dva deleža enaka. Zato velja:

$$a = e.$$

Absorptivnost telesa a lahko razumemo tudi kot razmerje med površinsko gostoto izsevanega energijskega toka nečrnega telesa in površinsko gostoto izsevanega energijskega toka črnega telesa. Absorptivnost telesa je enaka njegovi emisivnosti pri vsaki valovni dolžini posebej.

Velja:

$$e = a = 1 - r ,$$

kjer je koeficient r *odbojnost* površine telesa, to je razmerje med gostoto odbitega energijskega toka in gostoto vpadnega energijskega toka (pri tem smo vzeli, da telo ne prepušča nič valovanja). V splošnem sta tako absorptivnost kakor tudi odbojnost odvisni še od valovne dolžine elektromagnetnega valovanja. Za telesa, pri katerih je $a = e = \text{const}$ in ki sevajo po Stefanovem zakonu, pravimo, da so *siva telesa*.

Pokaže se, da je prenos energije s sevanjem pomemben dejavnik pri prenosu toplote, še posebej pri visokih temperaturah.

Primer 17.

Zakaj imajo termovke gladke, kovinske površine?

Pokaži, da je $\frac{dT}{dt}$ sorazmeren emisivnosti e .

Kot primer si oglejmo prenos toplote s sevanjem med dvema (neskončnima) vzporednima ravnima stenama s temperaturama T_1 in $T_2 < T_1$ (slika 3.14). V skladu z drugim zakonom termodinamike pričakujemo, da se bo toplota prenašala s sevanjem od stene z višjo temperaturo na steno z nižjo temperaturo. Označimo površinsko gostoto oddanega energijskega toka ene in druge površine z $j_i^{(o)}$ in površinsko gostoto prejetega energijskega toka z $j_i^{(p)}$, pri čemer je $i = 1, 2$. Tedaj lahko zapišemo:

Izpeljava iz knjige JP

$$j_1^{(o)} = e_1 \sigma T_1^4 + r_1 j_1^{(p)} \quad (3)$$

in

$$j_2^{(o)} = e_2 \sigma T_2^4 + r_2 j_2^{(p)} \quad (4)$$

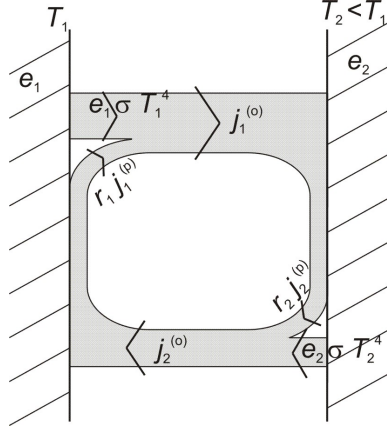
Iz zakona o ohranitvi energije sledi

$$j_1^{(o)} = j_2^{(p)} , \quad (5)$$

$$j_2^{(o)} = j_1^{(p)} . \quad (6)$$

Gostota neto oddanega energijskega toka prve stene je torej enaka

$$j \equiv j_1^{(o)} - j_1^{(p)} = j_2^{(p)} - j_2^{(o)} , \quad (7)$$



Slika 3.14: Gostota energijskega toka j , ki se s sevanjem prenaša s toplejše na hladnejšo površino $j = j_1^{(o)} - j_2^{(o)} \equiv j_1^{(o)} - j_1^{(p)} \quad (j_1^{(o)} = j_2^{(p)}; j_2^{(o)} = j_1^{(p)})$.

pri čemer smo upoštevali enačbi (5) in (6). V enačbi (3) na obeh straneh odštejemo $j_1^{(p)}$, v enačbi (4) pa $j_2^{(p)}$. Iz enačbe (7) tedaj dobimo

$$j = e_1 \sigma T_1^4 - (1 - r_1) j_1^{(p)}, \quad (8)$$

$$-j = e_2 \sigma T_2^4 - (1 - r_2) j_2^{(p)}. \quad (9)$$

Enačbo (8) pomnožimo na obeh straneh z e_2 , enačbo (9) pa z e_1 , upoštevajmo $1 - r_i = e_i$ ter dobljeni enačbi odštejemo eno od druge. Sledi

$$j(e_1 + e_2) = e_1 e_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4) + e_1 e_2 (j_2^{(p)} - j_1^{(p)}).$$

Upoštevajmo (5) in (7), dobljeno enačbo malo preuredimo, pa dobimo

$$j = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} - 1}. \quad (10)$$

Toplota se torej prenaša v obliki sevanja od toplejše stene h hladnejši. Gostota toplotnega toka, ki ga s toplejše stene odnaša sevanje, je sorazmerna razliki četrtil potenc absolutnih temperatur sten. Če je ena od sten črna, na primer $e_2 = 1$, se enačba (10) poenostavi:

$$j = e_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4).$$

Do rezultata (10) lahko pridemo tudi z neposrednim izračunom tokov $j_1^{(o)}$ in $j_1^{(p)}$:

$$j_1^{(o)} = e_1 \sigma T_1^4 [1 + r_2 r_1 + (r_2 r_1)^2 + \dots] + r_1 e_2 \sigma T_2^4 [1 + r_2 r_1 + (r_2 r_1)^2 + \dots] = \frac{e_1 \sigma T_1^4 + r_1 e_2 \sigma T_2^4}{1 - r_1 r_2}.$$

Zdaj upoštevamo enačbo (6), kjer $j_2^{(o)}$ določimo s pomočjo izraza za $j_1^{(o)}$, v katerem samo zamenjamo indekse $1 \leftrightarrow 2$. Sledi

$$j_1^{(p)} = j_2^{(o)} = \frac{r_2 e_1 \sigma T_1^4 + e_2 \sigma T_2^4}{1 - r_1 r_2}$$

in

$$j = j_1^{(o)} - j_1^{(p)} = \frac{(e_1 \sigma T_1^4 + r_1 e_2 \sigma T_2^4) - (r_2 e_1 \sigma T_1^4 + e_2 \sigma T_2^4)}{1 - r_1 r_2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} - 1}.$$

Razmišljamo tako, da je efektivni j , ki se prenaša med stenama, enak

$$j = e_1 \sigma T_1^4 - e_1 \dot{j}_1^{(p)}, \quad (11)$$

$$-j = e_2 \sigma T_2^4 - e_2 \dot{j}_2^{(p)}. \quad (12)$$

(kar stena seva minus kar stena dobi z absorpcijo). Tisto, kar se od stene odbije, ne vpliva na njeno energijsko bilanco. Enačbi znova pomnožimo z e_2 oz. e_1 , kakor prej, seštejemo. V razliki

$$\dot{j}_2^{(p)} - \dot{j}_1^{(p)}$$

prepoznamo ponovno j saj je to razlika med tem kar 2 prejme (več od prve stene) in kar (1) prejme.

Primer 18.

Izračunajmo gostoto sevalnega toka med stekloma dvoslojne zasteklitve, če a) uporabljamo navadno steklo (emisivnost je 0,88) ali b) ima eno od stekel nizkoemisijski (*low e*, visokorefleksijski, npr. tanka plast kovine (srebro, zlato, kositer)) nanos z $e = 0,09$?

Temperaturi naj bosta 20°C in -5°C . Naloga je iz knjige S. Medved: Gradbena fizika.

Z visoko refleksijo tudi zadržimo IR valovanje v prostoru (v prostor od Sonca prihaja predvsem vidna svetloba). Očitno pa zmanjšamo tudi prenos toplote med stekloma zaradi sevanja.

Argon pri dvojni zasteklitvi: manjša prevodnost od zraka, boljša zvočna izolacija, ni vlage/zmrzovanja.

Steklo upravičeno obravnavamo kakor, da ne prepušča IR valovanja, saj je njegova transmitivnost močno odvisna od valovne dolžine. Glej:

http://gradbena.fizika.si/transmittance_of_optical_glass.pdf

Premisleka:

a) Visokorefleksijski oz. nizkoemisijski (*low-e*) nanos. O tem se naučimo pri zadnjem zgledu.

b) Koliko k toplotni prehodnosti U prispeva sevanje med stekloma? Ne pozabimo, da v IR delu spektra, steklo ni prozorno. Steklo odbija IR valovanje. Prispevek k U -ju ocenimo tako, da razliko $T_1^4 - T_2^4$ razvijemo, tako da dobimo $4 T_{srednja}^3 \Delta T$.

Če površini nista vzporedni, neskončni plošči, ni nujno, da vse kar odda ena površina, pade na drugo, ali obratno. Narišimo npr. kot, z različno visokima stranicama. Potem je *neto toplotni tok* P_1 , ki ga površina S_1 oddaja (ali prejema, odvisno katera površina ima višjo temperaturo):

$$P_1 = \frac{S_1 \sigma T_1^4 - F_{21} S_2 \sigma T_2^4}{\frac{1}{e_1} + F_{21}(\frac{1}{e_2} - 1)} = \frac{S_1 \sigma (T_1^4 - F_{21} \frac{S_2}{S_1} T_2^4)}{\frac{1}{e_1} + F_{21}(\frac{1}{e_2} - 1)}.$$

Z F_{21} smo označili *geometrijski faktor* oz. *faktor sevalne izmenjave* (angl. view factor). To je delež, ki ga od oddanega $P_2^{(o)}$ s površine S_2 prejme S_1 :

$$P_1^{(p)} = F_{21} P_2^{(o)}.$$

Primeri:

- Če neskončni površini, je $F = 1$ in sledi kar smo izpeljali za neskončni plošči.
- Če je ena površina končna S in druga (npr. okolica zunaj) "neskončna" ($S_2 \rightarrow \infty$), potem $F_{21} \rightarrow 0$ in produkt $F_{21} \frac{S_2}{S_1} \rightarrow 1$. Sledi:

$$P_1 = S_1 e_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4).$$

Dokaz v knjigi JP, stran 48. Zanimivo, da ni pomembna emisivnost okolice e_2 .

Primer 19.

Primerjajmo izgube skozi $8\text{ m} \times 3\text{ m}$ veliko zunanjo steno zaradi prevajanja (prehodnost $U = 0,4\text{ W/m}^2\text{ K}$) in sevanja! Okolica naj ima temperaturo 0°C , stena 1°C (mejna plast za $h = 4\text{ W/m}^2\text{ K}$), notranjost 20°C . Naj bo emisivnost stene $e = 0,9$.

Pokažimo še, da sevalni prispevek lahko izračunamo tudi potem, ko $T_2^4 - T_{okolica}^4$ razvijemo v vrsto. Označi $T_2 = T_m + \frac{\Delta T}{2}$ in $T_Z = T_m - \frac{\Delta T}{2}$, kjer je T_m povprečna temperatura med površino in zunanjim zrakom. Te temperature sicer v naprej ne poznamo, a ni zelo narobe, če jo zamenjamo z zunanjo oz. srednjo med zunanjo in pričakovano na površini stene.

Kako upoštevamo sevanje v praksi (Standard ISO 6949)?

V zadnjem primeru smo izpeljali, da je $q_{sev} = e \sigma 4 T_m^3 (T_2 - T_Z) \equiv h_r (T_2 - T_Z)$. S h_r smo označili *sevalni površinski koeficient*. Ocenimo njegovo vrednost in ugotovimo, da je primerljiv konvekcijskim h_c ! Z zunanje površine teče gostota toplotnega toka $q_{konvekcija} + q_{sev}$. Ta gostota toplotnega toka je enaka gostoti toplotnega toka (prevajanje!) skozi steno. Zato ju seštevamo in definiramo $R_s = \frac{1}{h_c + h_r}$, kjer h_c poznamo že od prej (prestopni koeficient), z R_s smo pa označili skupni "surface" toplotni upor.

Vidimo, da je $h_r = e \sigma 4 T_m^3$. V standardu zapišejo $h_r = e h_{r0}$, pri čemer je očitno $h_{r0} = 4 \sigma T_m^3$. V standardu so kar napisane vrednosti kakor v tabeli 5. Preverimo npr. za 10°C , da se sklada se tem, kar smo izpeljali.

T_m	$h_{r0} [\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{ K}}]$
-10°C	4,1
0°C	4,6
10°C	5,1
20°C	5,7
30°C	6,3

Tabela 5: Vrednosti h_{r0} iz standarda ISO 6949

Še bolj poenostavljeno kar podajo površinski toplotni upor (Surface, external, inside, standard ISO 6946:2007) v katerem piše $R_{se} = 0,04 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$ for horizontal q in $R_{si} = 0,13 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$ for horizontal q .

Primer 20. (ne delaj ga!)

Naj bo temperatura zraka v prostoru $T_N = 20^\circ\text{C}$, zunaj $T_Z = -10^\circ\text{C}$. Stena je iz 30 cm opeke s toplotno prevodnostjo $\lambda = 0,5 \text{ W/m K}$ in površino 20 m^2 . Narisimo temperaturni profil in izračunajmo toplotni tok skozi steno, če upoštevamo prestopne koeficiente $h = 2,5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ notri in $h = 4 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ zunaj (brez vetra) ter sevanje z ustreznim h_r ! Primerjajmo izračunano gostoto toplotnega toka s podobnim primerom (b), ko pa nismo upoštevali sevanja.

Prepišimo rezultate od enakega primera pred enim tednom: $R_{opeka} = 0,6 \text{ m}^2 \text{ K/W}$, $R_{notri} = 0,4 \text{ m}^2 \text{ K/W}$, $R_{zunaj} = 0,25 \text{ m}^2 \text{ K/W}$, $q = 24 \text{ W/m}^2$, $\Delta T_N = 9,6 \text{ K}$, $\Delta T_{opeka} = 14,4 \text{ K}$, $\Delta T_Z = 6,0 \text{ K}$.

Potem izračunamo tako, da spremenimo R_{zunaj} kakor opisuje standard.

Tukaj dodaj in delaj na predavanjih primer Fasadni panel!

4 Prezračevanje stavb in energijske izgube zaradi prezračevanja

Zakaj? Ljudje oddajmo vlago (okoli 100 g na uro), CO₂ (okoli 25 g/h - sedeča oseba. Nevaren, ker v ozračju zamenja kisik (oseba porabi ≈ 30 g/h kisika), ob tem pa še v krvi tvori kisline in je toksičen v večjih količinah.). Tudi gradbeni material in stavbno pohištvo znotraj stavbe oddaja delce. Zato je za zagotovitev zdravega okolja, nujno zračiti.

Ponovimo plinsko enačbo, $pV = \frac{m}{M}RT$, enota za kilomolsko maso M naj bo kg/kmol, za splošno plinsko konstanto pa $R = 8300 \text{ J K}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$ in Avogadrovo število $N_A = 6 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$. Mešanice plinov, kjer se spomnimo, da so delni tlaki sorazmerni molarni (število delcev) koncentraciji posameznega plina v mešanici. Celotni tlak je vsota delnih tlakov.

Primer 21.

Človek: Skozi pljuča pretoči okoli 7-8 l zraka na minuto. Vdihne zrak z 20 % kisika, izdihne zrak s 15 % kisika. Iz razlike nastane voda in ogljikov dioksid. Imejmo sobo s prostornino 50 m³, ki je hermetično zaprta. Po kolikšnem času bi zmanjkalo kisika, če vanjo zapremo enega človeka?

Rezultat: Človek porabi na minuto 5 % od 8 l zraka. Ta zrak (8 l) tehta 10 g. Gostoto izračunamo iz plinske enačbe. Deleži kisika v zraku so sicer podani kakor prostorninski deleži, kar je enako razmerju delnega tlaka proti celotnemu tlaku. Maso kisika, ki ga porabimo na minuto, lahko izračunamo iz plinske enačbe. Po drugi strani, pa ne storimo veliko napake, če prostorninske deleže vzamemo kakor masne, saj ima dušik podobno kilomolsko maso kakor kisik. Torej človek vdihne 2 g O₂ in izdihne 1,5 g O₂ na minuto. Na minuto porabi 0,5 g O₂. Izračunamo, da na uro porabimo 30 g kisika. V sobi z omenjeno prostornino je približno 12 kg kisika. Vsega bi porabili v 17 dnevih.

To ne pomeni, da bi prijetno dihali dva tedna. Dihati bi morali vse hitreje, ker bi bila manjša koncentracija kisika v zraku. Pljuča oz. kri bi vse težje "ujela" molekule kisika.

Zaključek prejšnjega primera: zračenje je nujno potrebno! Merimo ga tako, da za bivalne stavbe uporabljamo metodo števila izmenjav zraka v prostoru z zunanjim na uro.

Tabela 6: Minimalno število izmenjav zraka v zasedeni stavbi (Vir: S. Medved: Gradbena fizika II., po Pravilniku o prezračevanju in klimatizaciji stavb.)

Prostor	Število izmenjav
dnevno bivanje in spalnice	0,5 h ⁻¹
WC, kopalnica	4 - 6 h ⁻¹
kuhinja	0,5 - 25 h ⁻¹

Pravilnik o prezračevanju in klimatizaciji stavb iz leta 2002: 4 l svežega zraka na sekundo na človeka. Glede na covid-19 bi raje priporočili 10 L/s na človeka. Pri pasivnih hišah je zapisano točno tako: 30 m³/h na osebo.

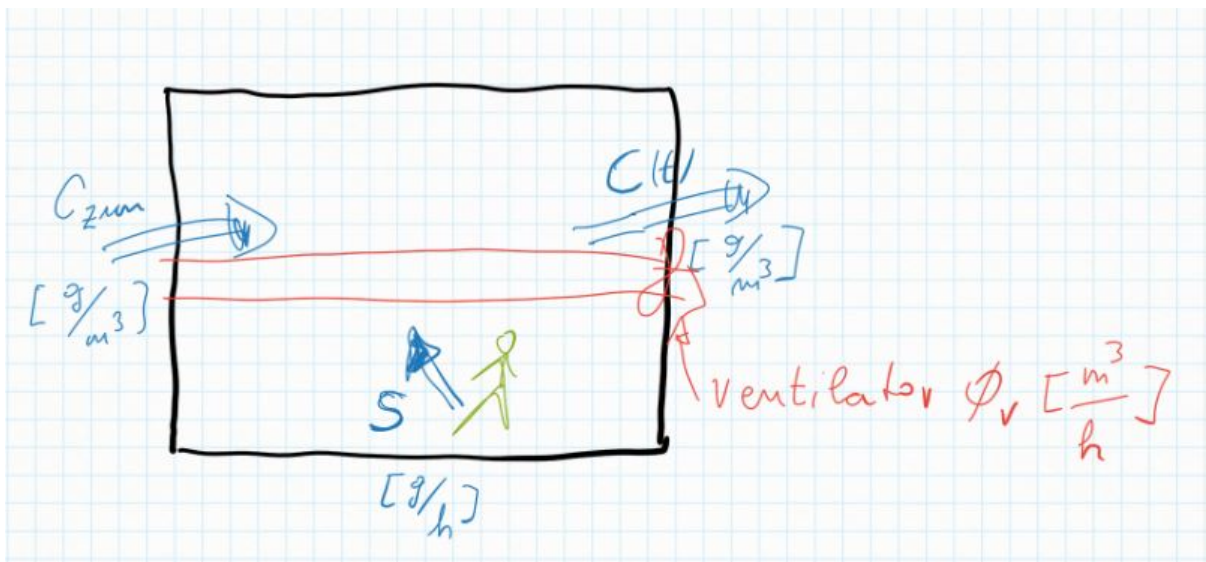
Primer 22.

Vzemimo, da v stavbi s prostornino $8\text{ m} \times 8\text{ m} \times 3\text{ m} = 192\text{ m}^3$ po zgornjem pravilu zamenjamo zrak 12-krat dnevno. Koliko energije porabimo za gretje zraka, če ima zrak v prostoru temperaturo 20°C , zunanji zrak pa 0°C ? Specifična toplota zraka je približno 1000 J/kg K , gostota pa $1,2\text{ kg/m}^3$.

Rezultat: $Q_{\text{zracenje}} = 1,2\text{ kWh}$ za eno izmenjavo. Za vseh 12 izmenjav porabimo 15 kWh energije za gretje zunanjega zraka. Primerjajmo izračunano toploto s toploto, ki uhaja skozi ovoj stavbe pri prehodnosti $U = 0,3\text{ W/m}^2\text{ K}$, $Q_{\text{prevažanje}} = 14\text{ kWh}$. V praksi se ne držimo strogo tega pravila. Če se ga, je zelo smiselna namestitev prezračevalne naprave z *rekuperacijo* (= ponovno pridobivanje, SSKJ) toplote.

4.1 Spreminjanje koncentracije vlage ali CO_2 v prostoru s časom - model

Vzemimo, da merimo koncentracijo plina C (naj bo to voda ali ogljikov dioksid) v g/m^3 . Označimo začetno koncentracijo s C_{zac} , zunanjo C_{zun} , trenutna v prostoru naj bo $C(t)$. Izvor, ponavadi človek, naj proizvaja S gramov plina na uro, torej je enota $[S] = \text{g/h}$. Upoštevajmo stalen pretok zraka, ki zamenja notranji zrak z zunanjim, Φ_V , z enoto $[\Phi_V] = \text{m}^3/\text{h}$.



Slika 4.1: Sprememba mase plina v prostoru.

V času dt se masa plina v prostoru s prostornino V spremeni za

$$dC V = S dt - (C(t) - C_{\text{zun}}) \Phi_V dt. \quad (13)$$

Diferencialno enačbo (13) rešijo na vajah (MAST).

Ali, označimo $C_{\text{konec}} = \frac{S}{\Phi_V} + C_{\text{zun}}$ in $\tau = \frac{V}{\Phi_V}$. Dobimo: $C(t) = C_{\text{konec}} + (C_{\text{zac}} - C_{\text{konec}}) e^{-t/\tau}$.

Primer 23.

Oddajanje vlage z dihanjem: Sedeča oseba oddaja vsako uro 100 g vodne pare. Sprejemljiva vrednost vodne pare v zraku z dano temperaturo v prostoru je okoli 11 g/m^3 . Izračunajmo koliko kubičnih metrov zraka v prostoru moramo vsako uro zamenjati z zrakom iz okolice, da bo vlažnost v prostoru največ 11 g/m^3 ! Zunanji zrak ima $4,5 \text{ g/m}^3$ vlage.

Rezultat: Označimo $C_{max} = 11 \text{ g/m}^3$ in $C_{zun} = 4,5 \text{ g/m}^3$. Oddajamo $S = 100 \text{ g/h}$. V stacionarnem stanju bo $dC/dT = 0$ in $C(t) = C_{max}$, zato iz (13) sledi

$$S - (C_{max} - C_{zun}) \Phi_V = 0.$$

Dobimo $\Phi_V = 15 \text{ m}^3/\text{h}$. Vzemimo povprečno velik prostor (npr. 50 m^3) in primerjamo ta rezultat s priporočilom v zgornji tabeli. Izračunamo, da moramo zrak zamenjati vsake 3 ure.

Vsebnost ogljikovega dioksida: ta v prostoru ne sme preseči 3000 mg/m^3 zraka. Takšna so priporočila Svetovne zdravstvene organizacije WHO. Ta vrednost naj še ne bi slabo vplivala na počutje ljudi.

V ppm je tako: Na Mauna Loa merijo dobrih 400 ppm CO_2 . Zgornja meja, da še ne vpliva slabo na ljudi, je 1500 ppm. V ustrezno prezračevanih prostorih je do 1000 ppm. Med 2.000 in 5.000 ppm boli glava!

Detektorji ogljikovega dioksida (NDIR = nondispersive infrared CO_2 sensors), IR laser, CO_2 absorber, iz detektiranega signala IR ocenimo koncentracijo CO_2 .

Primer 24.

Zunanji zrak vsebuje $c = 550$ ppm (delcev na milijon, kar je po plinski enačbi enako prostorninskemu deležu) CO_2 . Sedeča oseba oddaja vsako uro 25 g CO_2 . Izračunajmo koliko m^3 zraka moramo na uro zamenjati v prostoru, da koncentracija CO_2 ne bo presegla priporočene vrednosti!

Poznamo Avogadrov zakon, ki pravi, da je pri normalnem zračnem tlaku in temperaturi v $22,4 \text{ m}^3$ plina Avogadrovo število molekul. Zato je v tem primeru v $22,4 \text{ m}^3$ zraka $c N_A$ število molekul CO_2 . Pri tem je $c = 550 \cdot 10^{-6}$. Te imajo maso $m = \frac{M}{N_A} c N_A = M c$. V 1 m^3 je potem

$$C_{zun} = \frac{M c}{22,4 \text{ m}^3} = \frac{44 \text{ kg} \cdot 550 \cdot 10^{-6}}{22,4 \text{ m}^3} = 1080 \text{ mg/m}^3.$$

Druga možnost: spomnimo se, da je delni tlak plina enak deležu molekul tega plina v mešanici plinov. Zato je delni tlak CO_2 enak $p_{\text{CO}_2} = c p_0$ in iz plinske enačbe izračunamo gostoto CO_2 enako 1 g/m^3 .

Zdaj premislimo podobno kakor pri vlagi: V vsak kubični meter zraka, ki ga zamenjamo v prostoru, lahko dodamo $(3000 - 1080) \text{ g CO}_2$: Izvor = to kar spravimo iz prostora (stacionarna rešitev enačbe (13)):

$$S = 25 \frac{\text{g}}{\text{h}} = (C_{max} - C_{zun}) \Phi_V.$$

Dobimo, da moramo prezračevati s pretokom $13 \text{ m}^3/\text{h}$. Izračunajmo kako pogosto moramo prezračiti, če oseba dela v prostoru s prostornino 50 m^3 ! Znova dobimo red velikost na 3-4 ure. Število izmenjav $0,25 \text{ h}^{-1}$.

Kot primer modeliranja koncentracije neke navarne snovi v zraku bomo obravnavali še radon v zraku. Komentar na Gradbeni fiziki, kjer ne pripravimo enačbe (13): Podobna enačba, kakor jo bomo izpeljali za primer radona, velja tudi za ostale pline. Le izvor je drug - ponavadi človek.

4.2 Radioaktivnost in radon

Radioaktivnost je pojav pri katerem nestabilno atomsko jedro razpade. Nastanejo produkti, ki imajo veliko kinetično energijo ali nastane svetloba z visoko frekvenco. Ob trku s celico lahko tak delec ali svetloba celico uniči. K naravni radioaktivnosti prispevajo kozmični žarki in zemeljska skorja.

Iz wikipedije: Radon (Rn) je kemični element, ki ima v periodnem sistemu simbol Rn in atomsko število 86. Ta radioaktivni žlahtni plin nastane z razpadom radija (Ra); radon je eden najtežjih plinov in škodljiv zdravju. Najbolj stabilni izotop, Rn-222, ima razpolovno dobo 3,8 dni in se ga uporablja v radioterapiji. Povzroča pljučnega raka. Oddaja namreč delce alpha, ki povzročajo poškodbe v pljučih. Statistika za ZDA: pravijo, da je zaradi pljučnega raka od radona letno od 15 in 22 tisoč smrti. Primerjava: v prometnih nesrečah je letno 40 tisoč smrtnih žrtev. Število prebivalcev v ZDA: 320 milijonov.

The medical community nationwide became aware of the possible extent of a radon problem in 1984. That year a nuclear plant worker in Pennsylvania discovered radioactivity on his clothing while exiting

his place of work through the radiation detectors. The source of the radiation was determined to be radon decay products on his clothing originating from his home.

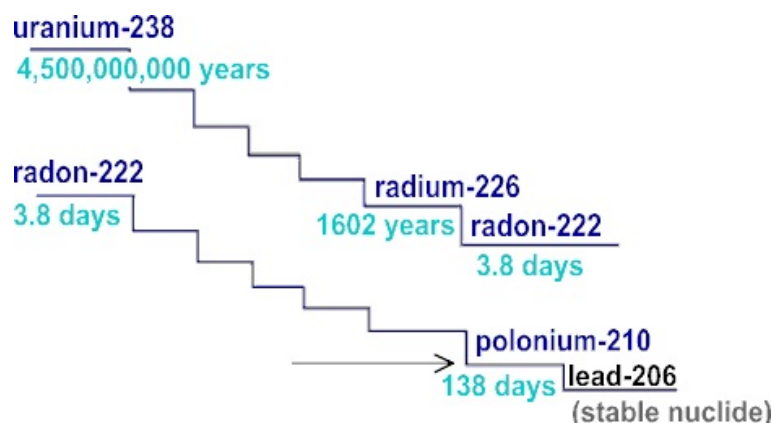
Radon-222 is the decay product of radium-226. Radon-222 and its parent, radium-226, are part of the long decay chain for uranium-238. Since uranium is essentially ubiquitous (nastal v supernovah) in the earth's crust, radium-226 and radon-222 are present in almost all rock and all soil and water.

Radon is a noble gas, which means it is basically inert (does not combine with other chemicals). Radon is a heavy gas and tends to collect in basements or other low places in housing. It has no color, odor, or taste. Radon-222 is produced by the decay of radium, has a half-life of 3.8 days, and emits an alpha particle as it decays to polonium-218, and eventually to stable lead. Radon-220, is the decay product of thorium – it is sometimes called thoron, has a half-life of 54.5 seconds and emits an alpha particle in its decay to polonium-216.

Sources of radon

Radon is a gas produced by the decay of radium. An estimated 1 gram of radium is present in every square mile of soil to a depth of 6 inches. This radium emits tiny amounts of radon into the atmosphere. On average, one part of radon is present in 1×10^{21} part of air. Radon is also present in some spring waters, including Hot Springs, Ark.

The illustration below provides an overview of the uranium-238 decay chain. Radon is part of that decay chain and is produced by the radioactive decay of radium.



Slika 4.2: Razpadna veriga urana-238. Iz: <http://www.epa.gov/radiation/radionuclides/radon.html>.

Radioaktivne razpade ločimo na

- razpad α . Nastane helijevo jedro in atom z za 2 manjšim vrstnim številom. Delci α trkajo ob atome v okolici in lahko raztrgajo kemijske vezi. Imajo pa zelo majhen doseg, saj v zraku dosežejo le okoli 1 cm.
- razpad β . Pri β^- razpadu se nevtron spremeni v proton + elektron + elektronski antinevtrino, ali (β^+) proton v nevtron in pozitron + nevtrino. Vsakič dobimo nek hitri delec (elektron ali pozitron), ki lahko poškoduje tkivo. Tudi te ustavi že tanka plast alu-folije.
- razpad γ . Vzbujeno jedro odda elektromagnetno valovanje - foton z veliko energijo. Znova nevarno celicam. So zelo prodorni. Rabimo več centimetrov svinca, da jih ustavimo.

Radon je nevaren zato, ker je edini od teh težkih elementov, ki radioaktivno razpadajo, PLIN! Zato pride v ozračje. Potem, ko ga vdihnemo, lahko razpade v pljučih in naredi škodo. Povzroča raka. Ker nastaja v zemeljski skorji, radon v prostor prihaja skozi neizolirane kleti, podtalnico. Radon je tudi v podtalnici in npr. vodi v toplicah. Tam ni nevaren, ker, ko razpade v vodi, je doseg delcev α majhen. Nevaren je le v pljučih!

Koncentracijo radona v prostorih merimo navadno v becquerelih (Bq) na kubični meter zraka. Primeri koncentracij so v tabeli 7.

Tabela 7: Koncentracije radona v različnih okoljih

ozračje	20 Bq/m ³
prostori	100 Bq/m ³
dovoljeno za bivanje	200 Bq/m ³ (Medved, Gradbena fizika II, str. 99)
dovoljeno v delovnih prostorih	1000 Bq/m ³
voda v nekaterih toplicah	več 1000 Bq/m ³
rudniki urana	10 ⁶ Bq/m ³

V nekaterih prostorih vrtca v Idriji so pomerili nekaj tisoč Bq/m³.

Kaj pomeni enota Becquerel in Curie?

Wiki: Curie (oznaka Ci) je nekdanja enota za aktivnost (op.: Aktivnost radioaktivnega izvira podaja povprečno število radioaktivnih razpadov na enoto časa: $A = -dN/dt$) radioaktivnega izvira. En Ci je enak aktivnosti enega grama izotopa Ra-226 oziroma $3,7 \cdot 10^{10}$ razpadov na sekundo. Osnovna enota aktivnosti je bekerel (oznaka Bq), ki pomeni razpad enega jedra na sekundo.

Although outdoor concentrations of radon are typically low, about 0.4 picocuries per liter (pCi/l) of air, it can seep into buildings through foundation cracks or openings and build up to much higher concentrations indoors, if the sources are large enough.

The average indoor radon concentration is about 1.3 pCi/l of air (to je 0.048 razpadov na sekundo). It is not uncommon, though, for indoor radon levels to be found in the range of 5 - 50 pCi/l, and they have been found as high as 2,000 pCi/l. The concentration of radon measured in a house depends on many factors, including the design of the house, local geology and soil conditions, and the weather. Radon's decay products are all metallic solids, and when radon decay occurs in air, the decay products can cling to aerosols and dust, which makes them available for inhalation into the lungs.

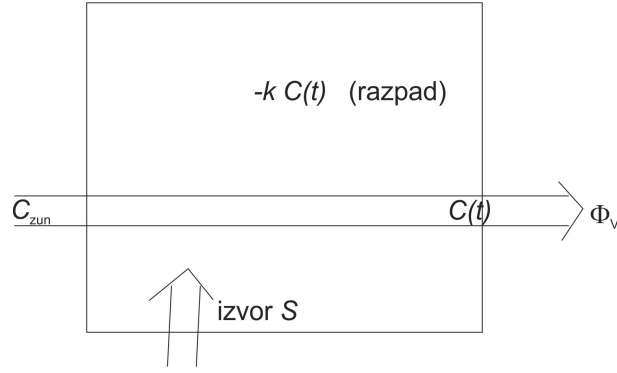
Označimo koncentracijo radona v prostoru z C v mg/m³ zraka. (Opomba: V primeru radona sicer koncentracijo ponavadi podamo kot število razpadov na sekundo - aktivnost - na kubični meter zraka, kot smo to zapisali v tabeli 7. Zvezo med aktivnostjo in maso radona bomo premislili pri prvem zgledu.) Zanima nas, kako se koncentracija radona spreminja s časom $C(t)$.

Radon razpada z razpolovno dobo $\tau = 3,8$ dni. To lahko zapišemo $C(t) = C_0 2^{-t/\tau}$. Odvajamo in dobimo, da se koncentracija radona zaradi razpada spreminja kot

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{C_0 \ln 2}{\tau} 2^{-t/\tau} = -k C(t),$$

kjer je $k = 0,0076 \text{ h}^{-1} = 2,11 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ reakcijska konstanta za razpad radona.

Količina radona v prostoru se spreminja še zaradi drugih vzrokov. Če radon uhaja iz zemlje (netesen ovoj), lahko to zapišemo kot stalen vir radona S z enoto mg/h. Radon lahko prihaja v prostor tudi



Slika 4.3: Spremembe koncentracije radona ali drugega plina v prostoru

z zunanjim zrakom. To merimo kot $C_{zun} \Phi_V$, kjer je C_{zun} koncentracija radona v okoliškem zraku v mg/m^3 in Φ_V prostorninski tok zraka iz okolice v stavbo. Enak prostorninski tok Φ_V gre tudi iz stavbe v okolico. Ta zmanjšuje koncentracijo radona kot $C(t) \Phi_V$. Ko vse prispevke seštejemo, dobimo, kako se masa radona v stavbi spreminja s časom:

$$V \frac{dC(t)}{dt} = S + C_{zun} \Phi_V - C(t) \Phi_V - k V C(t).$$

Malo preuredimo, označimo $\tau = (\frac{\Phi_V}{V} + k)^{-1}$ karakteristični čas, in $C_0 = \frac{S + C_{zun} \Phi_V}{\Phi_V + k V}$, pa dobimo

$$\frac{dC}{C - C_0} = -\frac{dt}{\tau}.$$

Diferencialno enačbo rešimo ob začetnem pogoju $C = C_{zac}$ ob $t = 0$:

$$C(t) = C_{zac} e^{-t/\tau} + C_0 (1 - e^{-t/\tau}).$$

Analiziramo enačbo. Po dovolj dolgem času $C(t) = C_0$.

Primer 25.

Dovoljena vrednost radona v delovnih prostorih je 1000 Bq/m^3 . (Opomba: podobna naloga v knjigi Medved, a z nesmiselno velikimi koncentracijami radona.) Zaradi luknje v tleh prihaja v prostor $20 \cdot 10^3 \text{ Bq/m}^3$ radona na uro. V okoliškem zraku je koncentracija radona 20 Bq/m^3 . Kako pogosto moramo prezračevati, da koncentracija radona v prostoru ne bo presegla dovoljene vrednosti? Prostornina prostora je 52 m^3 .

Rešitev: Povežimo najprej vse aktivnosti radona z maso radona!

Število jeder radona se s časom spreminja po enačbi: $N(t) = N_0 2^{-t/\tau}$. Odvajamo in dobimo:

$$-A = dN/dt = -N_0 \frac{\ln 2}{\tau} 2^{-t/\tau} = -k N(t).$$

Število jeder radona je torej kar sorazmerno njegovi aktivnosti

$$N(t) = A/k.$$

Maso in število jeder nekega atoma pa povezuje enačba:

$$m/M = N/N_A.$$

Kilomolska masa radona je 222 kg/kmol . Dobimo, da je v primeru 1000 Bq/m^3 , koncentracija radona enaka $C_{max} = 1,75 \cdot 10^{-16} \text{ kg/m}^3 = 1,75 \cdot 10^{-10} \text{ mg/m}^3$. Podobno pretvorimo ostale vrednosti podane v Bq.

WolframAlpfa plot $0.003 \cdot \exp(-x/132) + 592 \cdot (1 - \exp(-x/132))$ for $x=0$ to $x=12$, za $\Phi_V = 0$.

Narišimo še za $\Phi_V = 25 \text{ m}^3/\text{h}$ in $\Phi_V = 50 \text{ m}^3/\text{h}$.

Uporabimo rajši Maxima online (koncentracije so v mg/m^3 ali mg/h):

S:35E-10\$

V:52\$

Czun:0.035E-10\$

k: 0.0076\$

Czac: Czun\$

PhiV1: 20\$

tau1: 1/(PhiV1/V+k)\$

C0: (S+Czun*PhiV1)/(PhiV1+k*V)\$

PhiV2: 40\$

tau2: 1/(PhiV2/V+k)\$

C2: (S+Czun*PhiV2)/(PhiV2+k*V)\$

print("tau1 = ", tau1);

print("tau2 = ", tau2);

wxplot2d([Czac*exp(-t/tau1)+C0*(1-exp(-t/tau1)),Czac*exp(-t/tau2)+C2*(1-exp(-t/tau2))], [t,0,24]);

Nasičenje, ko $C(t) = C_0$. Izračunamo, da takrat rabimo $\Phi_V = 20 \text{ m}^3/\text{h}$.

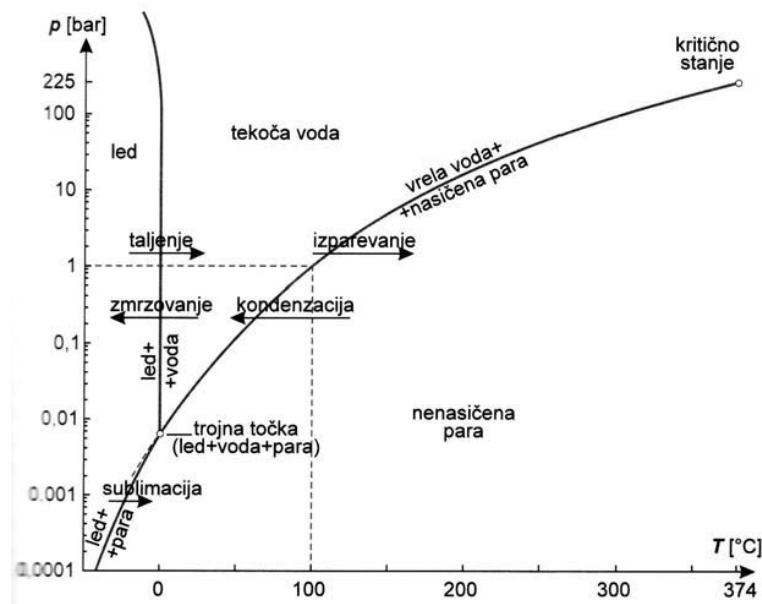
Podobno lahko računamo za koncentracijo CO_2 . Poglejmo sliko (meritev) iz S. Medved.

5 Vlaga

Motiv: prijetnost bivanja, zdravje, življenska doba konstrukcij. Težave zaradi navlaževanja gradbenih materialov:

- nastajanje plesni, pršice, bakterije. Kritično, če relativna vlažnost večja od 80 %
- vlažne gradbene snovi imajo večjo toplotno prevodnost. Zelo velike razlike pri izolacijskih materialih, ko je v porah namesto zraka voda.
- izhlapevanje vode s površin (ponoči notri, podnevi zunaj) poveča toplotni tok skozi steno
- sprememba dolžine gradbenih snovi v odvisnosti od relativne vlažnosti. Večina se jih raztegne, ko se navlažijo. Primerljivo z dolžinskimi raztezki zaradi sprememb temperature.
- razpadanje, rjavenje snovi, ki je v stiku z vodo.

5.1 Vlaga v zraku



Slika 5.1: Izparilni tlak (= fazni diagram) vode v odvisnosti od temperature. Trojna točka je pri 0 °C in tlaku približno 6 mbar. Kritična točka pri 374 °C in 220 bar.

Ponovimo: fazne spremembe, energijski zakon $dQ + dA = dW = dW_n + dW_k + dW_p + \dots = dW_n$, če se ostale energije ne spremenijo. Delo, ki ga opravi okolica, če se sistem razteza ali krči: $dA = -p dV$.

Toplota, ki jo moramo snovi dovesti za segrevanje ali spremembo agregatnega stanja, je enaka

$$dQ = dW_n + p dV = d(W_n + pV) = dH,$$

kjer je $H = W_n + pV$ *entalpija* sistema, ki ga obravnavamo. Vidimo, da je dovodena ali odvedena toplota enaka spremembi entalpije snovi.

Pri spremembi agregatnega stanja led-voda je specifična talilna toplota enaka $q_t = 336 \text{ kJ/kg}$, in pri spremembi voda-para specifična izparilna toplota $2,26 \text{ MJ/kg}$.

Primer 26.

Primerjajmo razliko med entalpijo in notranjo energijo pri taljenju 1 kg ledu in izparevanju enake količine vrele vode!

Razlika med entalpijo in notranjo energijo je pri trdnih snoveh in kapljevinah razmeroma majhna in jo smemo največkrat zanemariti. Ko se na primer stali 1 kg ledu pri temperaturi 0°C in tlaku $P = 1 \text{ bar}$, se mu notranja energija poveča za

$$\Delta W_n = \Delta H - P \Delta V = m q_t - P \Delta V .$$

$$\Delta V = V_{voda} - V_{led} = \frac{m}{\rho_{voda}} - \frac{m}{\rho_{led}} = -m \left(\frac{\rho_{voda} - \rho_{led}}{\rho_{voda} \rho_{led}} \right) .$$

Če upoštevamo, da je pri navedeni temperaturi in tlaku $\rho_{led} = 0,92 \text{ g/cm}^3$ in $\rho_{voda} = 1 \text{ g/cm}^3$, sledi $\Delta V = -0,087 \text{ dm}^3$. Tako dobimo:

$$\Delta W_n = 336 \text{ kJ} + 10^5 \text{ Nm}^{-2} \cdot 0,087 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 336 \text{ kJ} + 8,7 \text{ J} \approx 336 \text{ kJ} = \Delta H .$$

Drugače je, ko izpari 1 kg vrele vode pri temperaturi 100°C in tlaku 1 bar. Tedaj imamo:

$$\Delta W_n = \Delta H - P (V_{para} - V_{voda}) \approx \Delta H - P V_{para} .$$

$$P V_{para} = \frac{m}{M} R T ,$$

kjer smo vzeli, da se nasičena para obnaša kakor idealen plin. Sledi:

$$\Delta W_n = \Delta H - \frac{m}{M} R T = 2,26 \text{ MJ} - \frac{1}{18} \cdot 8300 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 373 \text{ K} = 2,26 \text{ MJ} - 0,17 \text{ MJ} = 2,09 \text{ MJ} .$$

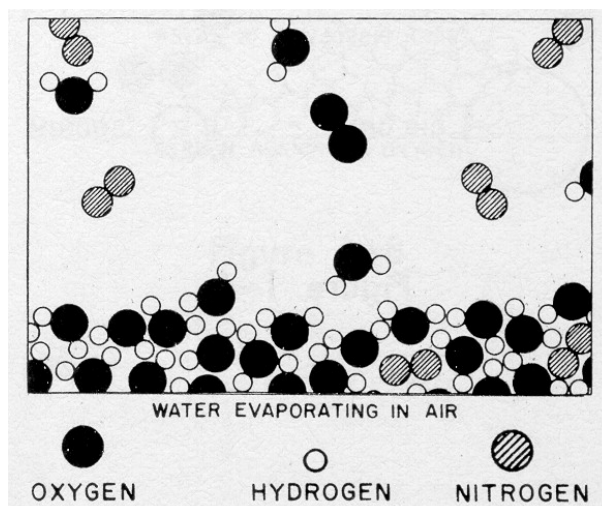
5.1.1 Izhlapevanje in vlažnost

Pri izhlapevanju prehaja kapljevina v plin pri temperaturi, ki je manjša od vrelišča pri danem celotnem tlaku.

Narišimo sliko: molekule na gladini + hlapi. Zaradi izhlapevanja se notranja energija kapljevine manjša. Zato nas mokre zebe.

V ravnovesju prehaja toliko molekul iz gladine v plin kakor obratno. Takrat pravimo, da je delni tlak pare nad gladino dosegel nasičeno vrednost.

Če je delni parni tlak manjši od nasičenega, kapljevina izhlapeva. Če je delni tlak večji od nasičenega (npr. pri naglem zmanjšanju temperature) se para hitro kondenzira (rosa).



Slika 5.2: Gladine vode.

Zrak je *vlažen* zaradi molekul vodne pare v zraku.

Nasičen parni tlak je zelo odvisen od temperature.

Odvisnost na sliki 1.2 opišemo na podlagi Clausius-Clapeyronove enačbe (za njo je fizikalno ozadje):

$$p_n(T) = C e^{\frac{-M q_i}{RT}},$$

kjer se pa poleg temperature T spreminja tudi izparilna toplota q_i . Ta je npr. pri 0°C enaka $2,50 \text{ MJ/kg}$, pri 20°C pa $2,45 \text{ MJ/kg}$. Pri temperaturi 20°C izračunamo konstanto $C = 1,75 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$.

Obstajajo analitične funkcije, ki upoštevajo tudi to, npr. (Gradbena fizika, Medved):

$$p = 611 \cdot e^{\frac{22,44 T}{272,44 + T}} \text{ Pa za } T \leq 0^\circ\text{C},$$

$$p = 611 \cdot e^{\frac{17,08 T}{234,18 + T}} \text{ Pa za } T > 0^\circ\text{C}.$$

Temperaturo T v zadnji dve enačbi vstavimo v $^\circ\text{C}$.

Relativna vlažnost

$$r = \frac{p_{\text{vodna para}}}{p_n}.$$

Absolutna vlažnost

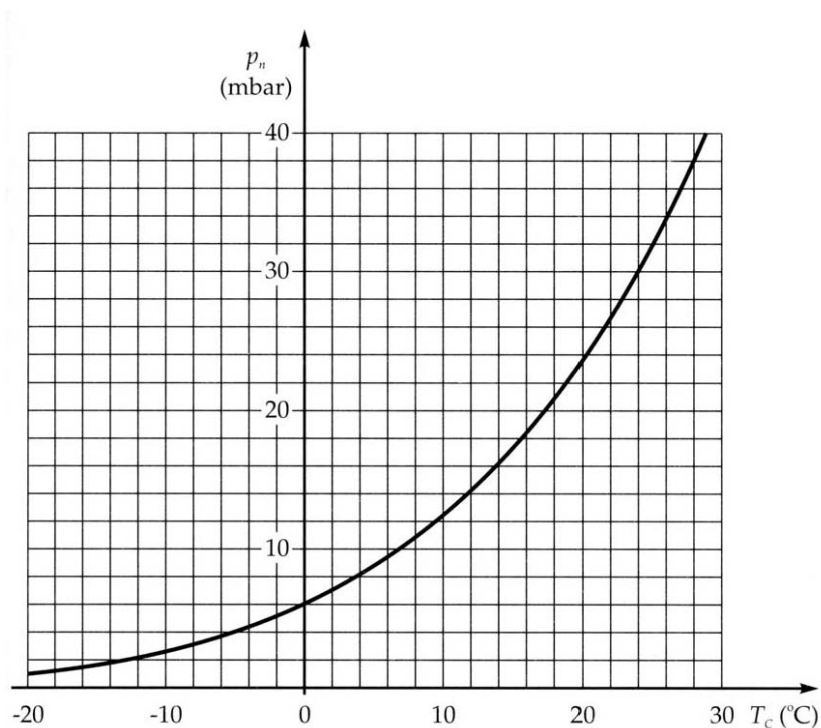
$$a = \rho_{\text{vodna para}} = \frac{p_{\text{vodna para}} M}{RT}.$$

(Opozorilo: v Medved je drugače: $m_{\text{vodn. para}}/m_{\text{suh zrak}}$ in enota g/kg)

Primer 27.

Izračunajmo absolutno vlažnost pri 100% vlažnosti pri 20°C ! ($p_n = 23,3 \text{ mbar}$).

$$a = 17,2 \text{ g/m}^3.$$



Slika 5.3: Nasičen parni tlak vode (vrelna krivulja) v odvisnosti od temperature.

Primer 28.

Pri kateri temperaturi je rosišče zraka s temperaturo 28°C in 27 % vlažnostjo? Kolikšna je absolutna vlažnost tega zraka? Kilomolska masa vode je 18 kg, zraka 29 kg. $R = 8300 \text{ J/K}$.

Rešitev: pogledjmo graf $p_n(T)$

Kaj je rosa? **Rosišče** je temperatura pri kateri zrak postane nasičeno vlažen in se začne izločati kaplice vode na najhladnejših mestih.

Oblaki: Kumulusi v mirnem ozračju, ko na vsakih 100 m za 1°C nižja temperatura.

Človeku je najugodnejše pri relativni vlažnosti med 50 % in 60%. Pri manjši dehidrira, pri večji ni hlapenja s kože, koža ne diha.

Plesen na steni: če več dni vlažnost sten nad 80 % se pojavijo mikroorganizmi.

Merjenje vlažnosti

Higrometri so naprave za merjenje vlažnosti.

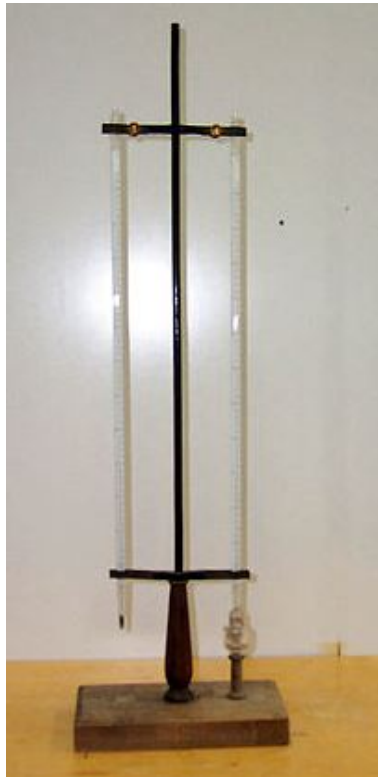
Merjenje vlažnosti

Higrometri so naprave za merjenje vlažnosti.

- Higroskopične snovi: CaCl_2 , P_2O_5 . Z njimi izmerimo razlike v masi in izračunamo absolutno vlažnost.
- Rosa: hladimo termometersko bučko, ko opazimo rosne kaplice, pomeni, da smo dosegli temperaturo rosišča. Iz tabele odčitamo $p_v = p_n$ pri temperaturi rosišča.
- Higrometer na las. Lastnosti nekaterih snovi so odvisne od vlažnosti. Npr. vlažni lasje se podaljšajo. S poskusi so ugotovili, da je podaljšek napetega lasu sorazmeren relativni vlažnosti.



- Psihrometer: dva termometra ovijemo z vlažno krpo in v enega pihamo zrak. Zaradi izhlapevanja (če ni nasičena vlažnost) se tisti termometer ohladi. Razlika temperatur je odvisna od vlažnosti.



Slika 5.4: Psihrometer.

- Digitalni: plošči kondenzatorja hladimo, ko nastanejo kapljice rose, se kapaciteta poveča.
- Digitalni: upornost (npr. keramike) ali dielektričnost snovi se spreminja z vlago v zraku, ki jo upornik absorbira.
- Digitalni: spremeni se odboj laserske svetlobe, ko se zrcalce dovolj ohladi. Glej google search: dew point mirror.

Primer 29.

(Medved: Gradbena fizika) Steklenico pijače vzamemo iz hladilnika v prostor s temperaturo 25°C in relativno vlažnostjo zraka 60 %. Kolikšna mora biti temperatura steklenice, da se bo ta v prostoru orosila? Rešitev poiščite z uporabo grafa *nasičen parni tlak vode v zraku*.

Rešitev:



Slika 5.5: Digitalni higrometer.

Primer 30.

V prostoru je temperatura 32°C in relativna vlažnost 66 %. Potem vključimo klimatsko napravo s katero temperaturo znižamo na 22°C . Koliko vode moramo odvesti iz prostora, da bo pri nižji temperaturi relativna vlažnost enaka 60 % ? Nasičen parni tlak vode v zraku je pri 20°C enak 2330 Pa. Nasičene parne tlake pri ostalih temperaturah, ki jih rabite za reševanje naloge, izračunajte iz Clausius-Clapeyronove enačbe $p_n = K e^{-\frac{M q_i}{RT}}$. Za izparilno toploto vzemite vrednost 2,45 MJ/kg.

Rešitev:

Primer 31.

Mikroorganizmi se lahko pojavijo na površini gradbene konstrukcije, če je relativna vlažnost zraka več dni nad 80 %. Zagotoviti moramo dovolj visoko temperaturo na notranji površini konstrukcije.

Naloga: Zrak v prostoru ima temperaturo 20 °C in relativno vlažnost 65 %. Površinska temperatura zidu je 18 °C. Ali obstaja nevarnost kondenzacije vodne pare na notranji površini zidu in/ali za razvoj mikroorganizmov?

Rešitev: $p_v = 0.65 \cdot p_n$. Preverimo ali je p_v večji od nasičenega pri 18 °C in/ali vsaj 80 % nasičenega!

Tukaj ni. Če bi bil, moramo zmanjšati toplotni tok skozi steno (izolacija zunaj!) in bo manjši temperaturni skok. Tak primer naredimo za domačo nalogo ali tukaj znižajmo temperaturo zidu na 17 °C.

Premislimo, kako bi znižali relativno vlažnost na površini stene pod 80 %. Neustrezno bi bilo le zniževati relativno vlažnost v prostoru. Ni v redu za počutje.

Zmanjšati moramo torej $\Delta T_{\text{mejna plasti}} = \frac{q}{h} = \frac{U \Delta T_{\text{celotna}}}{h}$.

Na $\Delta T_{\text{celotna}}$ ne moremo vplivati. Zmanjšamo pa lahko U tako, da povečamo izolacijo. Kratkoročna rešitev pa je lahko tudi povečanje prestopnega koeficienta h , na primer tako, da mešamo zrak ob steni.

5.2 Difuzija vodne pare

Motiv: voda pronica v gradbeni material, nabira se med plastmi. Zaradi nje se lahko spremenijo lastnosti snovi, voda lahko v porah zmrzuje. Posledica je lahko propadanje materiala.

Mislimo si, da imamo prostor predeljen s steno. Na eni strani prostora večjo vlažnost kakor na drugi. Potem steno (pomična vrata) umaknemo. Kaj bo z vlažnostima, če zraka nič „prisiljeno“ ne mešamo?

Difuzija je samodejno prodiranje neke snovi v drugo, pronicanje. Dokler se koncentraciji/vlažnosti ne izenačita. Poglejmo posnetek na youtube: <https://www.youtube.com/watch?v=Peg1yaB2bsk> in video v knjigi M. Pinterić.

Tok delcev nastane zaradi različnih koncentracij c :

$$j = -D \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (14)$$

kjer je D difuzijski koeficient in j gostota difuzijskega toka snovi z enoto kg (ali število delcev) / (m²s). Odvisno kako podamo koncentracijo c : v g/m³ ali število delcev na m³. Enačba (14) velja za razredčene raztopine in ji pravimo *Fickov zakon*.

Poglejmo enote v Fickovem zakonu!

Fickov zakon velja, če ni makroskopskih tokov in je termično gibanje edini mehanizem, ki povzroča spreminjanje koncentracije.

Difuzijski koeficient D za vodno paro v zraku je odvisen od temperature in tlaka. Pri tlaku $p_0 = 1$ bar in temperaturi $T_0 = 0^\circ\text{C}$ je enak $D_0 = 0,23 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, sicer

$$D(T, p) = D_0 \frac{\left(\frac{T}{T_0}\right)^{1.81}}{\frac{p}{p_0}}.$$

Podobno, kakor smo pri prevajanju toplote izpeljali difuzijsko enačbo (izračunali za majhen element koliko se segreje v času dt), v primeru difuzije izračunamo za koliko se na kratkem elementu dx poveča koncentracija snovi v času dt . Tam smo upoštevali ohranitev energije, zdaj ohranitev mase. Dobimo *difuzijsko enačbo*:

$$\frac{dc}{dt} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}.$$

Znova so tipični relaksacijski časi τ po premisleku z enatomi enaki $D\tau = L^2$.

V gradbeništvu koncentracijo c najraje izrazimo kar z absolutno vlažnostjo, to je gostoto vodne pare ρ_v in potem to izrazimo z delnim tlakom vodne pare p_v . Gostota difuzijskega toka j ima potem enoto g/m²s. Zamenjajmo zdaj $\rho_v = \frac{p_v M}{RT}$ in dobimo:

$$j = -\delta \frac{\partial p_v}{\partial x}.$$

Koeficient $\delta = \frac{DM}{RT}$ je pri temperaturi 0°C okoli $2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{kg}}{\text{m s Pa}}$.

Difuzija vodne pare skozi pore gradbenega materiala poteka podobno kakor v zraku, le da je proces upočasjen zaradi same velikosti in konfiguracije por ter adsorpcije in kondenzacije na stenah por. Vse to lahko približno upoštevamo tako, da difuzijski koeficient pare v zraku zmanjšamo za nek faktor μ , ki ga imenujemo *difuzijska upornost materiala* (včasih *koeficient paroprepustnosti*). Ta količina je značilna za dano vrsto porozne snovi in je praktično neodvisna od temperature in tlaka. Tako zdaj zapišemo Fickov zakon za difuzijo vodne pare skozi porozni gradbeni material tako:

$$j = -\frac{\delta}{\mu} \frac{\partial p_v}{\partial x}.$$

Tabela 8: Difuzijske upornosti nekaterih tipičnih vrst gradbenega materiala

Snov	μ
kamena volna	≈ 1
stiropor	35
opeka	$\approx 9,5$
mavčna plošča	$\approx 8,3$
les	70
beton	≈ 110
PVC folije	10 000 – 42 000

Vrednosti difuzijske upornosti v tabeli 8. veljajo za suhe vrste materiala. Z naraščajočo vlažnostjo materiala se njegova difuzijska upornost v splošnem zmanjšuje.

V stacionarnem stanju, ko se delna tlaka vodne pare p_v na obeh straneh stene dlje časa ne spreminjata, velja:

$$-\frac{\partial p_v}{\partial x} = \frac{\Delta p_v}{L},$$

kjer je Δp_v razlika delnih tlakov vodne pare na obeh straneh stene in L širina stene. Dobimo

$$j = \frac{\delta}{\mu} \cdot \frac{\Delta p_v}{L},$$

in linearni potek p_v skozi steno.

Koeficient δ izrazimo v enotah $\frac{\text{g}}{\text{kPa}\cdot\text{m}\cdot\text{h}}$ in potem označimo z $A = 0,622 \frac{\text{g}}{\text{kPa}\cdot\text{m}\cdot\text{h}}$ pri temperaturi 10°C . V nadaljevanju uporabimo enačbo za stacionarno stanje:

$$j = A \cdot \frac{\Delta p_v}{\mu L}, \quad (15)$$

V standardu SIST EN ISO 13788 je za povprečne pogoje v stavbi in okolici konstanta A opredeljena kakor $A = 0,72 \frac{\text{g}}{\text{kPa}\cdot\text{m}\cdot\text{h}}$. V računih je ne spreminjamo, torej ne upoštevamo, da se spreminjata temperatura in tlak.

Primer 32.

Zrak na obeh straneh ravne navpične betonske stene z debelino 10 cm ima temperaturo 20 °C. Določi gostoto difuzijskega toka pare skozi zid, če je zrak na eni strani nasičeno vlažen, na drugi pa je popolnoma suh!

Rešitev: Gostoto difuzijskega toka pare najlažje izračunamo po enačbi (15), v katero vstavimo za tlačno razliko $\Delta p_v = 2330 \text{ Pa}$. Sledi:

$$j = A \frac{\Delta p_v}{\mu L} = 0,72 \frac{\text{g}}{\text{kPa} \cdot \text{m} \cdot \text{h}} \frac{2,330 \text{ kPa}}{110 \cdot 0,1 \text{ m}} \approx 0,15 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \text{ h}}.$$

Primerjajmo s podatkom, da človek z dihanjem oddaja 100 g vlage na uro. Na primer, če $S = 20 \text{ m}^2$ sledi $j \cdot S = 3 \text{ g/h}$. Veliko manj od tega kar oddaja ena oseba v prostor.

Narišemo še linearno odvisnost p_v od x v steni.

Kako merimo vlažnost v steni? Preko upornosti stene, odboja EMV, najbolj neposredno s tehtanjem vlažne in suhe stene v laboratoriju.

Definiciji (izraz iz Medved, Gradbena fizika):

Masna vlažnost, $u = \frac{m_{\text{vode}}}{m_{\text{suh material}}}$,

vlažnost, $v = \frac{m_{\text{vode}}}{V_{\text{material}}}$.

Več plasti - upor prehoda vodne pare

Če je stena sestavljena iz več plasti, postopamo podobno kakor pri prevajanju toplote. Definiramo *upor prehoda vodne pare* s_d :

$$s_d = \mu L.$$

Potem je celoten difuzijski tok

$$j = A \frac{\Delta p}{\sum s_{di}}.$$

Za parne ovire namesto difuzijske upornosti μ podajo kar produkt μL v enoti meter. Nekaj vrednosti najdemo v tabeli v Medved, str. 164 (ali 161) zgoraj.

Primera: PVC folija debeline 0,2 mm ima *upornost prehoda vodne pare* $s_d = 30 \text{ m}$. Alu folija debeline 0,05 mm pa $s_d = 1500 \text{ m}$. V nekaterih učbenikih označujejo z r namesto s_d .

Dogovor: „parna zapora” pravimo, ko je $s_d > 100 \text{ m}$, „parna ovira” pa, ko je s_d nekaj 10 m.

Primer 33.

Imamo steno iz opeke ($\mu = 7$) debeline 30 cm. Naj bo temperatura v prostoru 22°C ($p_n = 2630\text{ Pa}$) in vlažnost 80 %, zunaj pa -10°C ($p_n = 295\text{ Pa}$) in 90 % vlažnost.

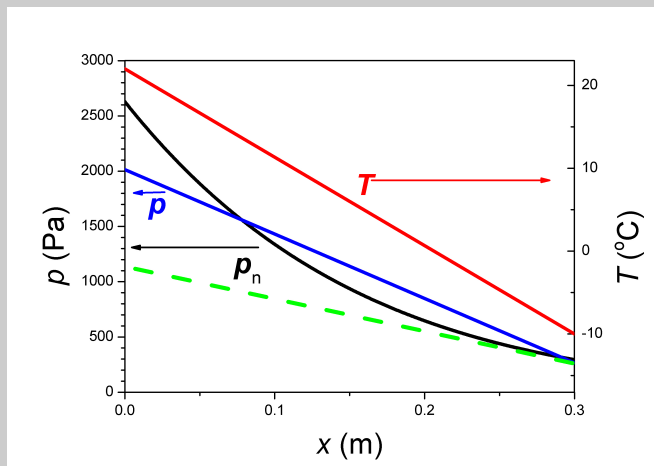
- Koliko vode preide skozi 20 m^2 stene v 5 urah, ko je doseženo stacionarno stanje?

Parni tlak na notranji površini stene je $p_1 = 0,8 \cdot 2630\text{ Pa} = 2014\text{ Pa}$.

Parni tlak na zunanji površini stene je $p_2 = 0,9 \cdot 295\text{ Pa} = 266\text{ Pa}$.

Gostota difuzijskega toka je $j = A \frac{p_1 - p_2}{\mu l_1} = 0,54 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \text{ h}}$.

- Narišite potek temperature in tlaka vodne pare skozi steno! Upoštevajmo, da je doseženo stacionarno stanje in ne upoštevajmo termičnih mejnih plasti.
- Na isti graf narišimo še potek nasičenega parnega tlaka vode v odvisnosti od globine v steni! V kateri globini v steni se začne kondenzirati vlaga?



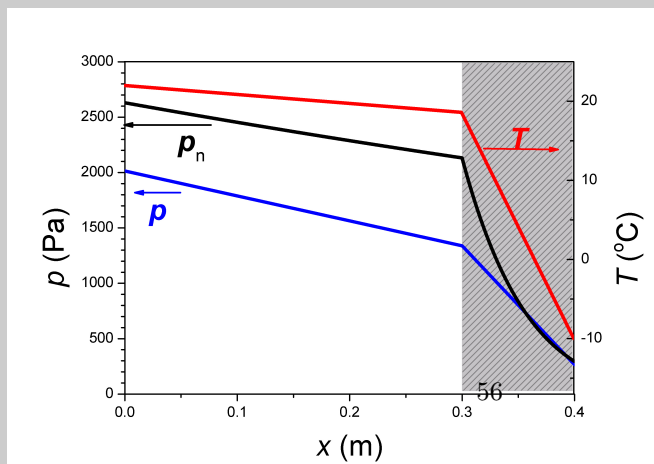
- Kolikšna bi morala biti relativna vlažnost v prostoru, da se v steni ne bi kondenzirala vlaga?

Tukaj narišemo tangento na p_n tako, da nujno gre skozi točko p_v zunaj.

- Kako se spremenijo razmere, če steno obložimo s stiroporom debeline 10 cm? Za stiropor vzemimo, da je $\mu = 35$. Vlažnosti v prostoru in zunaj naj bojo znova 80 % in 90 %.

$j = A \frac{\Delta p}{r_v}$, kjer je $s_{d1} = \dots\text{ m}$, $s_{d2} = \dots\text{ m}$, $s_{\text{skupni}} = \dots\text{ m}$. Potem je $j = 0,21\text{ g}/(\text{m}^2 \text{ h})$. Izračunamo še $\Delta p_1 = 675\text{ Pa}$ in Δp_2 . V vsaki plasti je potek linearen.

Narišimo tudi p_v v odvisnosti od s_d . Takrat je potek skozi vse snovi linearen z istim naklonom.



Masna konvekcija ob površini stene

Proces je podoben tistemu kakor pri toplotni mejni plasti. V različnih standardih jo različno obravnavajo. V nekaterih definirajo *površinski upor prehoda vodne pare*, ki je običajno veliko manjši od ostalih, ki jih prispevajo materiali v steni. Zato v standardu ISO 13788 zapišejo, da sta notranji in zunanji površinski upor prehoda vodne pare s_{di} in s_{de} enaka nič. Sicer sta reda velikosti 0,01 m.

5.2.1 Glaserjeva metoda

Modeliranje prehoda vodne pare v gradbenih konstrukcijah, standard SIST EN ISO 13788, opisan v S. Medved: Gradbena fizika

Glaserjeva metoda Približki: stacionarno stanje, nasičen parni tlak med dvema temperaturama se spreminja linearno. Če sta temperaturi zelo različni, svetujejo, da plast razdelimo na več zaporednih plasti. Snovne lastnosti se ne spreminjajo s temperaturo in vlažnostjo.

Leto razdelijo v mesece in za vsak mesec vzamemo, da so temperature in vlažnosti znotraj in zunaj konstantne. Npr. pozimi je notranja temperatura 20 °C, vlažnost 35 % ali 40 %, odvisno od števila uporabnikov. Poleti 25 °C in vlažnost kakor zunaj. Za zunaj vzamemo meteorološke podatke.

Postopek bomo naredili za izbrani mesec zato, da izračunamo koliko vlage se v tistem mesecu kondenzira v steni. Tega do zdaj nismo počeli.

Primer 34.

Opečnat zid debeline 12 cm ($\lambda = 0,5 \text{ W/m K}$, $\mu = 7$) z notranje strani obložimo s 6 cm debelo plastjo porobetona ($\lambda = 0,05 \text{ W/m K}$, $\mu = 3$).

Naj bo mesec dni zunanja temperatura -5°C in $RH = 82\%$, notranja 20°C in $RH = 65\%$. Izračunajmo potek temperature in delnega tlaka vodne pare v steni. Če ugotovimo, da pride do kondenzacije, izračunajmo še količino vode, ki se v mesecu dni kondenzira v steni!

Rešitev:

Najprej temperatura: $R_1 = 0,24 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$, $R_2 = 1,20 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$, $\Delta T_1 = 4,2 \text{ K}$ in temperatura na stiku obeh plasti $-0,8^\circ\text{C}$.

Vlaga: $p_{n1} = 2,3 \text{ kPa}$, $p_{v1} = 1,50 \text{ kPa}$, $p_{n2} = 0,4 \text{ kPa}$, $p_{v2} = 0,33 \text{ kPa}$. $s_{d \text{ skupni}} = 1,02 \text{ m}$.

Potem je $\Delta p_1 = \frac{s_{d1}}{s_{d \text{ skupni}}} \cdot \Delta p_{\text{celotni}} = 0,96 \text{ kPa}$.

Izračunamo delni tlak vodne pare na stiku $p'_v = 1,29 \text{ kPa}$. Ta vrednost je večja od nasičenja pri temperaturi na stiku. Zaključimo, da pride do kondenzacije.

Dobimo $j_{in} = 3 \text{ g}/(\text{m}^2 \text{ h})$ in $j_{out} = 0,36 \text{ g}/(\text{m}^2 \text{ h})$. V mesecu dni se kondenzira $1,9 \text{ kg}/\text{m}^2$.

Primer 35.

Ugotovimo ali v zidu, ki je sestavljen iz opeke (29 cm, $\lambda = 0,52 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$, $\mu = 4$), kamene volne (12 cm, $\lambda = 0,04 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$, $\mu = 1,1$) in cementne malte (2 cm, $\lambda = 1,40 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$, $\mu = 30$) pride do kondenzacije vodne pare. Temperatura zunaj je -5°C , relativna vlažnost 90 %. Temperatura notri je 20°C ($p_n = 2330 \text{ Pa}$) in relativna vlažnost 60 %. Prestopni koeficient znotraj je $h = 2,5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, zunaj $h = 4,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

Rešitev: Pripravimo tabelo (kakor v S. Medved, str. 157): 1. stolpec: prostor, notranja površina, materiali. Za vsak material napisemo snovne lastnosti, toplotni upor, upor prehoda vodne pare, temperature na mejah (površina $17,6^\circ\text{C}$, prva meja $14,3^\circ\text{C}$, druga meja $-3,5^\circ\text{C}$, po kameni volni $-3,6^\circ\text{C}$ in tlake.

Narišemo graf tlak v odvisnosti od upora prehoda vodne pare (linearen potek skozi vse plasti). Na isti graf narišemo ustrezne nasičene tlake (iz Clausius-Clapeyronove izrazimo $p_n(T) = p_n(20^\circ\text{C}) e^{-\frac{M q_i}{R}(\frac{1}{T} - \frac{1}{293\text{K}})}$) in ugotovimo, da v kameni volni pride do kondenzacije. Zato na tistem mestu tlak vodne pare ni tak kot smo linearno izračunali, pač pa je manjši: enak nasičenemu pri tisti temperaturi! Poveča se naklon iz prostora, zato je količina vode, ki gre v steno večja od tiste, ki gre iz nje. Izračunamo oba difuzijska toka vodne pare $j = A \frac{\Delta p}{\sum r}$ in razlika pove koliko vode se kondenzira.

Kako je s sušenjem? Po opisanem postopku lahko ugotovimo koliko gramov vode se bo v zimskih mesecih kondenziralo v steni. Iz tega izračunamo masno vlažnost. Če je ta manjša od dovoljene, je vse OK. Sicer lahko še preverimo ali se stena preko poletja posuši. Narišimo temperaturni potek v steni poleti. Delne tlake vodne pare. Tam kjer je bila kondenzacija, je delni tlak enak nasičenemu. Vidimo, da se na obe (notranjo in zunanjo) stran stene delni tlak vodne pare poleti zmanjšuje, pomeni, da voda difundira iz stene. Izračunamo oba difuzijska toka in ocenimo ali se v 60 dneh poleti stena posuši. Če se, je vse v redu. Vsaj mesec dni mora ostati suho.

V knjigi: Gradbena fizika, S. Medved, najdete opisan postopek. Tudi tabelo kakšne povprečne mesečne temperature in vlažnosti vzeti za Ljubljano. Standard SIST EN ISO 13788. Za cel mesec vzamemo konstantno temperaturo zunaj in notri.

5.2.2 Nestacionarne razmere

Vlaga v prostoru se tekom dneva v resnici spreminja. Kot model vzamemo funkcijo sinus s periodo 24 h. Zato se tudi tekom dneva spreminja tok vodne pare v steno ali iz nje. Na ta način deloma uravnavamo vlago v prostoru. Dejansko je stena kot nek rezervoar za vodno paro. Pravimo, da "uravnavamo vlažnost zraka v stavbi s sorpcijo". Sorpcija = ena snov veže molekule, ione druge snovi. V tem primeru ne gre le za difuzijo, pač pa dodatni proces, to je sorpcijo in higroskopsko navlaževanje.

Spremembe se poznajo do približno 3 d:

$$d = \sqrt{\frac{a_v t}{\pi}},$$

kjer je a_v (difuzivnost) povezana z difuzijskim koeficientom dane snovi in dimenzijo prostora v katerem se dogaja difuzija, $t = 24 \text{ h}$.

Primeri: $a_v = 9,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ za mavčno ploščo

Te spremembe se poznajo do globine nekaj cm v mavčni plošči. Izračunajmo!

V času, ko stena "vpija" vlago, sprejme mavčna plošča reda velikosti 30 g vode na kvadratni meter. Ne pišemo formule. Enako količino potem odda. Mavčne plošče lahko uravnavajo količino vlage v prostoru, ki jo ustvarja človek. Pomislimo, če bi bili zaprti v sobo, ki je popolnoma prebarvana z vodotesno barvo. Podobno kot mavčna plošča se obnaša les, beton. Več o higroskopskem navlaževanju glej knjigo M. Pinterić, Building Physics.

5.3 Kapilarno navlaževanje gradbenih snovi

Fizikalne osnove: Površinska napetost. Molekule na površini niso v enakem položaju kakor tiste globše. Zato se pojavijo površinski in kapilarni pojavi. Ponavadi so ti pojavi nepomembni.

Ko pa je površinskih molekul v primerjavi z vsemi veliko (tanke opne, membrane, tanke cevke), je pojav pomemben.

Definiramo lahko površinsko energijo, ki je sorazmerna s površino kapljenive:

$$W_{pov} = \gamma S,$$

kjer je $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$ površinska napetost med vodo in zrakom.

Vidimo, da želi voda, da bo čim manjša površinska energija, zavzeti čim manjšo površino! Zato oblika kapljice kroga, če ni gravitacije.

Obravnavajmo kapljico. Polno. V njej je tlak nekoliko večji od okoliškega p_0 . Izračunajmo za koliko: Vzemimo, da polmer kapljice spremenimo za dr . Potem se površina spremeni za $dS = 8\pi r dr$ in $dW_{pov} = \gamma dS$. Ta energija se poveča na račun dela, ki ga opravijo tlačne sile $dA = \Delta p dV$, kjer je Δp razlika tlakov v kapljici in okolici, in $dV = 4\pi r^2 dr$. Izenačimo $dW_{pov} = dA$ in dobimo

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{r}.$$

Kapilarni dvig: $\Delta p = 2\gamma/(R/\cos\varphi)$. Kót φ je *mejni kot* (slika 5.6).

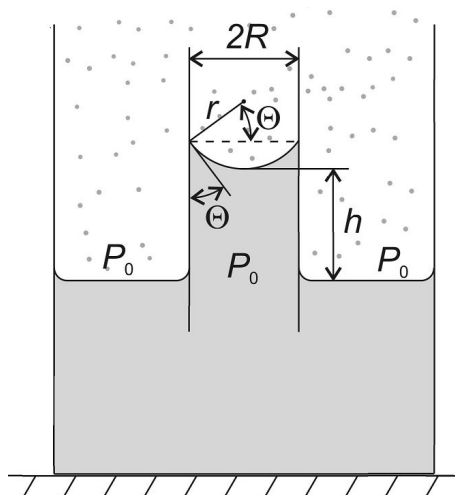
Izpeljemo za $\cos\varphi = 1$, kar je upravičeno za mejo voda-steklo-zrak. Voda se v cevki in zunaj cevke od steklu zaviha navzgor. Tlak tik pod gladino v cevki je manjši od p_0 za Δp . Ko izenačimo tlak na dnu cevke s tlakom v okolici (p_0), sledi:

$$h = \frac{2\gamma}{\rho_v g R},$$

kjer je R polmer kapilare. Za mejni kot φ na meji voda-steklo smo vzeli, da je majhen in je $\cos\varphi = 1$.

Za kapilaro s polmerom 0,5 mm dobimo $h = 29 \text{ mm}$. Premislimo, kako je s še tanjšimi kapilarami!

Ta proces je odgovoren za kapilarno navlaževanje gradbenih snovi. Ker npr. beton ima pore, ki se kot smo opisali, polnijo z vodo. Kapilarni dvig potem modeliramo z modelom por, ker se voda dviga, dokler se ne vzpostavi ravnovesje med kapilarnimi tlaki. V porah voda tudi izpareva in tlak nekoliko naraste.



Slika 5.6: Slika je iz J.P. Osnove gradbene fizike (slika 3.5a), poenostavimo $\cos \theta = 1$, kar približno velja za mejo voda-steklo.

Naredimo primer iz Medved, Gradbena fizika. Tako obravnavajo v praksi:

Primer 36.

(Medved, Gradbena fizika) Določite vlažnost v in masno vlažnost u v betonskem zidu gostote 2000 kg/m^3 (vodocementno razmerje $0,7$) po 6 mesecih navlaževanja s kapilarnim srkom iz podtalnice! (Zanemarimo, da se v tem času zid tudi suši!).

Rešitev:

Višina navlaženja zaradi kapilarnega srka je $h_{kap} = B \sqrt{t}$. To je empirična formula, ki pa ne velja za poljubno dolge čase. Koeficient vdora vode B je za beton okoli $0,3 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^{1/2}$. Dobimo $h = 1,2 \text{ m}$.

Sorpcijski koeficient vode A ($\frac{m}{S} = A \sqrt{t}$) za omenjeni beton ($V/C = 0,7$) je $0,03 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}^{1/2}}$. Zato je količina kapljevine v konstrukciji enaka $m_s = A \sqrt{t}$. Enota $[m_s] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$. Dobimo $m_s = 118 \text{ kg/m}^2$.

Vlažnost gradbene snovi v je razmerje med maso vsrkane vode in prostornino zidu ($V = S h$), v kateri je vsrkana voda porazdeljena:

$$v = \frac{m}{V} = \frac{m_s S}{h S} = \frac{m_s}{h} = 100 \text{ kg/m}^3 .$$

Masna vlažnost je $u = \frac{v}{\rho_{\text{beton}}} = 5 \%$.

Še nekaj podatkov za koeficient B

snov	$B \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^{1/2}} \right]$
opeka	$1,4 \cdot 10^{-3}$
beton ($V/C = 0,3$)	$0,1 \cdot 10^{-3}$
apnena malta	$1 \cdot 10^{-3}$

Pri gradbenih konstrukcijah mora biti kapilarni prenos vode iz tal v celoti preprečen!

Za hidroizolacijo uporabljajo bitumenski trak ali pločevino. V obstoječih konstrukcijah rešujejo težave z rezanjem in vstavljanjem folije ali injektirajo silikonsko emulzijo.

Poroznost Wiki: Porosity or void fraction is a measure of the void (i.e., "empty") spaces in a material, and is a fraction of the volume of voids over the total volume, between 0–1, or as a percentage between 0–100 %. The term is used in multiple fields including pharmaceuticals, ceramics, metallurgy, materials, manufacturing, earth sciences and construction. Pomembna, koliko vode lahko sprejme material. Običajno (glej članek Christopher Hall and William D Hoff) okoli 85 % lukenj lahko zapolni voda.

Časovno odvisnost lahko v velikem delu poenostavimo kot sorazmerno $t^{1/2}$.

5.3.1 Dinamika kapilarnega dviga

Zanima nas, kako hitro kapilara/pora srka vlago. Kako se spreminja višina vode v kapilari $h(t)$? Kako hitro se približujemo prej izračunanemu h_{max} ?

Preden dosežemo h_{max} težni tlak ni v ravnovesju s tlakom zaradi površinske napetosti. Težni tlak je manjši. Razlika:

$$\delta p = \frac{2\gamma}{R} - \rho g h(t)$$

žene vodo po kapilari navzgor.

Tlačna razlika δp je odgovorna za masni pretok tekočine po kapilari. Pri predmetu *Hidrodinamika* ali v učbeniku *J. Peternelj, Gradbena fizika* najdemo *Poiseuillovo formulo* (op: „pojsil”), ki opisuje masni pretok viskozne tekočine po cevi s polmerom R :

$$\Phi_m = S \rho \bar{v} = \pi R^2 \rho \frac{dh}{dt} = \frac{\rho \pi R^4}{8 \eta l} \Delta p,$$

kjer je $\bar{v}$ povprečna hitrost v valjasti cevi (tekočina ob steni miruje glede na steno) in $l = h$ dolžina cevi, v našem primeru višina vode v kapilari. Sledi:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{R^2}{8 \eta h} \delta p.$$

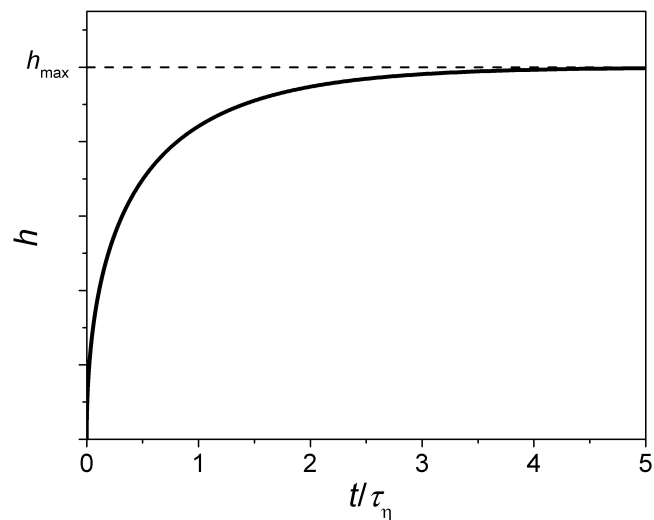
Ko namesto δp zapišemo razliko med tlakom zaradi površinske napetosti in težnega tlaka dobimo **Washburnovo enačbo**:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{R^2}{8 \eta h} \left(\frac{2\gamma}{R} - \rho g h \right).$$

Washburnovo enačbo rešimo z integriranjem. Dobimo:

$$(1 - \xi) e^{\xi} = e^{-\tau}, \quad (16)$$

kjer je $\xi = h/h_{max}$ ($h_{max} = \frac{2\gamma}{\rho g R}$) in $\tau = t/\tau_{\eta}$ ($\tau_{\eta} = \frac{16\eta\gamma}{\rho^2 g^2 R^3}$, relaksacijski čas). Za vodo $R = 0,5$ mm je $\tau_{\eta} = 100$ ms. Premislimo, da za manjše pore relaksacijski čas narašča kot $1/R^3$! Za vodo in le en mikrometer debelo kapilaro dobimo $\tau_{\eta} = 135$ dni. Viskoznost vode pri 20°C je 10^{-3} kg/(ms).



Slika 5.7: Graf $h(t)$ kakor ga opisuje enačba 16. Slika je iz J. Peternej, Osnove gradbene fizike.

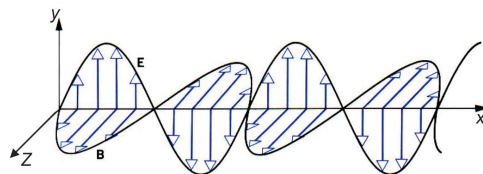
Za majhne čase razvijemo obe strani enačbe in pokažemo, da je ξ res sorazmeren $\sqrt{t}$.

Gradbeništvo: podobna obravnava za gradbene materiale. Nek efektivni relaksacijski čas τ_η , saj imamo množico por različnih velikosti. Dodamo še izhlapevanje v Washburnovo enačbo. Torej člen, ki je sorazmeren h -ju in mu pripišemo nek svoj relaksacijski čas. Ugotovimo, da potem stena, ki stoji v vodi, deluje kakor črpalka. Primer: debelina stene iz apnenca 10 cm. Pretoči se približno 1 l vode na vsak dolžinski meter na dan. Približno v enem mesecu dosežemo 95 % h_{max} ($H_{max} = 65$ cm). Glej tudi članek na gradbena.fizika.si. Nič ne pomaga, če namažemo steno z vodotesno barvo. Čez čas bo izparevalo na višjem mestu, saj je izhlapevanje tisto, ki sicer znatno zniža višino.

6 Pojavi pri valovanju

Narišimo transverzalno valovanje. Naj bo (tako smo zapisali EMV)

$$E_y(x, t) = E_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t\right)$$



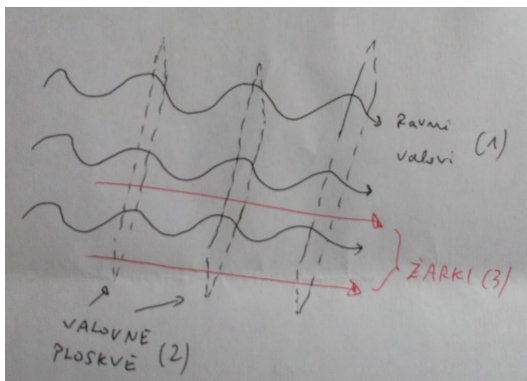
Slika 6.1: Ravni valovi. Primer za elektromagnetno valovanje, ki je transverzalno.

Za odmike plasti zraka bomo v premeru ravnega vala zapisali:

$$u_x(x, t) = a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t\right),$$

ko se širi v smeri osi x . To je longitudinalno valovanje.

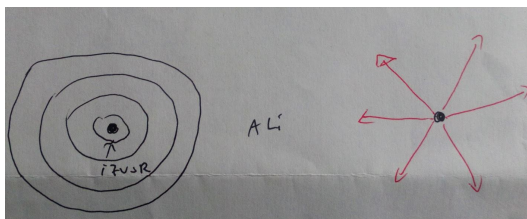
Poglejmo video transverzalnih in longitudinalnih valov: <http://www.pinteric.com/books/wave.html> 6.1 in 8.1.



Slika 6.2: Valovne ploskve in črte.

Definicija: Valovne ploskve (V 2D valovanju so to valovne črte). Valovne črte so črte (ali ploskve), ki povezujejo točke v katerih imajo delci, ki nihajo (lahko je to tudi električno polje) enake odmike ob istem času. Pravimo, da imajo konstantno fazo.

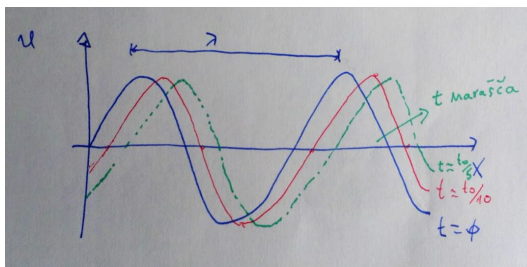
Žarki so pravokotni na valovne ploskve ali črte.



Slika 6.3: Primer valovnih ploskev in črt okoli točkastega izvora valovanja.

Zveza med hitrostjo valovanja c , valovno dolžino λ in frekvenco ν .

Narišimo $u_x(x, t) = a \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t)$!



Slika 6.4: Odmiki delcev pri valovanju v odvisnosti od časa in kraja.

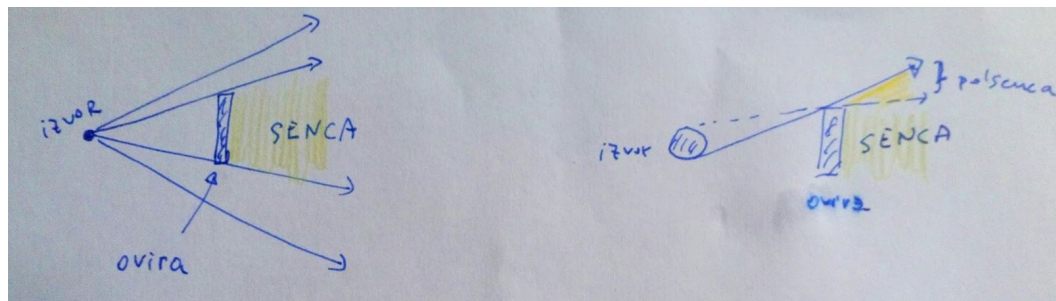
Vidimo, da se val premakne za eno valovno dolžino λ v času $t_0 = 2\pi\omega^{-1}$, zato v vseh valovanjih velja zveza:

$$c = \frac{\lambda}{t_0} = \lambda \nu,$$

kjer je c hitrost širjenja valovanja.

6.1 Senca, uklon valovanja

a) če je velikost ovire veliko večja od valovne dolžine sledi senca (točkasto svetilo) ali polsenca pri razsežnem svetilu (pomembno pri osvetljevanju prostora!)



Slika 6.5: Senca pri točkastem svetilu in polsenca pri razsežnem svetilu.

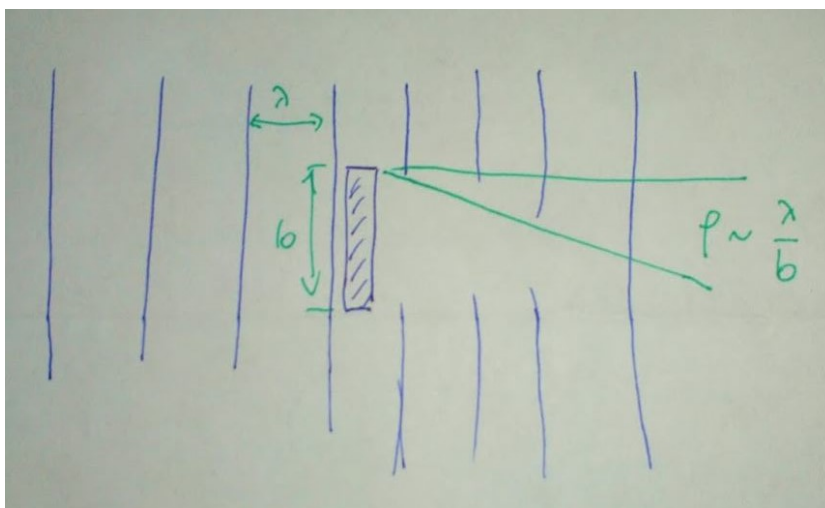
b) če je velikost ovire primerljiva z valovno dolžino:

Tipične valovne dolžine pri zvoku!

Narišimo valovne ploskve (črte v 2D), oviro s širino b . Valovanje gre tudi za oviro. Čim večja je valovna dolžina valovanja v primerjavi z oviro (b), več oz. hitreje, valovanje zavije v senco.

Širjenje valovanja za oviro (φ v radianih):

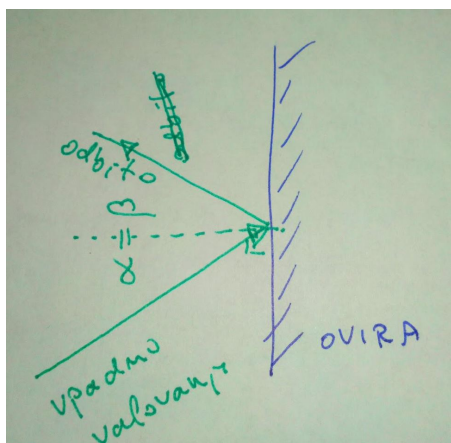
$$\varphi \sim \lambda/b.$$



Slika 6.6: Uklon valovanja (valovne dolžine v območju metrov) bistveno prispeva k širjenju zvoka za protihrupnimi ograjami.

6.2 Odboj valovanja

Odbojni kot je enak vpadnemu.



Slika 6.7: Odbojni kot je enak vpadnemu. Oba kota merimo glede na normalo na površino.

6.3 Interferenca

Ta je tudi pri zvoku pomembna. Nastane, ko imamo dva ali več **koherentnih** izvorov.

Koherentni izvori so takšni, ki imajo enako frekvenco in nihajo sočasno ali vsaj v fazi!

Nekoherentni izvori ne nihajo v fazi. Ko jih seštevamo, se amplitude naključno seštevajo in odštevajo.

V točkah, ki so na simetrali med koherentnema izvoroma, je vedno ojačanje.

Poglejmo slike na:

https://si.openprof.com/wb/uklon_in_interferenca_zvoka?ch=2964

Pod kotom β glede na simetralo, pa dobimo ojačanje, če velja:

$$\Delta s = a \sin \beta = N \lambda.$$

Če

$$\Delta s = a \sin \beta = (N + \frac{1}{2}) \lambda, N = 0, 1, 2 \dots$$

so tam oslabitve.

6.3.1 Stojee ali stojno valovanje

Valovanje od izvora se naj širi v smeri pozitivne osi x :

$$u_1 = a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t\right).$$

Odbito valovanje od npr. stene pa v nasprotni smeri

$$u_2 = a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \omega t\right).$$

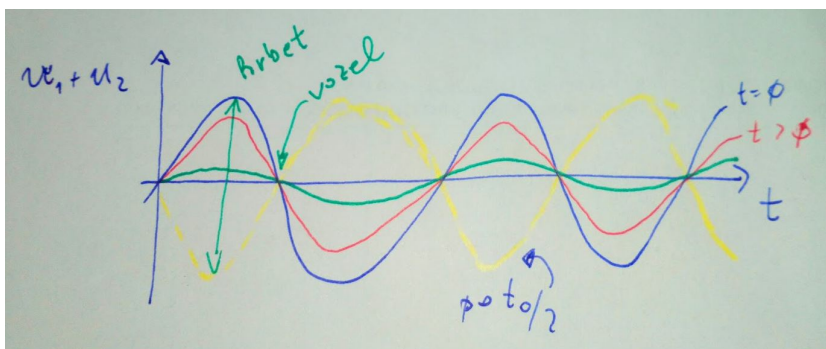
Vsota

$$u_1 + u_2 = 2a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos(\omega t)$$

so stoječi valovi. (Velja: $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$).

Poglejmo Kundtovo cev.

Ne glede na časovno spreminjanje vidimo, da je v nekaterih točkah amplituda valovanja ves čas enaka 0. Tam so **vozli** stoječega valovanja. Razdalja med vozli je polovica valovne dolžine. Zato se npr. v mikrovalovki vrtili krožnik - ker na nekaterih mestih ves čas ni valovanja. Stojee valovanje nastane tudi v zaprtem prostoru. Še bolj je pa pomembno v glasbilih.



Slika 6.9: Stojee valovanje.

7 Fotometrija in osvetljenost

7.1 Foton

Svetlobo lahko obravnavamo kakor valovanje, ki s snovjo interagira („komunicira”) le v majhnih paketih energije, fotonih. O fotonu se moramo pogovoriti, da bomo razumeli delovanje svetil, izkoristk sončnih celic, delovanje detektorjev.

Poskus: Fotoefekt. Na negativno naelektreno elektrodo posvetimo. Svetloba izbija elektrone, ki odletijo proč od elektrode. Elektrodo lahko tudi pozitivno naelektrimo. Potem se izbiti elektroni vračajo na isto elektrodo. **Fotoefekt** je pojav, pri katerem svetloba izbija elektrone iz kovin in drugih snovi. Uporabljamo ga v fotocelicah za zaznavanje in merjenje svetlobe.

Merili so kinetično energijo elektronov, ki jih izbijemo iz katode pri osvetlitvi. Ugotovili so, da kinetična energija izbitih elektronov W_k ni odvisna od osvetljenosti. Odvisna je le od frekvence uporabljene svetlobe:

$$W_k = h\nu - A_{izstopno}.$$

Zato je

$$h\nu = W_k + A_{izstopno}$$

energija fotona. Konstanta $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Js je *Planckova konstanta*. Svetloba s snovjo izmenjuje energijo le v paketih energije – **fotonih**.

Primer: Človeško oko zazna najmanjši svetlobni tok okoli $10^{-17} - 10^{-16}$ W. To velja za rumeno-zeleno svetlobo z valovno dolžino 560 nm. Izračunamo, da takšen svetlobni tok v eni sekundi prinese v oko od 30 do 300 fotonov.

O fotonih je potrebno razmišljati kadar je frekvenca tako velika, da detektor zazna že nekaj fotonov. Sicer lahko pojave razumemo kakor valovanje. Pri npr. radijskih valovih je energija fotona tako majhna, da senzorji zaznajo šele veliko število fotonov. Dvojnost: foton-valovanje izhaja iz kvantne fizike.

Sevanje atomov: energije fotonov svetlobe, ki nastane, so enake razlikam energij elektronov v različnih orbitalah v atomu. Zato ima vsak atom svoj „prstni odtis“, ko izmerimo njegov sevalni spekter. Poglejmo črtasti spekter atomov (kot osebna izkaznica atomov).

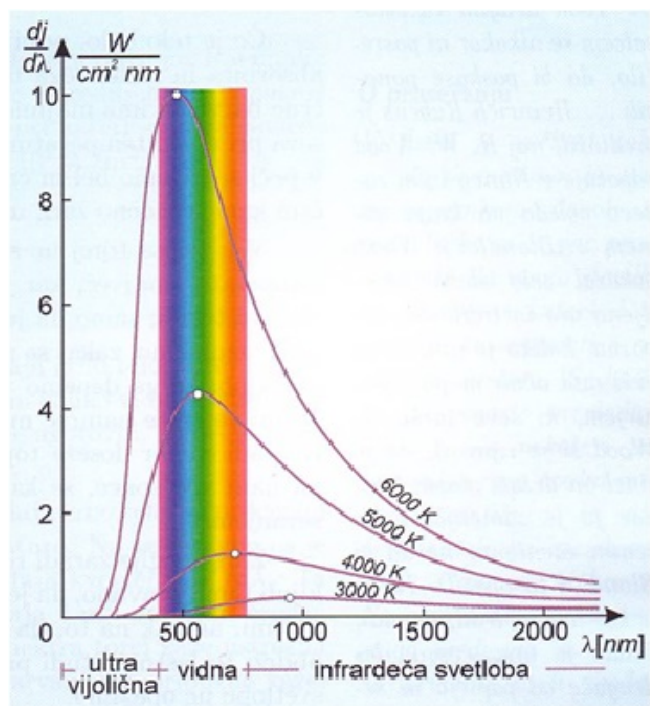
Ionizirajoče sevanje je takšno, ki ima dovolj veliko energijo (npr. EMV z valovno dolžino pod 100 nm, k ionizirajočim sevanjem štejemo tudi delce alfa in beta=elektrone z dovolj veliko energijo), da lahko ionizira snov in spreminja kemijske vezi.

Neionizirajoče sevanje ne uničuje celic in tkivo le greje.

Digitalna kamera. Senzorji so svetlobno občutljivi elementi. Barv ne vidijo! Zato uporabimo filtre. Pri dražjih kamerah imamo tri polja senzorjev in hkrati merimo rdečo, zeleno, modro svetlobo. Pri cenejših se filtri zavrtijo pred enim poljem senzorjev.

Pri analogni fotografiji so tri plasti na filmu, ki so občutljive na rdečo, zeleno in modro svetlobo.

7.2 Spekter sevanja črnega telesa



Slika 7.1: Spekter sevanja črnega telesa.

Planckov zakon:

$$\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5 (e^{hc/(\lambda k T)} - 1)}$$

Primer 37.

Iz Planckovega zakona izračunajmo valovno dolžino svetlobe pri kateri telo s temperaturo T oddaja največ energije!

Rešitev: Dobimo Wienov zakon: $\lambda_{max} T = 2898 \mu m \cdot K$.

Izračunajmo maksimalno valovno dolžino za primera $T = 6000 K$ (Sonce) in $T = 3700 K$ (žarnice na žarilno nitko).

7.3 Detektorji energijskega toka

Počrnjen kalorimeter. Merimo, za koliko se kalorimeter v nekem času segreje. $P_{absorb} dt = j_{vpadni} S dt = m c_p dT$. Takšen kalorimeter meri ves energijski tok, ne glede na valovno dolžino.

Počrnjeni termometer. Namesto kalorimetra uporabimo termometer.

Postavimo črno ploščico iz platine v vakuum. Z Wheatston-ovim mostičkom merimo, kako se spreminja upor platine. Ploščica je na tanki nitki, da se ne greje zaradi prevajanja toplote. S takšnim detektorjem lahko opazimo večjo žival na razdalji nekaj 100 m.

Premislimo, kako bi s počrnjenim termometrom gledali $dj/d\lambda$? Uklon, prizma!

Piroelektrični detektorji: ko se segrejejo, se na površini pojavi električna napetost. (podobno kakor piezoelektriki zaradi mehanskih sil) Uporabljajo jih v napravah za nočno gledanje in v alarmnih napravah.

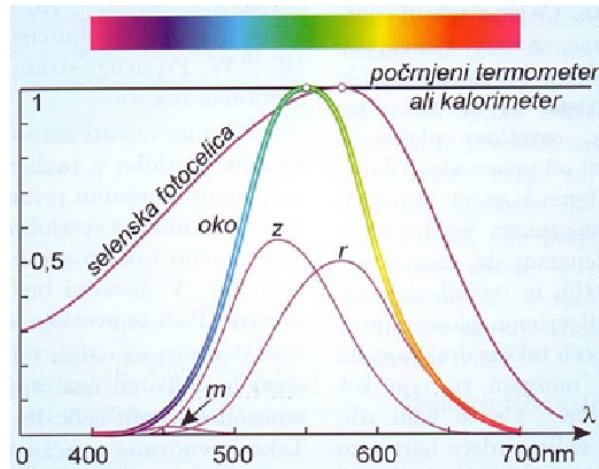
Crookesov radiometer: V stekleni buči s tlakom plina okoli tisočinke bara je lahka kovinska vetrnica. Kraki so na eni strani počrnjeni. Tam se prej segrejejo, ko posvetimo nanje. Tlak naraste in vrti vetrnico.

Bolometer (grško bolé, bolaí - (sončni) žarek + metron - mera) je fizikalna merilna priprava za merjenje vpadnega elektromagnetnega valovanja (svetlobnega toka, izseva). Izumil ga je leta 1878 (1881) ameriški astronom, fizik, izumitelj in letalski inženir Samuel Pierpont Langley.

Bolometer je sestavljen iz dveh zelo tankih trakov, na primer iz platine ali iz druge električno prevodne snovi, od katerih je eden počrnjen. Pod vplivom sevanja (toplotnega toka) se trak hitro segreje in se mu poveča električni upor. Vezan je z galvanometrom, po katerem steče električni tok.

Bolometre uporabljajo v termokameri. Največkrat so to polprevodniki, ki imajo veliko temperaturno odvisnost upornosti.

Fotocelica: njena občutljivost ni enaka za vse valovne dolžine. V rumenem delu bolj občutljiva kakor v rdečem. Predolgi valovnih dolžin (premale energije!) sploh ne opazi! Fotocelico moramo umeriti. Krivulji, ki kaže občutljivost detektorja v odvisnosti od valovne dolžine, pravimo spektralna občutljivost merilnika.



Slika 7.2: Spektralna občutljivost očesa, fotocelice in počrnjenega kalorimetra.

Oko: Spektralna občutljivost očesa! Oko je npr. bolj občutljivo na rumeno kakor na rdečo ali modro. To pomeni, da se nam npr. en W rumene svetlobe zdi svetlejši od 1 W rdeče svetlobe. Narišemo graf: relativna občutljivost od val. dolžine za oko in na istem za počrnjeni termometer (slika 7.2)!

Oko zazna do 10^{-12} W/m^2 . Pomnožimo s površino okoli 1 cm^2 in dobimo veliko občutljivost okoli 10^{-16} W . Lahko preračunamo, da je to nekaj 100 fotonov na sekundo.

Različne mešanice barv povzročajo enak učinek. Npr. modra-zelena-rdeča = bela.

Oko sestavlja okoli 100 milijonov celic. Paličice ne ločijo barv. Čepki (okoli 5 milijonov) so tri vrste. Posebaj občutljivi za modro, zeleno in rdečo barvo.

Ker oko ne čuti vseh vatov različnih barv enako, so vpeljali enoto: **Občuteni svetlobni tok:**

1 W rumeno-zelene (560 nm, tam oko najbolj občutljivo) = 680 lm (lumnov)

Vsi ostali vati so manj vredni. Vrednosti poiščemo v tabeli, oziroma odčitamo s slike 7.2 ali tabele

Preglednica 1.3: $RBO(\lambda)$ v odvisnosti od valovne dolžine

λ (nm)	$RBO(\lambda)$	λ (nm)	$RBO(\lambda)$	λ (nm)	$RBO(\lambda)$
380	0,00000	510	0,50300	640	0,17500
390	0,00010	520	0,71000	650	0,10700
400	0,00040	530	0,86200	660	0,06100
410	0,00120	540	0,95400	670	0,03200
420	0,00400	550	0,99500	675	0,02320
425	0,00730	556	1,00000	680	0,01700
430	0,01160	560	0,99500	690	0,00820
440	0,02300	570	0,95200	700	0,00410
450	0,03800	580	0,87000	710	0,00210
460	0,06000	590	0,75700	720	0,00102
470	0,09100	600	0,63100	730	0,00052
475	0,11260	610	0,50300	740	0,00027
480	0,13900	620	0,38100	750	0,00012
490	0,20800	625	0,32100	760	0,00008
500	0,32300	630	0,26500	780	0,00000

Občuteni svetlobni tok $P_S^{(o)}$ je definiran kot

$$P_S^{(o)} = S \cdot 685 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} RBO(\lambda) \frac{dj_{(\text{č.t.})}^*}{d\lambda} d\lambda = S \cdot 685 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \int_0^\infty RBO(\lambda) \frac{dj_{(\text{č.t.})}^*}{d\lambda} d\lambda, \quad (1.58)$$

pri čemer smo za občuteni svetlobni tok $P_S^{(o)}$ vpeljali novo enoto $\text{lm} \equiv \text{lumen}$ tako, da že enota sama

Slika 7.3: Spektralna občutljivost očesa (RBO)

Primer 38.

Ocenimo, koliko lumnov dobimo iz 40 W žarnice (na žarilno nitko)!

Rešitev: 40 W navadna žarnica pri 2500 K: 95% sveti v IR, le 5% v vidnem. To je le 2 W. Kar tudi ta dva vata pri različnih val. dolžinah, ki jih različno zaznavamo, sledi, da je občuteni svetlobni tok le okoli 408 lumnov. Ponavadi velja, da žarilne nitke na vsak 1 W elektrike dajo okoli 10 lumnov. Fluorescenčne cevi so bolj gospodarne.

7.3.1 Svetlobna moč in svetilnost

Svetlobna moč oz. občuteni svetlobni tok (prej izsevani energijski tok, ki poda sevano energijo v vseh valovnih dolžinah, merjeno v W) je celotni svetlobni tok P , ki ga oddaja kako svetilo in ga **zazna človeško oko**. Svetlobno moč podamo v lumnih.

Svetlobni izkoristek (enota lm/W) je razmerje med izsevanim občutenim svetlobnim tokom (v lm) in močjo svetlobe (W). Za moč uporabimo skupni sevalni tok ali električno moč, ki jo troši izvor.

Na primer, za svetila na žarilno nitko smo ugotovili, da je svetlobni izkoristek okoli 10 lm/W.

Svetilnost I je svetlobna moč (v lumnih), ki jo svetilo seva v nek prostorski kot:

$$I = \frac{dP}{d\Omega}.$$

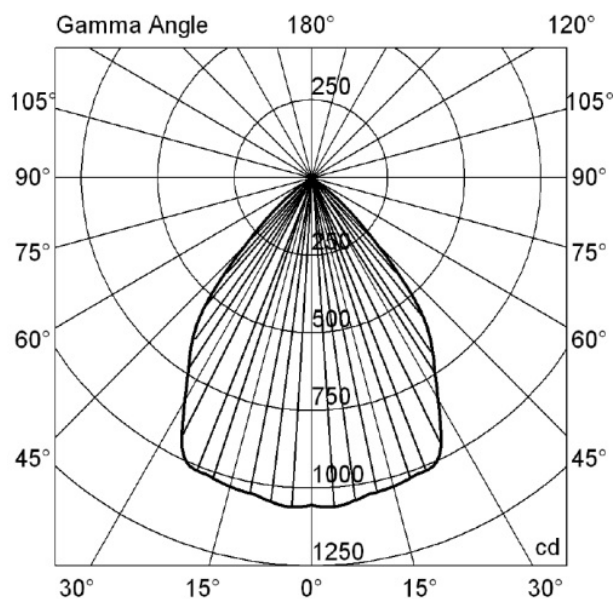
Enota za svetilnost I je sveča (candela, cd).

Če svetilo seva enakomerno v cel prostor, je cel prostorski kot enak 4π in $I = \frac{P}{4\pi}$. Takrat gostota svetlobnega toka pojema z razdaljo od svetila:

$$j = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{I}{r^2}.$$

Primer: Imamo 100 W žarnico. Prej smo ocenili, da to pomeni okoli 1000 lm. Sledi $I = \frac{P}{4\pi} \approx 100 \text{ cd}$.

Če svetilo ne sveti v vse smeri enakomerno, zanj podamo takoimenovani "diagram candela" (slika 7.3.1)

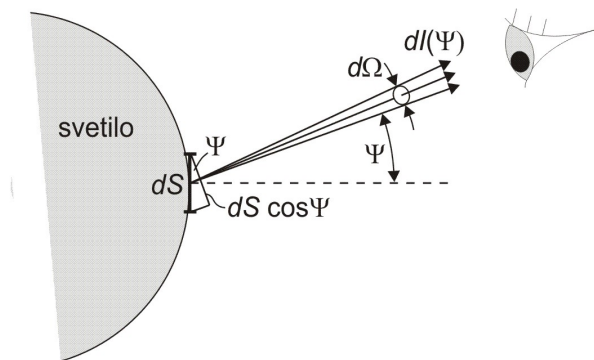


Slika 7.4: Diagram candela (<http://www.ransen.com/photometric/understanding-photometric-polar-diagrams.htm>)

Svetlost ali bleščavost svetila (B ali L)

Svetlost je fotometrična količina, ki jo dejansko zaznavamo. Zakaj to ni kar svetilnost? Ni namreč vseeno kako velika površina oddaja ima neko svetilnost. Kako svetla se nam zdi neka površina (svetilo) je odvisno tudi od kota Ψ glede na normalno površine, pod katerim gledamo površino.

Pri razsežnih svetilih je svetilnost I lahko odvisna od smeri iz katere pogledamo svetilo (kot Ψ na sliki 7.3.1).



Slika 7.5: Svetlost ali bleščavost

Definicija: Svetlost B je svetilnost I na enoto projicirane površine

$$B(\Psi) = \frac{dI(\Psi)}{dS \cos \Psi},$$

z enoto cd/m^2 .

Če pri razsežnem svetilu velja $dI(\Psi) = dI(\Psi = 0) \cos \Psi$, pravimo da seva po **Lambertovem zakonu**. Takrat je svetlost B neodvisna od smeri pogleda ($\cos \Psi$ se pokrajša) in pravimo, da je svetilo **difuzno**. Premislimo, kako za takšno svetilo izgleda diagram candela!?

7.3.2 Osvetljenost

Fizikalno: Označimo osvetljenost z j' . Če stoji površina pravokotno na smer svetlobnega toka j_0 , je osvetljenost j' kar enaka gostoti svetlobnega toka. Sicer

$$j' = j_0 \cos \varphi.$$

Fiziološko: Če računamo v fizioloških enotah (lumini, sveče, lm/m^2), potem dobimo „občuteno“ osvetljenost

$$E = j' = j_0 \cos \varphi,$$

ki jo merimo v luksih (lx).

Če svetilo seva enakomerno v cel prostor, se gostota toka z razdaljo spreminja tako: $j_0 = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{I}{r^2}$.

$$E = j' = j_0 \cos \varphi = \frac{I}{r^2} \cos \varphi.$$

Če imamo več svetil ali kakšno zrcalo, seštejemo prispevke posameznih svetil (zrcal) k osvetljenosti.

Primeri: svetla soba, blizu okna je 100 lx, za branje je potrebno med 30 in 50 lx, osvetljenost zunaj v oblačnem vremenu 10 000 lx. Delovna mesta morajo biti osvetljena vsaj z 200 lx. To mora zagotoviti delodajalec.

Poceni luxmeter uporablja fotocelico. Nekaj merilnikov imajo na KKSE. Uporabimo poljubno aplikacijo za merjene osvetljenosti na prenosnem telefonu. Gesli: `luxmeter` ali `light meter`

Primer 39.

Opoldne na dan jesenskega enakonočja stoji Sonce nad ekvatorjem v zenitu. Kolikokrat manjša je v tem času osvetljenost krajev na vzporedniku geografske širine 60° ?

Osvetljenost $E = j \cos \varphi$, φ je kot glede na pravokotnico na podlago. Če svetloba pada pravokotno na podlago je osvetljenost največja.

Odgovor: Osvetljenost krajev na 60° je 2-krat manjša od tistih na ekvatorju.

Primer 40.

Poglejmo podatke o celoletni osvetljenosti na vremenski postaji na naslovu: 194.249.253.29 (Vremenska postaja Ravne na Koroškem)!

Primer 41.

Svetilka svetilnosti 100 cd je na višini 1 m nad sredino okrogle mize in na razdalji 1 m pod zrcalnim stropom. Kolikšna je osvetljenost roba mize, katere polmer je 0,5 m? Odboj svetlobe od sten zanemarimo.

K osvetljenosti prispeva svetloba, ki pride direktno od svetilke in odbita. Geometrija za odbito svetlobo je takšna, kot da imamo v zrcalu še eno (navidezno) svetilko. $E = E_1 + E_2 = 71,5 \text{ lx} + 10,7 \text{ lx} = 82,2 \text{ lx}$.

Primer 42.

Na robu cestišča je na vrhu navpičnega droga pritrjena svetilke s svetilnostjo I . Kolikšna mora biti višina droga h , da bo osvetljenost cestišča na nasprotnem robu največja? Širina cestišča je a in svetilko lahko obravnavamo kot točkasto svetilo.

Po odvajanju dobimo $h = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Primer 43.

Točkasti svetili razmaknjeni za 2 m postavimo na višino 2,5 m nad tlemi. Kako se spreminja osvetljenost tal v liniji pod svetilkama?

Narišemo in potem premislimo o enakomernosti osvetlitve prostora.

Enakomernost osvetlitve prostora

Ocenimo jo z razmerjem med osvetljenostjo na najmanj osvetljenem delu in povprečno osvetljenostjo vseh delovnih mest. Priporočene vrednosti:

zelo zahtevna dela: $E_{min} : E_{povp} = 1 : 1,5$,

zahtevna dela (npr. učilnice) $1 : 2,5$,

nezahtevna dela $1 : 6$.

7.3.3 Absorpcija svetlobe

Svetlobni tok pojema, ko prodira skozi snov. Poskuse lahko delamo z različnimi debelinami prozorne snovi. Ugotovimo, da pri debelini snovi $l_{1/2}$ pade svetlobni tok na polovico začetne vrednosti.

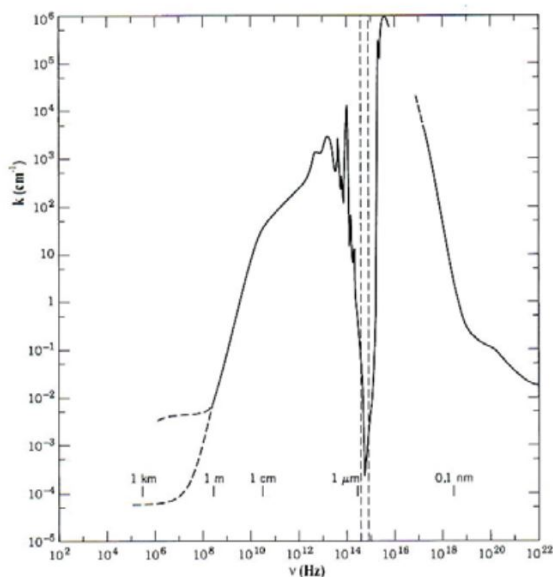
$$P(x) = P_0 2^{-x/l_{1/2}}.$$

Z $l_{1/2}$ smo označili razpolovno debelino snovi. Velikokrat absorpcijo raje zapišemo v obliki:

$$P = P_0 e^{-\mu x},$$

kjer je μ absorpcijski koeficient.

Primer: šipa iz temnega stekla je 4 mm debela in prepusti 1 % svetlobnega toka. Določimo $\mu = 1,15 \text{ mm}^{-1}$ in $l_{1/2} = 0,6 \text{ mm}$.



Slika 7.6: Absorpcijski spekter vode.

Absorpcijski spekter vode: pri vidni svetlobi voda najmanj absorbira = najbolj prepušča svetlobo. Tudi v vidnem delu je μ odvisen od valovne dolžine. Rdečo barvo absorbira najmočneje. Zato je veliko organizmov v globji vodi rdečih. Ker tam rdeče barve ni, se jih slabo vidi. Predlog poskusa za doma: Napišite besedilo z modro in rdečo barvo. Nanj posvetite z rdečo barvo (od npr. optične miške). Kako vidite?

7.4 Svetlobni viri

7.4.1 Sonce

Sveti kakor črno telo s temperaturo 6000 K.

Vpliv atmosfere, sipana svetloba. Prihaja iz vseh smeri. Če atmosfere ne bi bilo, bi, razen ko pogledamo proti Soncu, nebo bilo temno tudi podnevi.

Solarna konstanta 1400 W/m^2 . Ob jasnem vremenu na površino Zemlje pride okoli 1 kW/m^2 . Če bi to vse bila rumeno-zelena svetloba, bi morali pomnožiti s 680 lm/W . Ker je v vidnem delu spektra približno $1/2$ energije, in ker ni vse rumeno-zeleno (še en faktor $1/2$) sledi, da je osvetljenost površine pravokotno na sončne žarke ob jasnem vremenu okoli 120.000 lx . V oblačnem vremenu je lahko okoli 1000 lx .

Primer 44.

Deklinacija δ je kot med sončnimi žarki in ekvatorialno ravnino. Izračunamo jo po formuli

$$\delta = 23,45^\circ \sin\left(\frac{360}{365}(284 + N)\right),$$

kjer je N tekoči dan v letu. Kolikšna je višina Sonca danes ob sončnem poldnevu v Ljubljani in kako dolga je takrat senca 22 m visoke stavbe?

Zemljepisna širina Ljubljane je okoli 46° . Za $N = 100$ dobimo 7 stopinj. To pomeni, da je Sonce opoldne za 39 stopinj proč od navpičnice. Kot glede na vodoravnico, ki odloča o dolžini sence je $90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$.

7.4.2 Žarnice z žarilno nitko

Volfram za žarilno nitko. Temperaturo okoli 3000 K.

Izkoristek (= svetlobna učinkovitost): okoli 10 lm/W.

7.4.3 Halogenske žarnice

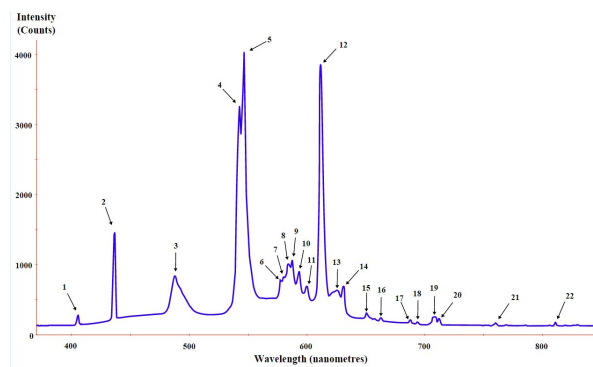
Isto kot žarilna nitka, le da je v plinu okoli nitke jod ali brom (to so halogeni elementi - iz bivše VII skupine periodnega sistema) v žlahtnem plinu. Potem lahko ogrejemo na višjo temperaturo. Dobimo svetlobno učinkovitost okoli 15 lm/W.

7.4.4 Fluorescenčne sijalke - varčne žarnice

Plin: argon in živo srebro. Živo srebro je velika slabost teh svetilk! Dobimo črtasti spekter. Tudi UV svetlobo (254 nm and 185 nm). Okoli leta 1900 bile te sijalke konkurenčne tistim na žarilno nitko. Takrat namreč še imeli težave s pregorevanjem (izparevanjem) nitke.

Pomemba fluorescenčna prevleka - fosfor! Ta absorbira UV svetlobo in oddaja vidno.

Svetlobna učinkovitost: okoli 80 lm/W.



Slika 7.7: Spekter fluorescentne svetilke. Veliko črt, ker fosfor dopiran z atomi redkih zemlj.

7.4.5 Xenon žarnice

Xenon pod velikim tlakom. Potem to deluje kakor fluorescenčna. Veliko UV, uporabljajo v zdravstvu.

Za avtomobile pa xenon sveti le na začetku, da se *obločna svetilka* dovolj segreje. Tam med anodo in katodo teče velik tok v plinu pod velikim tlakom. Visoke temperature, bela svetloba. 30-50 lm/W.

7.4.6 LED svetila

Polprevodnik. Dobimo monokromatsko svetlobo. Potem dajo v eno enoto tri diode različnih barv (Red, Green, Blue), da dobijo belo. Lahko pa le ena dioda, ki oddaja celo UV svetlobo. Steklo potem premažejo z fluorescenčno snovjo (npr. fosfor).

Svetlobna učinkovitost okoli 150 lm/W.

Nobelova nagrada iz fizike leta 2014: Isamu Akasaki, Hiroshi Amano (oba iz Nagoje), Shuji Nakamura (U. California) za modre LED diode. Rabijo snov ZnSe.

Iz "How Stuff Works"

What is a Diode?

A diode is the simplest sort of semiconductor device. Broadly speaking, a semiconductor is a material with a varying ability to conduct electrical current. Most semiconductors are made of a poor conductor that has had impurities (atoms of another material) added to it. The process of adding impurities is called doping.

In the case of LEDs, the conductor material is typically aluminum-gallium-arsenide (AlGaAs). In pure aluminum-gallium-arsenide, all of the atoms bond perfectly to their neighbors, leaving no free electrons (negatively charged particles) to conduct electric current. In doped material, additional atoms change the balance, either adding free electrons or creating holes where electrons can go. Either of these alterations make the material more conductive.

A semiconductor with extra electrons is called N-type material, since it has extra negatively charged particles. In N-type material, free electrons move from a negatively charged area to a positively charged area.

A semiconductor with extra holes is called P-type material, since it effectively has extra positively charged particles. Electrons can jump from hole to hole, moving from a negatively charged area to a positively charged area. As a result, the holes themselves appear to move from a positively charged area to a negatively charged area.

A diode consists of a section of N-type material bonded to a section of P-type material, with electrodes on each end. This arrangement conducts electricity in only one direction. When no voltage is applied to the diode, electrons from the N-type material fill holes from the P-type material along the junction between the layers, forming a depletion zone. In a depletion zone, the semiconductor material is returned to its original insulating state – all of the holes are filled, so there are no free electrons or empty spaces for electrons, and charge can't flow.

To get rid of the depletion zone, you have to get electrons moving from the N-type area to the P-type area and holes moving in the reverse direction. To do this, you connect the N-type side of the diode to the negative end of a circuit and the P-type side to the positive end. The free electrons in the N-type material are repelled by the negative electrode and drawn to the positive electrode. The holes in the P-type material move the other way. When the voltage difference between the electrodes is high enough, the electrons in the depletion zone are boosted out of their holes and begin moving freely again. The depletion zone disappears, and charge moves across the diode.

If you try to run current the other way, with the P-type side connected to the negative end of the circuit and the N-type side connected to the positive end, current will not flow. The negative electrons in the N-type material are attracted to the positive electrode. The positive holes in the P-type material are attracted to the negative electrode. No current flows across the junction because the holes and the electrons are each moving in the wrong direction.

The depletion zone increases. (See How Semiconductors Work for more information on the entire process.)

The interaction between electrons and holes in this setup has an interesting side effect – it generates light! In the next section, we'll find out exactly why this is.

Light is a form of energy that can be released by an atom. It is made up of many small particle-like packets that have energy and momentum but no mass. These particles, called photons, are the most basic units of light.

Photons are released as a result of moving electrons. In an atom, electrons move in orbitals around the nucleus. Electrons in different orbitals have different amounts of energy. Generally speaking, electrons with greater energy move in orbitals farther away from the nucleus.

For an electron to jump from a lower orbital to a higher orbital, something has to boost its energy level. Conversely, an electron releases energy when it drops from a higher orbital to a lower one. This energy is released in the form of a photon. A greater energy drop releases a higher-energy photon, which is characterized by a higher frequency.

As we saw in the last section, free electrons moving across a diode can fall into empty holes from the P-type layer. This involves a drop from the conduction band to a lower orbital, so the electrons release energy in the form of photons. This happens in any diode, but you can only see the photons when the diode is composed of certain material. The atoms in a standard silicon diode, for example, are arranged in such a way that the electron drops a relatively short distance. As a result, the photon's frequency is so low that it is invisible to the human eye – it is in the infrared portion of the light spectrum. This isn't necessarily a bad thing, of course: Infrared LEDs are ideal for remote controls, among other things.

Visible light-emitting diodes (VLEDs), such as the ones that light up numbers in a digital clock, are made of materials characterized by a wider gap between the conduction band and the lower orbitals. The size of the gap determines the frequency of the photon – in other words, it determines the color of the light. While LEDs are used in everything from remote controls to the digital displays on electronics, visible LEDs are growing in popularity and use thanks to their long lifetimes and miniature size. Depending on the materials used in LEDs, they can be built to shine in infrared, ultraviolet, and all the colors of the visible spectrum in between.

In the next section we'll look at the advantages of LEDs.

While all diodes release light, most don't do it very effectively. In an ordinary diode, the semiconductor material itself ends up absorbing a lot of the light energy. LEDs are specially constructed to release a large number of photons outward. Additionally, they are housed in a plastic bulb that concentrates the light in a particular direction. As you can see in the diagram, most of the light from the diode bounces off the sides of the bulb, traveling on through the rounded end.

LEDs have several advantages over conventional incandescent lamps. For one thing, they don't have a filament that will burn out, so they last much longer. Additionally, their small plastic bulb makes them a lot more durable. They also fit more easily into modern electronic circuits. But the main advantage is efficiency. In conventional incandescent bulbs, the light-production process involves generating a lot of heat (the filament must be warmed). This is completely wasted energy, unless you're using the lamp as a heater, because a huge portion of the available electricity isn't going toward producing visible light. LEDs generate very little heat, relatively speaking. A much higher percentage of the electrical power is going directly to generating light, which cuts down on the electricity demands considerably.

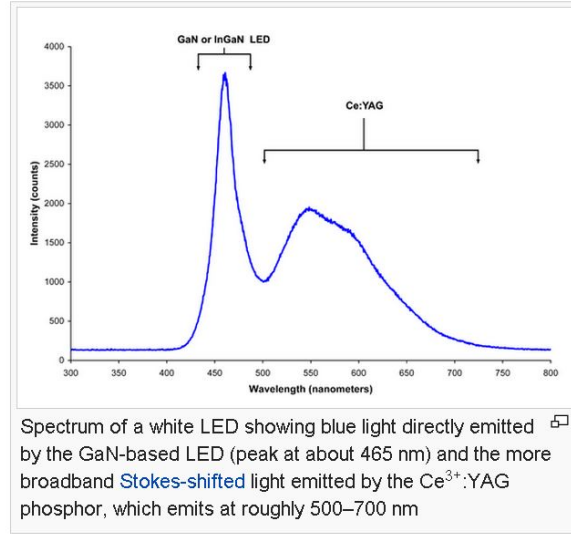
Per-watt, LEDs output more lumens of light than regular incandescent bulbs. Light emitting diodes have a higher luminous efficacy (how efficiently electricity is converted to visible light) than incandescents – for example, Sewell's EvoLux LED bulb produces 76.9 lumens per watt compared to an incandescent bulb's 17 lm/W [source: Sewell]. And they last: LEDs can have lifetimes of 50,000 hours or more [source: Design Recycle Inc].

Up until recently, LEDs were too expensive to use for most lighting applications because they're built around advanced semiconductor material. The price of semiconductor devices has plummeted since the year 2000, however, making LEDs a more cost-effective lighting option for a wide range of situations. While they may be more expensive than incandescent lights up front, their lower cost in the long run can make them a better buy. Several companies have begun selling LED light bulbs designed to compete with incandescent and compact fluorescents that promise to deliver long lives of bright light and amazing energy efficiency. Over the next couple of pages we'll take a look at the future of LEDs in our homes. One day they may be plugged into our light bulb sockets, lighting up our digital readouts and illuminating the millions of pixels that make up our high-definition televisions.

Izkoristek: okoli 80 lm/W.

Kaj je korelirana barva temperatura?

Dejansko barvo svetila primerjamo (poiščemo najboljše ujemanje) s spektrom, ki bi ga oddajalo črno telo segreto na temperaturo, s katero potem opišemo *korelirano barvno temperaturo* telesa.



Slika 7.8: Spekter LED svetilke.

8 Zvok

8.1 Valovna enačba

Zvok je longitudinalno valovanje v snovi (Kladnik). Zvok je mehansko valovanje v snovi (Penguin slovar). Običajno gre za longitudinalno valovanje. Kaj je longitudinalno valovanje? Kaj se širi po sredstvu? Razredčine in zgoščine. Zvočni tlak imenujemo spremembo tlaka zaradi valovanja. V zgoščinah je pozitiven, v razredčinah pa negativen. Pri harmoničnem longitudinalnem valovanju odmike delcev snovi opišemo z:

$$u(x, t) = a \sin(kx - \omega t),$$

kjer je $k = 2\pi/\lambda$, valovni vektor. V treh dimenzijah namreč namesto kx zapišemo $\vec{k} \cdot \vec{r}$.

Izpeljimo hitrost longitudinalnega valovanja v palici z elastičnim modulom E in gostoto ρ !

Funkcija $u(x, t)$ opisuje premike posameznih delov snovi od ravnovesne lege. Iščemo to funkcijo. Za ravne valove pričakujemo, da bo $u(x, t) = a \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t)$.

Zaradi različnih premikov levega in desnega dela označenega elementa se ta lahko raztegne za du . Po Hookovem zakonu se pojavi notranja napetost $\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x}$.

Ker na levi in desni konec izbranega elementa ne deluje enaka sila, se pojavi neto sila na element, ki je enaka:

$$dF = d(\sigma S) = S d\sigma = S E dx \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

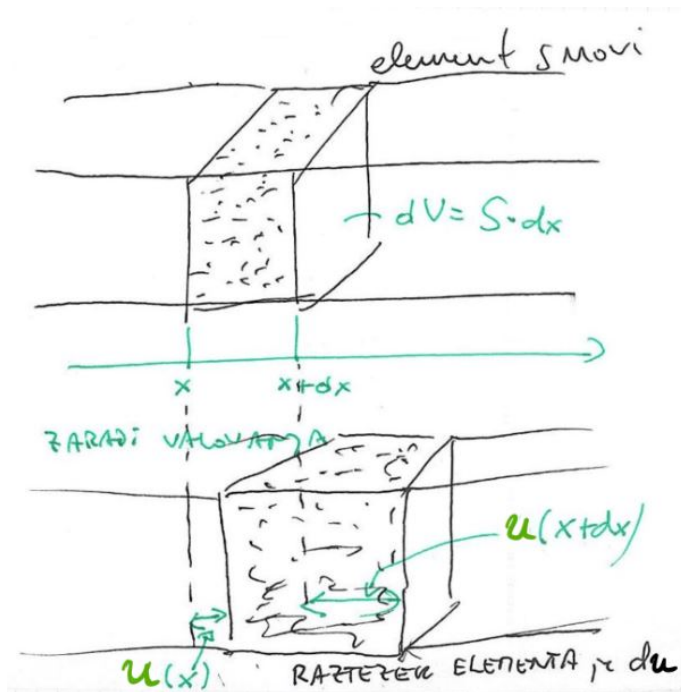
Nazadnje smo izraz za napetost $\sigma = E \frac{du}{dx}$ še enkrat odvajali $\frac{d\sigma}{dx} = E \frac{d^2 u}{dx^2}$.

Po Newtonovem zakonu je $dF = dm \frac{d^2 u}{dt^2} = S \rho dx \frac{d^2 u}{dt^2}$. Izenačimo zadnji dve enačbi za dF in dobimo takoimenovano *valovno enačbo*:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Vanjo vstavimo $u(x, t)$ za ravne valove, še prej odvajamo dvakrat po času in kraju ter ugotovimo $\nu \lambda = c$ (koeficient iz valovne enačbe, že od prej pa vemo, da je produkt $\lambda \nu$ enak hitrosti valovanja).

Zaključek:



Slika 8.1: Izpeljava valovne enačbe. Na sliki so premiki plasti atomov v palici označeni z s namesto z u .

Hitrost zvoka = longitudinalnega valovanja v elastični trdni snovi je $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Npr. za beton ($E = 33 \text{ GPa}$, $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$) sledi $c = 3500 \text{ m/s}$, za železo je $c = 5130 \text{ m/s}$. Uporabno npr. za nedestruktivno preiskovanje v gradbeništvu. Odbito valovanje nam pove nekaj o notranjosti zidov, debelini ...

Po podobni izpeljavi v tekočini (kapljevina + plin) dobimo za hitrost longitudinalnega valovanja (tam transverznega sploh ni, ker ni strižnih sil)

$$c = 1/\sqrt{\chi \rho},$$

kjer je χ stisljivost (npr. za vodo okoli $5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$) in ρ gostota tekočine. Izračunajmo hitrost širjenja longitudinalnega valovanja v vodi. Okoli 1400 m/s .

V plinu je v primeru adiabatnih sprememb stisljivost enaka $\chi = 1/(\kappa p)$, kjer je za zrak in vse dvoatomne molekule $\kappa = 1.40$. Dobimo

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}.$$

Upoštevamo še plinsko enačbo in dobimo za hitrost zvoka v zraku

$$c = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}.$$

Izračunajmo pri 20°C ($M = 29 \text{ kg}$) $c = 340 \text{ m/s}$. Pri -10°C pa je hitrost zvoka v zraku le 325 m/s . Standard ISO 9613-1 pravi $c = 343,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{\frac{T}{T_0}}$, $T_0 = 293 \text{ K}$.

V trdnih snoveh dobimo poleg longitudinalnih še TRANSVERZALNE valove. Ti imajo nekoliko manjšo hitrost širjenja. To opazimo pri potresih, kjer ne pridejo vsi valovi enako hitro. Z obravnavo širjenja valov pri potresih sklepamo na sestavo Zemlje.

Izpeljava hitrosti širjenja transverznega valovanja v elastični snovi je težja. Izkaže se, da je hitrost širjenja transverzalnih valov odvisna od valovne dolžine valov. Kratki valovi se širijo hitreje kakor dolgi valovi. Hitrost je tudi odvisna od oblike telesa, saj v izrazu nastopa *upogibni radij*, ki je povezan z vztrajnostnim momentom telesa v prečni smeri.

8.1.1 Vrste zvokov

Glede na to, kako je človeško uho občutljivo za longitudinalna valovanja različnih frekvenc, razdelimo ta valovanja v tri skupine:

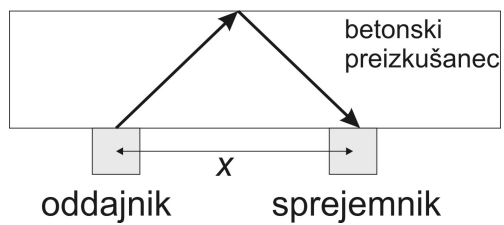
Slišimo valovanja s frekvencami med 16 Hz in 20 kHz. Tem frekvencam pravimo tudi **slišni zvok**. Valovna dolžina valovanja s frekvenco $\nu = 20$ kHz je okoli 2 cm. Igrajmo se z generatorjem zvoka preko interneta.

Pod 16 Hz je **infrazvok**. Tega npr. slišijo živali pred potresom (potuje z manj absorpcije v zraku kakor ostale frekvence).

Višjo frekvenco od slišnega zvoka in zato krajšo valovno dolžino ima **ultrazvok**. Manjša valovna dolžina je pomembna zato, da z njim preiskujemo materiale. V materialih je hitrost valovanja večja kakor v zraku, zato je tam valovna dolžina pri isti frekvenci še večja. Delfini komunicirajo z ultrazvokom (do 60 kHz), ker se ta manj absorbira v vodi. Izvori ultrazvoka so piezoelektrični kristali. *Ultrazvočna defektoskopija* ali preiskovanje materiala z ultrazvokom. Merimo odbiti signal od meje med defektom (npr. zračni mehurček) in materialom. Z ultrazvokom lahko razbijamo snov v prah, npr. homogeniziramo suspenzije, varimo plastiko, drobimo kovine. Ker so v valovanju veliki pospeški, zato velike sile!

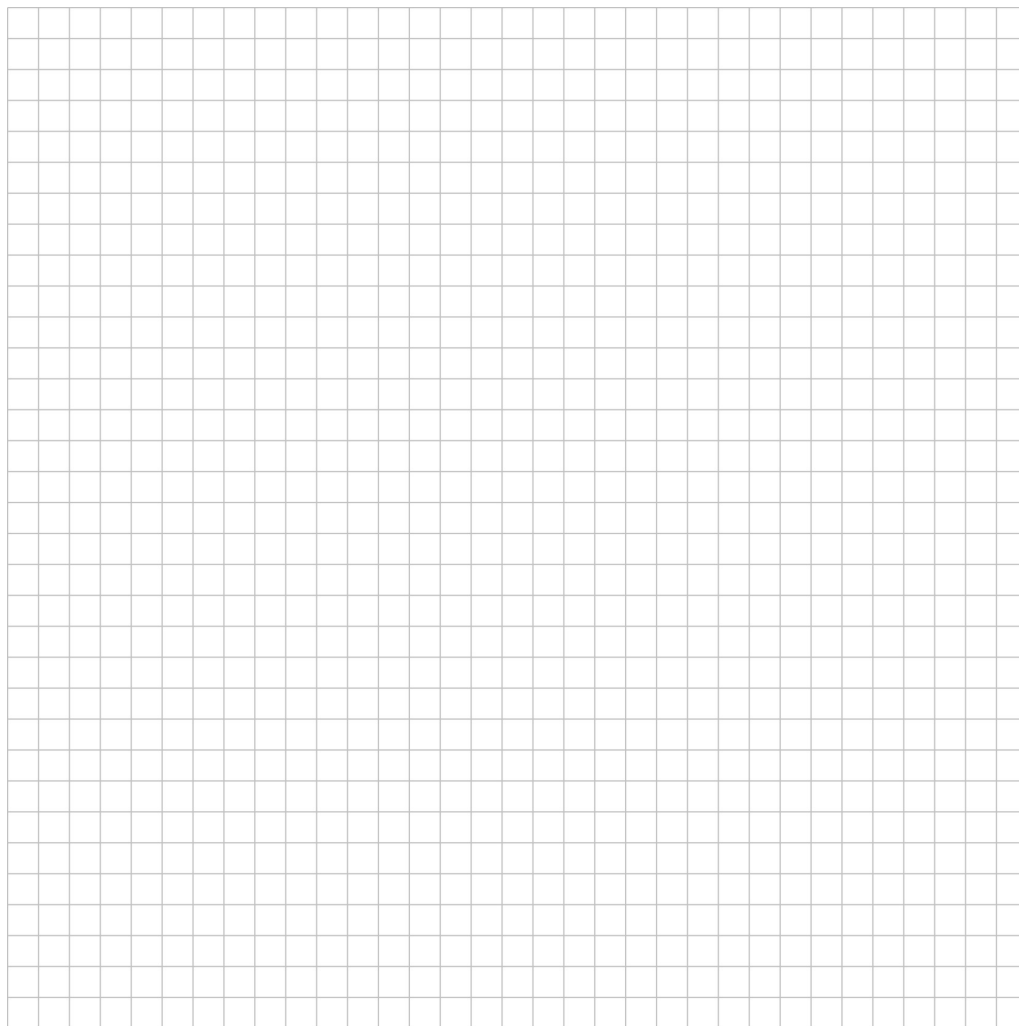
Širjenje zvoka v snovi lahko uporabimo za merjenje debeline betona. Poskusa: **Akustični radar in hitrost potovanja motnje v medeninasti palici**

Neporušna preiskava z ultrazvokom



x (m)	t (ms)
0,16	0,274
0,32	0,282
0,48	0,295
0,64	0,312
0,80	0,332
0,96	0,355
1,12	0,381

Določite hitrost ultrazvoka v betonu in debelino preizkušanca tako, da narišete odvisnost t^2 od x^2 !



Povzetek, kaj si zapomniti:

- Ločiti transversalno in longitudinalno valovanje.
- Zvok je mehansko valovanje. V plinu, zraku le longitudinalno.
- Zvezo $c = \lambda \nu$.
- Slišni zvok je med ~ 20 Hz in 20 kHz.
- Kaj je uklon, povezava s protihrupnimi ograjami.
- Valovna enačba (brez izpeljave)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} .$$

- Hitrost zvoka v zraku je odvisna od temperature in znaša dobrih 300 m/s.

Za doma:

- Poglejte Kundtovo cev:

https://www.youtube.com/watch?v=qÜiB_zd9M0k

- Uporabite npr. ta

<https://www.szynalski.com/tone-generator/>

generator zvoka izbrane frekvence in ugotovite kakšno najnižjo in najvišjo frekvenco še slišite.

- Na mobilni telefon naložite neko od aplikacij za analizo zvoka (primer **Spectroid** za android). Z njo lahko ugotovite kakšna je frekvenca običajnega govora, žvižganja, preverite pravilno delovanje tako, da za izvor zvoka uporabite generator zvoka iz prejšnje točke.

Pozneje bo prišla prav še aplikacija za merjenje ravni zvočne glasnosti v dB, npr. **Sound Meter**, ponovno android.

8.2 Valovna enačba v treh dimenzijah

Premike delcev pri valovanju, ki se širi v eni dimenziji, opišemo z $u(x, t)$. Funkcija $u(x, t)$ mora zadoščati valovni enačbi

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = c^2 \frac{d^2 u}{dx^2}.$$

V treh dimenzijah bi dobili valovno enačbo:

$$\frac{d^2 \vec{u}}{dt^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial z^2} \right).$$

Poleg tega, da lahko valovanje opišemo s premiki delcev od ravnovesne lege $\vec{u}(t)$, ga lahko opišemo še na štiri druge načine. Naštejmo vse, pomembno je pa, da za vseh pet načinov lahko zapišemo enako valovno enačbo:

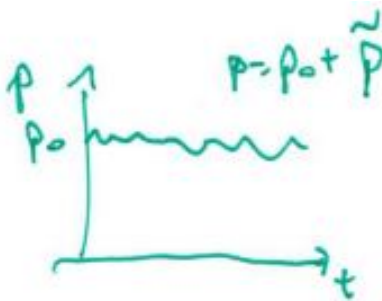
- a) odmiki $\vec{u}(t)$,
- b) hitrost delov zraka:

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{u}(\vec{r}, t)}{\partial t},$$

- c) hitrostni potencial, ki je definirian tako, da je $\vec{v}(t) = \text{grad}\Phi = \nabla\Phi = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}, \frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)$. Ugodno je dejstvo, da je hitrostni potencial skalar in je potem reševanje valovne enačbe lažje. Ko izračunamo hitrostni potencial po prostoru, pa lahko iz $\vec{v}(\vec{r}, t) = \text{grad}\Phi$ še hitrost in, če je potrebno, tudi odmike z integriranjem.

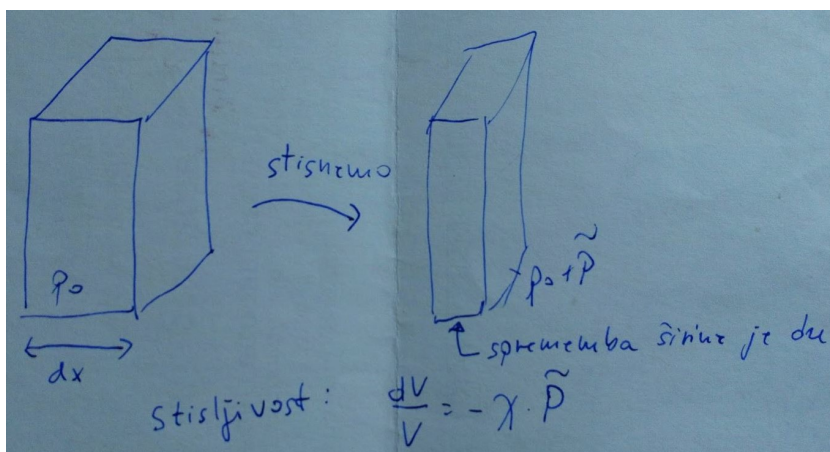
- d) odmiki tlaka $\tilde{P}(\vec{r}, t)$ od ravnovesne lege:

$$p(\vec{r}, t) = p_0 + \tilde{P}(\vec{r}, t).$$



Slika 8.2: Nihanje tlaka okoli p_0 zaradi zvočnega valovanja.

Izpeljimo povezavo med odmiki $u(x, t)$ in nihanjem tlaka okoli ravnovesne lege $\tilde{P}$!



Slika 8.3: Izpeljava zveze med odmiki u in spremembo tlaka $\tilde{P}$.

S slike 8.3 vidimo, da je sprememba prostornine $dV = S du$ in „začetna“ prostornina $V = S dx$. Vstavimo v enačbo za stisljivost $dV/V = -\chi \Delta p$ in dobimo zvezo:

$$\tilde{P} = -\frac{1}{\chi} \frac{\partial u}{\partial x} = -\rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x},$$

pri čemer smo navadno odvajanje označili s parcialnimi odvodi. Nazadnje smo upoštevali $c^2 = \frac{1}{\chi \rho}$. V 3 D primeru bi dobili $\tilde{P} = -\rho c^2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)$

V primeru harmoničnega potujočega vala (ravni val), ki ga zapišemo $u = a \sin(kx - \omega t)$, je ustrezno nihanje tlaka enako

$$\tilde{P} = \rho c a \omega \cos(kx - \omega t).$$

Za amplitudo nihanja tlaka smo torej dobili

$$\tilde{P}_0 = \rho c a \omega = \sqrt{2 \rho c I}.$$

Zadnji enačaj bomo razumeli šele pozneje, ko definiramo jakost zvoka I .

e) odmiki gostote od ravnovesne vrednosti:

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0 + \tilde{\rho}(\vec{r}, t).$$

Povezavo z odmiki dobimo iz $\rho V = \text{cont.}$ Odvajamo, relativno spremembo prostornine zamenjamo z $\partial u / \partial x$, in posplošimo na tri dimenzije:

$$\tilde{\rho} = -\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\rho \nabla \cdot \vec{u}(\vec{r}, t),$$

kjer je $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ operator nabra.

Za vse količine naštetih od a) do e) lahko zapišemo enako valovno enačbo.

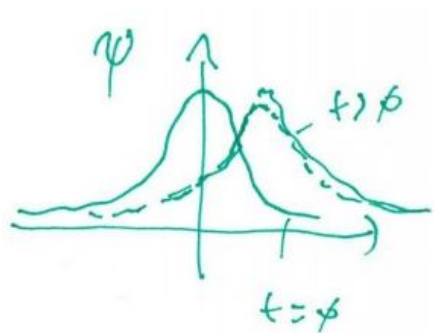
8.3 Rešitve valovne enačbe

8.3.1 Rešitve valovne enačbe v praznem prostoru

V praznem neomejenem prostoru je rešitev valovne enačbe Ψ *potujoče valovanje*. Funkcije Ψ so katerekoli funkcije, kjer (v eni dimenziji) koordinata x in čas t nastopajo tako:

$$\Psi(x, t) = f(x \pm ct).$$

Pokažemo, da funkcija Ψ res zadošča valovni enačbi. $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$.



Slika 8.4: Primer potujočega vala Ψ .

Primer potujočega valovanja je *harmonično potujoče valovanje*:

$$\Psi = a \sin(kx \pm \omega t),$$

kjer je k valovno število $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ in krožna frekvenca valovanja $\omega = \frac{2\pi}{t_0}$.

8.4 Rešitve valovne enačbe v omejenem prostoru

V praznem neomejenem prostoru nismo imeli robnih pogojev. V prostoru z robnimi pogoji pa so rešitve valovne enačbe *stoječi valovi*. Stojече valovanje pomeni, da vsi deli tekočine nihajo enako, le z različnimi amplitudami.

V eni dimenziji nastavek (ločimo krajevni in časovni del) $u(x, t) = f(x) \cos(\omega t - \delta)$ vstavimo v valovno enačbo in dobimo:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} f = 0.$$

Rešitve so:

$$f(x) = a \sin(kx) + b \cos(kx), \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Nadaljevanje reševanja je odvisno od robnih pogojev. Če imamo npr. cev z dolžino L , ki je zaprta na obeh straneh, morajo biti na robovih premiki enako nič. Zato:

$$u(x=0, t) = u(x=L, t) = 0.$$

Zato $b = 0$ in omejitev za k :

$$kL = n\pi, \quad k = \frac{\pi}{L}n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Dobimo

$$u_n(x, t) = a_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \cos(\omega t - \delta_n).$$

Koeficienti a_n so amplitude odmikov, lastne frekvence pa:

$$\nu_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{k_n c}{2\pi} = \frac{n\pi c}{L 2\pi} = \frac{c}{2L}n.$$

Nihanje tlaka:

$$\tilde{P} = -\rho c^2 a_n \frac{n\pi}{L} \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \cos(\omega t - \delta_n) = -\rho c a_n \omega_n \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \cos(\omega t - \delta_n).$$

Amplituda nihanja tlaka je

$$\tilde{P}_0 = \rho c \omega_n a_n.$$

Hrbti tlaka so tam, kjer so vozli pomikov. Spomnimo se na video Kundtova cev.

Račun stojčega valovanja v 3 D delamo na vajah.

Eksperimentalno delo: merimo vozle v predavalnici in z razdalje med njimi ocenimo frekvenco zvoka. Glej video 6.1 na Building Physics, Pintar.

<http://www.pinteric.com/books/harmonics.html>

8.5 Energija zvočnega valovanja in jakost zvoka

Valovanje, ki se širi po snovi, nosi *energijo valovanja*: kinetična, notranja zaradi spreminjanja gostote in temperature.

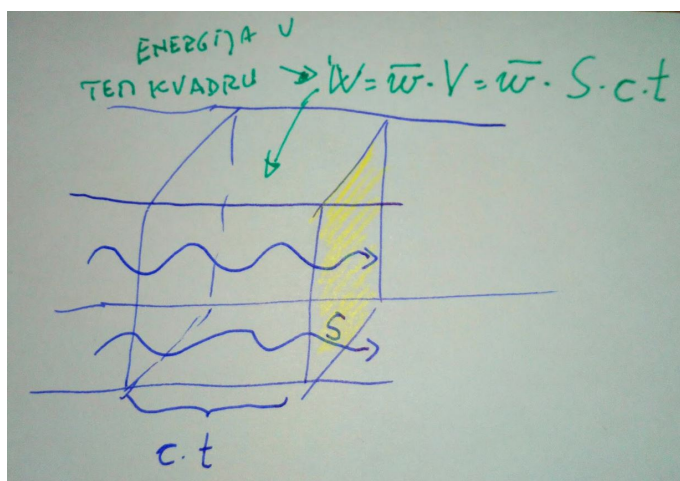
Gostota povprečne energije harmoničnega potujočega valovanja z amplitudo a in krožno frekvenco ω je enaka:

$$\frac{\overline{W}}{V} = \overline{w} = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2.$$

Zgornjo zvezo dobimo po naslednjem premisleku in računu: k celotni energiji enako prispevata kinetična in notranja. Dovolj je torej, da izračunamo povprečno kinetično energijo in jo pomnožimo s faktorjem 2. Povprečna kinetična energija je povprečje izraza $W_k(x, t) = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (-a \omega \cos(kx - \omega t))^2$, ki je enako $\frac{1}{4} m a^2 \omega^2$, saj je povprečje funkcije $\cos \varphi$ enako $\frac{1}{2}$.

Gostota energijskega ali zvočnega toka $\bar{j}$ je množina prenesene zvočne energije na enoto ploskve S v časovni enoti (izpeljava podobna pretoku tekočine v cevi):

$$\bar{j} = \overline{w} c = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 c.$$



Slika 8.5: Izpeljava zveze $\bar{j} = \overline{w} c$.

Jakost zvočnega valovanja ali na kratko **jakost zvoka** I je definirana kot povprečna vrednost zvočne energije, ki jo valovanja prenese v časovni enoti skozi enoto ploskve, ki je pravokotna na smer razširjanja valovanja. Zato:

$$I \equiv \bar{j} = \overline{w} c = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 c. \quad (17)$$

Iz same definicije je razvidno, da jakost zvoka izražamo v W/m^2 . Človek pri običajnem govoru oddaja vsako sekundo približno 10^{-5} J energije v obliki zvočnega valovanja. Če torej vzamemo, da je presek ustne odprtine med govorom približno 10 cm^2 , je jakost zvoka, ki ga oddaja človek, $I = 10^{-5} \text{ W}/10 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ W/m}^2$. Kolikšna je ta jakost, se lahko prepričamo tako, da uho prislonimo na en konec kratke cevi s prečnim presekom 10 cm^2 , na drugem koncu pa nekdo govori v cev. Če človek na drugem koncu zavpije na ves glas, je jakost nastalega zvoka približno 100-krat večja. Zvok z jakostjo 1 W/m^2 je že na meji bolečine, zato bomo to jakost označili kot največjo dopustno jakost zvoka. Torej $I_{\max} = 1 \text{ W/m}^2$. Najmanjša jakost zvoka, ki ga normalno človeško uho še zazna, je odvisna od frekvence zvoka. Pri frekvenci 10^3 Hz je to $I_{\min} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Primer 45.

Določi amplitudo nihanja zračnih plasti glede na ravnovesno lego pri jakosti zvoka I_{max} in pri frekvenci $\nu = 10^3 \text{ s}^{-1}$! Ponovi račun še za prag slišnosti, to je za I_{min} .

Rešitev:

Do odgovora pridemo s pomočjo enačbe (17). Sledi

$$a_{max} = \sqrt{\frac{2 I_{max}}{\rho 4 \pi^2 \nu^2 c}} = \sqrt{\frac{2 \text{ W m}^{-2}}{1,204 \text{ kg m}^{-3} \cdot 4 \pi^2 10^6 \text{ s}^{-2} \cdot 343 \text{ m s}^{-1}}} \approx 10^{-5} \text{ m} .$$

Ker je $I_{min} = 10^{-12} I_{max}$, sledi $a_{min} = 10^{-6} a_{max} = 10^{-11} \text{ m}$ ali istega reda velikosti kakor premer vodikovega atoma.

Primer 46.

Kolikšna je amplituda nihanja tlaka pri največji dopustni jakosti zvoka $I_{max} = 1 \text{ W/m}^2$? Gostota zraka pri tlaku 1 bar in temperaturi 20°C je $1,204 \text{ kg/m}^3$, hitrost zvoka pri tej temperaturi pa je 343 m/s .

Rešitev:

Dobimo,

$$\tilde{P}_0 = \sqrt{2 \rho c I_{max}} = \sqrt{2 \cdot 1,204 \text{ kg m}^{-3} \cdot 343 \text{ m s}^{-1} \cdot 1 \text{ W m}^{-2}} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ bar} = 30 \text{ N/m}^2 .$$

Za toliko se poveča tlak v vodi na globini

$$h = \frac{30 \text{ N m}^{-2}}{10^3 \text{ kg m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-1}} \approx 3 \text{ mm} .$$

Da človeško uho zazna zvok, ni dovolj le zadostna jakost, ampak je pomembna tudi frekvenca zvoka. Normalno človeško uho zaznava zvočno valovanje le na sorazmerno ozkem frekvenčnem intervalu, in sicer približno $20 \text{ Hz} < \nu < 20 \text{ kHz}$. Zvočna valovanja s frekvencami na tem intervalu imenujemo *slišni zvok*. Zvočna valovanja s frekvencami $\nu < 20 \text{ Hz}$ imenujemo *infrazvok*, s frekvencami $\nu > 20 \text{ kHz}$ pa *ultrazvok*. Veliko živali zaznava zvok na širšem frekvenčnem intervalu kakor človek. Netopirji na primer zaznavajo zvočna valovanja s frekvencami celo do 100 kHz .

Izkušnje kažejo, da občutek glasnosti zvoka ni sorazmeren z jakostjo zvoka I , ampak z **logaritmom jakosti**. Uho kot sprejemnik zvoka ima torej logaritemsko skalo. V ta namen so v akustiki vpeljali količino, ki upošteva to lastnost človeškega ušesa in so definirali tako imenovano *raven zvočne jakosti* L ,

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_{min}} \right) . \quad (18)$$

Enoto, s katero običajno opredelimo raven zvočne jakosti, je *decibel* in jo označujemo z dB. (Opomba: pravilneje bi bilo definicijo 18 zapisati z enoto, tako: $L = 10 \text{ dB} \log \left(\frac{I}{I_{min}} \right)$. A običajno tega ne počno, zato tudi mi ne bomo.)

Tako je na primer raven zvočne jakosti pri običajnem govoru z jakostjo zvoka 10^{-2} W/m^2 enaka $L = 10 \log(10^{-2}/10^{-12}) = 10 \log 10^{10} = 100 \text{ dB}$.

Pri meritvah hrupa (z merilniki običajno merimo tlak) namesto ravni zvočne jakosti raje govorimo o *ravni zvočnega tlaka* L_P . Ta je definirana kakor:

$$L_P = 10 \log \left(\frac{\bar{P}^2}{\bar{P}_{min}^2} \right) ,$$

pri čemer je $\bar{P}_{min} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$, najmanjši zvočni tlak, ki ga človeško uho zazna pri frekvenci 1 kHz . Največji tlak, ki še ne povzroča bolečine, pa je približno 60 Pa . Raven zvočnega tlaka uporabljamo zato, ker je meritev tlaka preprosta. Lahko pokažemo, da se raven zvočne jakosti in raven zvočnega tlaka ne razlikuje dosti. Razlika je $0,2 \text{ dB}$ pri 20°C in tlaku 1 bar. Razlika je odvisna od temperature, ker v zvezi med I in amplitudo tlaka $\bar{P}^2$ nastopa hitrost zvoka c , ki je odvisna od temperature.

Laboratorijske vaje: Igrajmo se z merilnikom. Poskusimo naglas govoriti pred merilnikom. Poglejmo frekvenčno odvisnost s tonskim generatorjem.

Tabela 9: Raven zvočnega tlaka za različne izvore

Raven zvočnega tlaka (dB) $\tilde{P}_{min} = 20 \mu\text{Pa}$	Izvor	Subjektivna ocena hrupa
140	izstrelitev rakete na oddaljenosti 100 m; topovsko streljanje neposredno ob topu	neznosno
120	ladijska strojnica; rock koncert neposredno ob zvočniku	neznosno
100	razni industrijski stroji	zelo hrupno
80	ob robu prometne avtoceste; kričanje	hrupno
60	trgovski center; restavracija; glasen govor	hrupno
40	mirno stanovanjsko naselje	mirno
20	snemalni studio	zelo mirno

Povzetek, kaj si zapomniti:

- V valovni enačbi lahko uporabimo različne količine (odmiki, hitrost delcev, tlak, gostota in hitrostni potencial) s katerimi opišemo valovanje. Ni potrebno poznati zvez med njimi na pamet. Mogoče le $v = \partial u / \partial t$.
- Razumeti, kaj je nihanje tlaka $\tilde{P}$ okoli ravnovesne vrednosti p_0 . Zapomniti si, da je $\tilde{P} \ll p_0$.
- V praznem prostoru nastane potujoče valovanje, ker ni robnih pogojev. Posebni primer potujočega valovanja je harmonično potujoče valovanje $u = a \sin(kx - \omega t)$.
- V omejenem prostoru so pomembni robni pogoji. Nastane stoječe valovanje, če ne vsiljujemo drugačnega signala z zvočnikom.
- Definicija jakosti zvoka I : je povprečna vrednost zvočne energije, ki jo valovanja prenese v časovni enoti skozi enoto ploskve, ki je pravokotna na smer razširjanja valovanja. Enota W/m^2 .
- Občutek glasnosti ušesa je sorazmeren logaritmu I -ja, zato vpeljemo **raven zvočne jakosti**:

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_{min}} \right) .$$

in **raven zvočnega tlaka** (tlak namreč lažje merimo):

$$L_P = 10 \log \left(\frac{\overline{\tilde{P}^2}}{\tilde{P}_{min}^2} \right) .$$

Oboje izražamo v decibelih dB.

- Za občutek: 100 dB je zelo glasno, 0 dB je meja slišnosti.

Za doma:

- Igranje z aplikacijo na mobitelu, npr. **Sound Meter**, da dobite občutek za raven zvočnega tlaka, decibele.

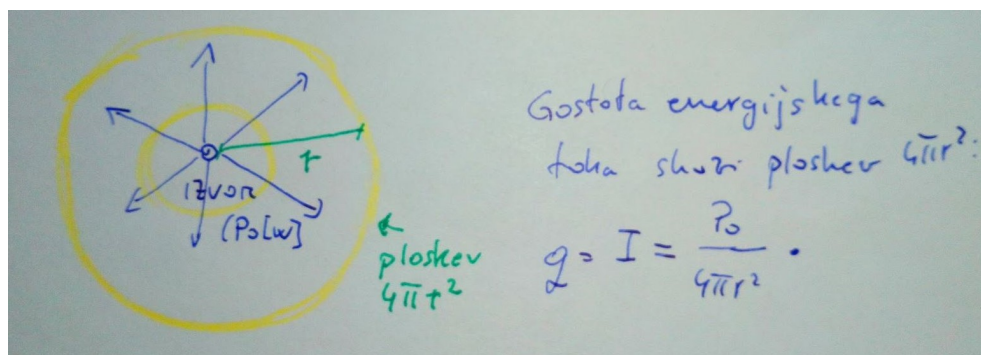
8.6 Hrup v zunanjem okolju

Hrup je glasen, neprijeten ali neželen zvok.

Premislimo, kako se spreminja z razdaljo od izvora?

Če imamo "točkovni" vir zvoka/hrupa in ne upoštevamo absorpcije sledi, da se jakost zvoka I manjša s kvadratom razdalje. Pokažimo.

Nekaj besed o tem kako opišemo izvor. Lahko povemo kakšno **zvočno moč** P v W ima izvor, ali pa povemo **raven zvočne moči** izvora $L_W = 10 \log \frac{P}{P_0}$, kjer je $P_0 = 1,0 \cdot 10^{-12}$ W referenčna vrednost zvočne moči.



Slika 8.6: Odvisnost gostote energijskega toka od razdalje od točkastega vira.

Primer 47.

Naj bo na razdalji 40 m od vira raven zvočne jakosti enaka 100 dB. Kolikšna je na dvakrat večji razdalji?

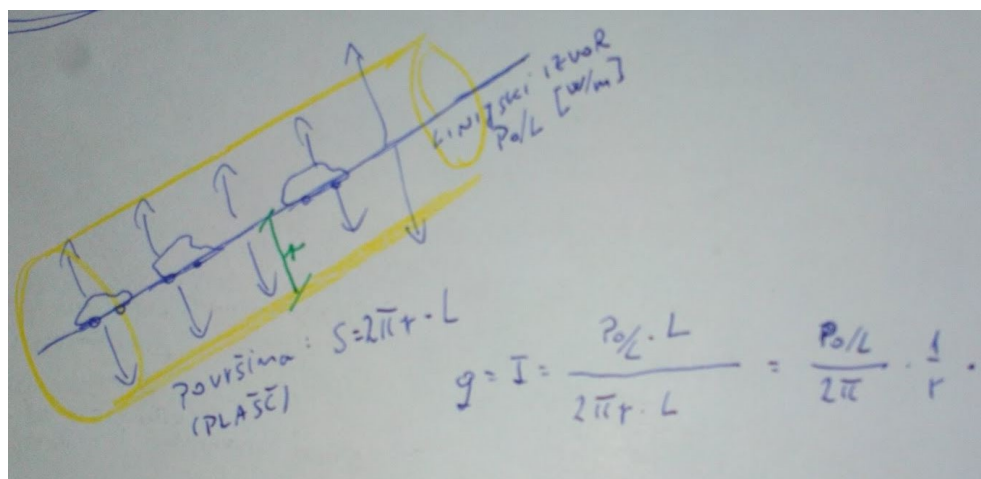
Rešitev:

Na dvakrat večji razdalji se raven zvočne jakosti zmanjša za 6 dB!

Primer 48.

Kako, če imamo več izvorov? Seštevati moramo zvočne jakosti (I), ne pa ustreznih ravni! Za koliko decibelov se poveča raven zvočne jakosti, če podvojimo število izvorov?

Rešitev: Za 3 dB.



Slika 8.7: Odvisnost gostote energijskega toka od razdalje od linijskega izvora.

Če smo blizu ceste ali železnice, to lahko upoštevmo kakor *linijski zvočni vir*. Od tega pada jakost zvoka linearno z razdaljo.

Primer 49.

Izračunajmo kako pada raven zvočne jakosti z razdaljo v primeru linearnega izvora!

Rešitev:

Ugotovimo, da se pri podvojitvi razdalje raven zmanša za 3 dB

8.7 Občutljivost človeškega ušesa in hrup

Človeško uho ni za vse frekvence enako občutljivo. Ločimo infrazvok, slišni zvok in ultrazvok. Tudi slišni zvok različno zaznavamo.

Bolečino povzroča amplituda nihanja tlaka 60 Pa. To je raven zvočnega tlaka ($\tilde{P}_{min} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa) okoli 130 dB.

Občutljivost človeškega ušesa je odvisna od frekvence, zato uporabljamo uteži. Npr. A-utež, oz. filter A. Na merilnih inštrumentih potem piše $L_{P(A)}$.

4.8 Hrup in zaščita pred hrupom

Preglednica 4.4: A-uteži (filter A) oziroma popravki

Frekvenca (Hz)	A-popravek (dB)	Frekvenca (Hz)	A-popravek (dB)	Frekvenca (Hz)	A-popravek (dB)
10	-70,4	160	-13,4	2500	1,3
12,5	-63,4	200	-10,9	3150	1,2
16	-56,7	250	-8,6	4000	1,0
20	-50,5	315	-6,6	5000	0,5
25	-44,7	400	-4,8	6300	-0,1
31,5	-39,4	500	-3,2	8000	-1,1
40	-34,6	630	-1,9	10000	-2,5
50	-30,2	800	-0,8	12500	-4,3
63	-26,2	1000	0,0	16000	-6,6
80	-22,5	1250	0,6	20000	-9,3
100	-19,1	1600	1,0		
125	-16,1	2000	1,2		

Slika 8.8: Filter A. Prekopirano iz Osnove gradbene fizike, J. Peternej in Z. Jagličić.

8.7.1 Utripanje

Imejmo izvora z nekoliko različnima frekvencama.

Računska obravnava. Naj bosta izvora na istem mestu, enako močna. Potem poslušalec sliši:

$$\tilde{p}(t) = \tilde{p}_1(t) + \tilde{p}_2(t) = \tilde{p}_0 (\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)) = 2 \tilde{p}_0 \cos\left(\frac{\delta\omega}{2} t\right) \sin(\omega t),$$

kjer je $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ in $\delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. Uporabili smo zvezo $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Narišimo to!

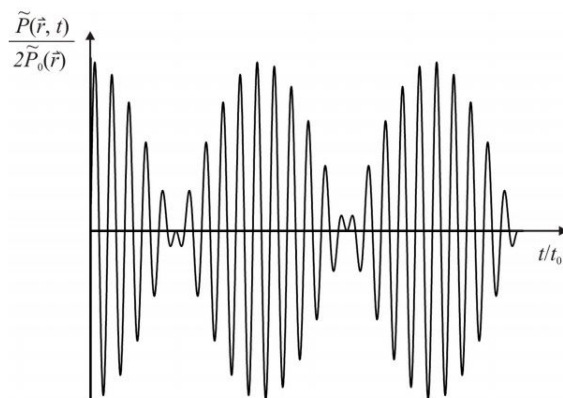
https://www.wolframalpha.com/input/?i=plot+sin%282*PI*1000*t%29%2Bsin%282*PI*1500*t%29%2C+t+from+0+to+1E-2

Kaj v takem primeru slišimo? Dva ločena zvoka ali en zvok kateremu se spreminja jakost?

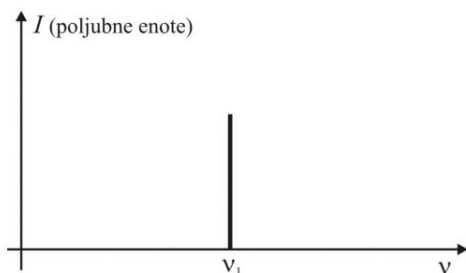
- če $\frac{\delta\omega}{\omega} > 6\%$ slišimo dva zvoka

- če $\frac{\delta\omega}{\omega} < 6\%$ slišimo en zvok s spremenljivo frekvenco.

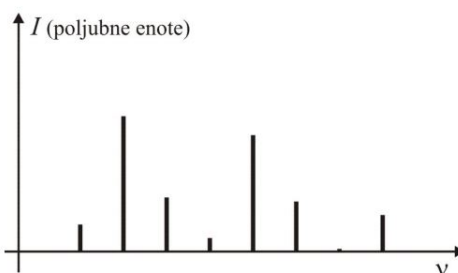
Jakost utripanja



Slika 4.15: Utripanje. Frekvenca utripanja je $\nu_u = \frac{\Delta\omega}{2\pi}$, $t_0 = \frac{1}{\nu_u}$ (enačba 4.63).



Slika 4.16: Spekter tona



Slika 4.17: Spekter zvena

Slika 8.9: Utripanje ter spekter tona in zvena. Prekopirano iz Osnove gradbene fizike, J. Peternej in Z. Jagličić.

Amplituda tlaka pri utripanju je $\tilde{P}_0(t) = 2\tilde{p}_0 \cos(\frac{\delta\omega}{2} t)$.

$$I(t) = \frac{\tilde{p}_0^2(t)}{2\rho c} = \frac{2\tilde{p}_0^2}{\rho c} \cos^2(\frac{\delta\omega}{2} t) = \frac{2\tilde{p}_0^2}{\rho c} (1 + \cos(\delta\omega t)).$$

Hitro spreminjanje $\overline{\sin^2(\omega t)}$ je že izpovprečeno v izrazu za $I(t)$.

Uporabi smo zvezo $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\alpha))$.

Zvočna jakost se spreminja s frekvenco $\delta\omega$, ki jo imenujemo *frekvenca utripanja*.

Naredimo tak zvok v predavalnici z generatorjem zvoka na internetu

<http://onlinetonegenerator.com/binauralbeats.html>

Najprej naj bosta frekvenci daleč narazen, potem manjšamo razliko!

Zaključek: Očitno je občutek zaznavanja zvoka odvisen od sestave zvoka.

Poznamo

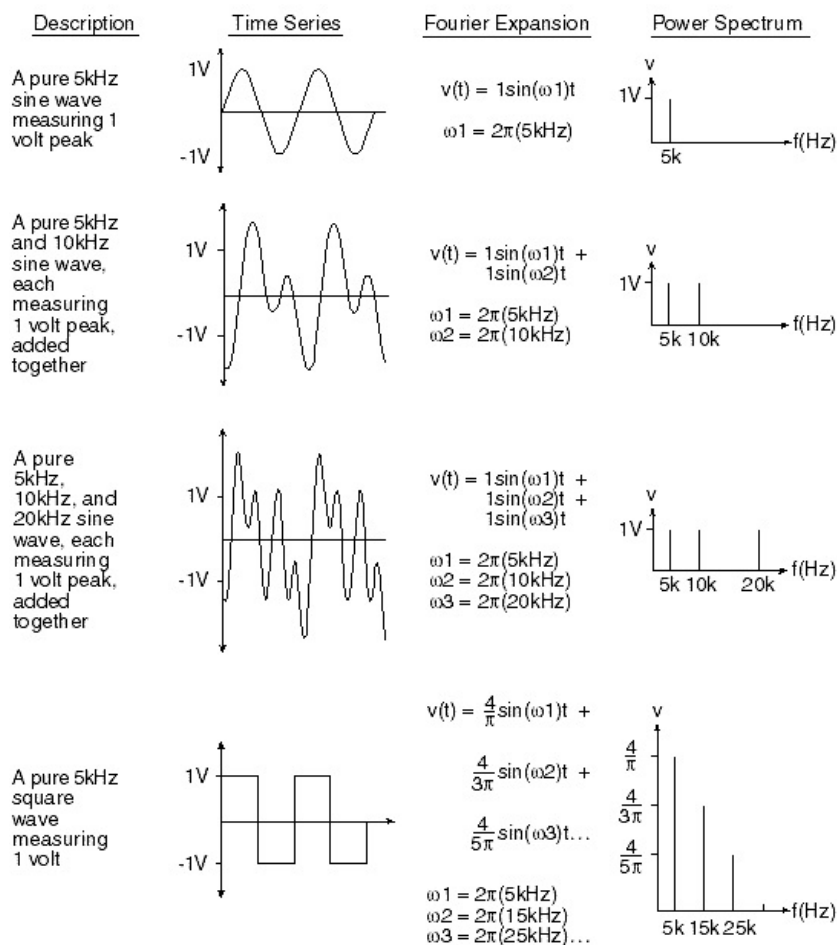
Ton Če je na mestu sprejemnika ena sama harmonična komponenta $\tilde{p}(t) = \tilde{p}_0 \cos(\omega t - \delta)$.

Narišemo $\tilde{p}(t)$ in spekter $I(\nu)$ z eno samo črto. Imamo črtast spekter.

Fourierova transformacija: $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$.

Poglejmo:

<https://www.dataq.com/data-acquisition/general-education-tutorials/fft-fast-fourier-transform-waveform-analysis.html>



Slika 8.10: Časovni signal in Fourierova transformacija istega signala.

Zven Če je na mestu sprejemnika več harmoničnih nihanj s frekvencami, ki so v razmerju celih števil.

Narišemo spekter zvena. Črtast spekter pri ν , 2ν , 3ν ...

Omenimo še oktave in 1/3-oktave, kar se pogosto uporablja, ko želimo opisati spekter zvoka, oz. lastnosti materialov glede na frekvenco zvoka.

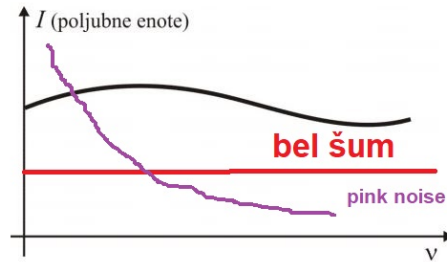
<http://gradbena.fizika.si/FrekvencnaPodrocja-Oktave.JPG>

Šum Zvezen spekter, nihanje tlaka pri šumu ni periodična funkcija časa. Vseeno lahko izračunamo spekter - Fourierova transformacija omogoča, da poljubno funkcijo zapišemo kot vsoto harmoničnih nihanj.

Narišemo *bel šum* ($I(\nu)$ je ravna črta - vse frekvence so enako zastopane), in *pink noise* - narašča $1/f$ pri nizkih frekvencah.

8.8 Zaščita pred hrupom

Z razdaljo prepočasi pojema. Zato: absorpcija hrupa v oviri, zvočno odbojne površine odbijejo v prosto okolje ali večkrat med sabo.



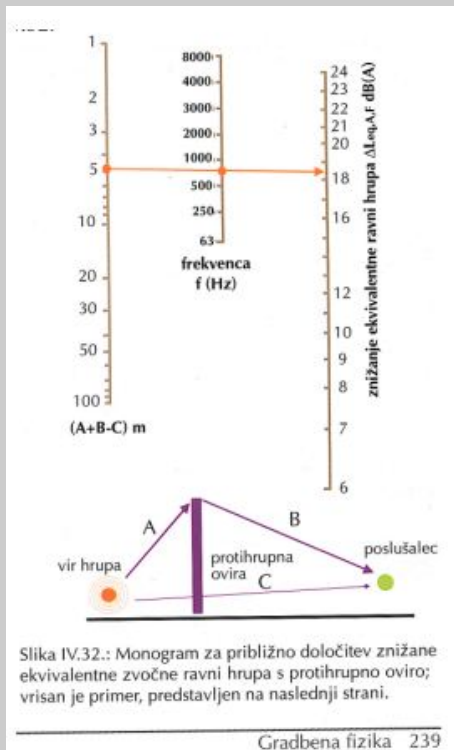
Slika 4.18: Spekter šuma je zvezen

Slika 8.11: Spekter šuma. Prekopirano iz Osnove gradbene fizike, J. Peternelj in Z. Jagličić.

Primer 50.

(Medved, Gradbena fizika) Z uporabo monograma določite, za koliko se zniža ekvivalentna zvočna raven hrupa pri frekvenci 750 Hz. Ekvivalentna raven hrupa, ki ga povzroča vir, je 75 dB. Razdalje so $A = 10$ m, $B = 35$ m in $C = 40$ m.

Rešitev:



Pravilniki: Sprejemljiva obremenitev, če v stanovanjskih soseskah ekvivalentna raven hrupa ne presega 55 dB. V okolju, kjer je do 65 dB ne smemo umeščati novih virov hrupa. Če presega 75 dB so potrebni ukrepi za zmanjšanje.

8.9 Absorpcija zvoka v snovi

Pri valovanju se spreminja notranja energija zaradi premikov delcev. Predpostavili smo adiabatna spremembe (upoštevali ustrezno stisljivost plinov - razmerje specifičnih toplot κ). Pri adiabatnih spremembah naj ne bi nič toplote uhajalo v okolico, spreminja se pa temperatura. Zato se ne moremo popolnoma izogniti prevašanju. Zaradi prevašanja toplote so IZGUBE! Izgube

so tudi zaradi viskoznosti. Energija valovanja se spreminja v notranjo energijo tekočine.

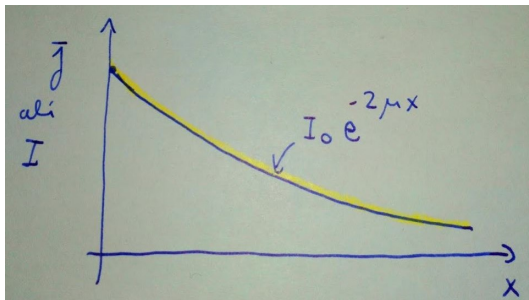
Absorpcijski koeficient μ zvočnega valovanja je definiran z enačbo (naj se valovanje širi v smeri osi x):

$$\bar{j}(x + dx) - \bar{j}(x) = d\bar{j} = -2\mu \bar{j} dx.$$

Sledi

$$\bar{j}(x) = \bar{j}_0 e^{-2\mu x},$$

$$\bar{j}_0 = \bar{j}(x = 0).$$



Slika 8.12: Pojemanje jakosti zvoka z razdaljo zaradi absopcije v snovi.

Ker je gostota energijskega toka valovanja $\bar{j}$ (to je enako jakosti zvoka I) sorazmerna kvadratu amplitude, sledi, da amplituda nihanja delcev pojema kakor $e^{-\mu x}$. Enako velja za količine, ki so sorazmerne amplitudi odmikov, to je nihanje tlaka ali gostote.

Absorpcijski koeficient je v tekočinah enak:

$$\mu = \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left(\frac{4}{3}\eta + \zeta + \rho\chi \left(\frac{c_p}{c_v} - 1 \right) \right) = a\omega^2,$$

kjer je η koeficient viskoznosti (zrak $1,8 \cdot 10^{-5}$ kg/(m s), voda $2 \cdot 10^{-3}$ kg/(m s)), ζ druga viskoznost tekočine (pomembna, ko moramo upoštevati stisljivost tekočine), χ termična difuzivnost.

Za idealne enoatomne pline velja zveza $\zeta = -\frac{2}{3}\eta$, in če poenostavimo, da to velja tudi za zrak, sledi:

$$\mu_{\text{zrak}} \approx \frac{\omega^2}{2\rho c^3} \left(\frac{2}{3}\eta + \rho\chi \left(\frac{c_p}{c_v} - 1 \right) \right).$$

Primer 51.

(J.P. 4.12, str. 147) Ravno zvočno valovanje s $\nu = 10 \text{ kHz}$ se razširja v zraku s temperaturo 20°C . Za koliko se zaradi absorpcije zvoka v zraku zmanjšata jakost zvoka I in raven zvočne jakost L na razdalji 1000 m ?

Rešitev:

Konstante za zrak so: $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m s})$, $\rho = 1,2 \text{ kg}/\text{m}^3$, $c_p/c_v = 1,4$, $\chi = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $c = 343 \text{ m/s}$.

Dobimo $\mu = 2,3 \cdot 10^{-13} \text{ m}^{-1} \text{ s}^2 \omega^2 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ in

$$\frac{\bar{j}(x)}{\bar{j}_0} = \frac{I(x)}{I_0} = e^{-2\mu x} = 0,135.$$

Ostane torej približno $1/10$ jakosti zvoka.

Raven zvočne jakosti se zmanjša za 10 dB :

$$L(x) = 10 \text{ dB} \log \frac{I(x)}{I_{\min}} \approx L_0 - 10 \text{ dB}.$$

V kapljevinah je približno $\zeta = 2,4\eta$ in zato

$$\mu_{\text{voda}} = \frac{2\eta}{\rho c^3} \omega^2.$$

Ne pozabimo $c_p/c_v = 1$ v kapljevinah.

Isti primer v vodi bi bil:

$$\mu_{\text{voda}} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ s}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (1500 \frac{\text{m}}{\text{s}})^3} \cdot (2\pi 10^4 \text{ s}^{-1})^2 = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}.$$

Dobimo $I(1000 \text{ m}) = 0,9954 I_0$.

Vidimo, da je absorpcija še manjša kakor v zraku. Na ta način sesalci v vodi komunicirajo na velike razdalje.

Povzetek, kaj si zapomniti:

- Pojemenje $I(r)$ z razdaljo odvisno od geometrije izvora. V primeru točkastega izvora pojema s kvadratom razdalje r^{-2} , pri linijskem izvoru kakor r^{-1} .
- Šele potem, ko ugotovimo, kako zaradi geometrije prostora pojema količina, ki je sorazmerna energiji (to je I), izračunamo kako pojema raven zvočne jakosti L . Logaritemska zveza! Zato na primer na dvakrat večji razdalji od točkastega izvora raven zvočne jakosti (decibeli) NE bo 4-krat manjša. Pač pa se v tem primeru zmanjša le za 6 dB. Tega zadnjega ni potrebno vedeti na pamet.
- Prav tako moramo paziti, da pri več izvorih najprej seštejemo moči in šele potem računamo raven zvočne jakosti.
- Občutljivost ušesa je odvisna od frekvence. To upoštevamo s popraviki glede na signal, ki ga izmerijo inštrumenti. Npr. „filter A”, ki pove koliko decibelov odšteti od izmerjene ravni zvočnega tlaka pri posamezni frekvenci, da dobimo količino (spet decibeli), ki ustreza temu kar sliši povprečno uho.
- Kaj pomeni spekter zvoka? Razlikovati $I(t)$ in $I(\omega)$. Fourierova transformacija (brez zapisa formule, če tega niste delali pri matematiki).
- Absorpcija v zraku je relativno majhna. V zunanjem prostoru jakost zvoka običajno pojema hitreje zaradi širjenja v vse večji prostor (geometrije), kakor zaradi absorpcije.

Za doma:

- Igranje z generatorjem utripanja

<http://onlinetonegenerator.com/binauralbeats.html>

Postavite npr. eno frekvenco na 500 Hz, drugo na 600 Hz in poslušajte. Potem drugo frekvenco zmanjšajte na npr. 510 Hz in poslušajte. Skratka: spreminjajte razliko med frekvencama in poslušajte kaj slišite.

8.10 Reverberacija

Opisuje zvočne lastnosti zaprtega prostora.

T20 Tekst v angleščini preskočimo.

Vir: <http://www.gracey.co.uk/basics/reverberation-b1.htm>

Sound and Vibration Basics

Reverberation Time Meters and Measurements

It is an important parameter for describing speech intelligibility and the perception of music and is used to correct or normalize sound insulation and sound power measurements.

Reverberation Time Decay Example

Reverberation Time is the time taken for a sound level to decay by 60 dB after the excitation stops. However it is not practical to measure 60 dB in 'real life' rooms so the decay is usually measured over the first 20 dB and then extrapolated to the full 60 dB range, see the diagram to the right. This procedure is in accordance with BS EN ISO 3382 and the results are labelled RT60 (T20).

EDT - Early Decay Time is measured over the first 10 dB decay by acousticians, interested in clarity and the direct sound field. Early reflections that reach the listener within 50 ms integrate with the direct sound and can improve speech clarity - see the Haas Effect.

Reverberation Time is measured in 1/1- or 1/3-octave frequency bands, some of which may be averaged to provide a single-number result for the most significant bands.

Reverberation Time may range from 0.1 seconds (or less) in anechoic chambers, to 10 or more seconds in large public spaces.

Reverberation Times vary between positions in a room, so it is usually measured at several positions. The average for all positions gives an overall assessment, and the position results may be used to indicate the acoustic quality as a function of location.

Reverberation Time can be measured using either Impulsive Excitation (Schroeder method), such as from a pistol or balloon burst or by using Interrupted Noise, with the built-in noise generator.

Impulse Excitation Method - all you need, for this method, is a B&K 2250 or a NT-XL2 reverberation time meter, a tripod and a balloon (or other impulsive source, such as a starting pistol). After you pop the balloon, meters start measuring, analyse the decay and present the reverberation time as well as the decay curves for all frequency bands. They will also display the average reverberation time for the bands you select.

Interrupted Noise Method - When using a power amplifier and loudspeaker sound source both the B&K 2250 and the NTi-XL2 will measure and display the reverberation time spectrum and decays.

The measurement can be in octaves or 1/3-octaves in parallel over a selectable frequency range, allowing you to focus sound power on the relevant range. In each frequency band, the decay is sampled 200 times each second, for reverberation times as long as 20 seconds.

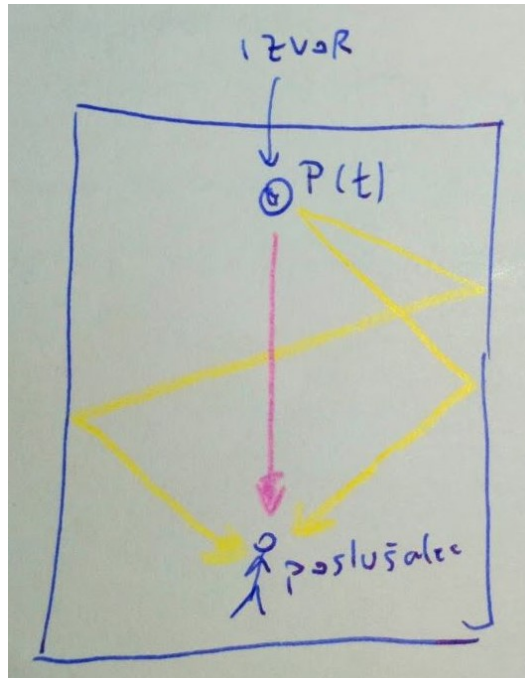
Standardized Reverberation Times are used in Sound Insulation Rating measurements.

The above extract is courtesy of Bruel & Kjaer

Stoječe valovanje v zaprtih prostorih in odmevanje ali reverberacija Iz Osnov gradbene fizike

Če je zvočni izvor v zaprtem prostoru, se zaradi odboja valovanja na stenah v prostoru slej ko prej vzpostavi stoječe valovanje. V tem primeru jakost zvoka v splošnem ne pojema več obratno sorazmerno s kvadratom oddaljenosti od točkastega izvora, kakor to velja za neomejeni prostor. Jakost zvoka je lahko na večjih razdaljah celo precej večja kakor v bližini izvora in na splošno je porazdelitev zvočne jakosti odvisna od oblike prostora.

Ko izvor vključimo, se v prostoru pravzaprav vzpostavi dve vrsti stoječega valovanja. Najprej imamo stoječe valovanje, ki ga vsiljuje izvor in katerega frekvenca je enaka frekvenci izvora. Hkrati se v prostoru vzbudi tudi stoječe valovanje, ki ga sestavljajo lastna nihanja; ta nihajo z lastnimi frekvencami, ki so odvisne od oblike in velikosti prostora. Zaradi absorpcije



Slika 8.13: Opis z žarki. Direktni in odbiti zvok, ki pride od izvora do poslušalca.

zvoka, predvsem na stenah, lastna nihanja slej ko prej zamrejo in v prostoru imamo po nekem določenem času le *vsiljeno stoječe valovanje*, ki ga vzdržuje izvor. Posamezna lastna nihanja si lahko predstavljamo kot nihanja nihala, ki jim zvočni izvor vsiljuje nihanje s frekvenco izvora. Tisto lastno nihanje, katerega lastna frekvenca je najbližja frekvenci izvora, je najmočnejše zastopano v vsiljenem stoječem valovanju.

Ko izvor izklopimo, začnejo lastna nihanja nihati z lastnimi frekvencami in hkrati počasi slabijo zaradi absorpcije zvoka v zraku (najprej tista z višjimi frekvencami) in še bolj zaradi absorpcije zvoka na stenah prostora. Ta časovno omejeni obstoj lastnih nihanj, potem ko smo zvočni izvor izklopili, imenujemo *(po)odmevanje* ali *reverberacija*.

Izvor običajno oddaja zvočna valovanja z različnimi frekvencami. Akustične lastnosti prostora morajo biti take, da so vsa zvočna valovanja, ki jih izvor oddaja, enako zastopana v stoječem valovanju, ki se vzpostavi v prostoru, in da hkrati vedno prisotna, vendar časovno omejena lastna nihanja, preveč ne popačijo zvoka. To dosežemo tako, da stene skoraj v celoti absorbirajo zvok, ki pade nanje. Slaba stran takega pristopa je, da se pri tem jakost zvočnega valovanja v prostoru zaradi odsotnosti odboja močno zmanjša. Jakost zvoka je namreč v primerno oblikovanem prostoru prav zaradi odboja zvoka na stenah skoraj enakomerna po celem prostoru (razlike v ravni zvočne jakosti so le nekaj decibelov). Naloga inženirske akustike je torej določiti obliko prostora in absorpcijske lastnosti sten tako, da je moteč vpliv lastnih nihanj čim manjši in da se jakost zvoka ob tem ne zmanjša preveč.

Kakor smo že omenili, se zvok absorbira v zraku in na stenah prostora. Absorpcija v zraku je praviloma majhna, vendar je pri višjih frekvencah ($\nu \geq 10^4$ Hz) in v vlažnem zraku lahko precejšnja. Običajno velja, da smemo pri frekvencah, ki so manjše od približno $5 \cdot 10^3$ Hz, absorpcijo v zraku zanemariti in upoštevamo le absorpcijo zvoka na stenah prostora. Če vzamemo, da je porazdelitev jakosti zvoka po prostoru približno enakomerna in da so vse smeri razširjanja zvoka enakomerno zastopane, sledi, da je množina zvočne energije, ki se v časovni enoti absorbira na stenah, sorazmerna s površino sten.

Izpeljava Sabinove formule, povzetek iz Osnove gradbene fizike: Reverberacija opisuje koliko časa zvok v prostoru "odmeva" potem, ko izvor izključimo. Če je ta čas dolg - npr. gole stene - ni razumljiv govor, saj se "nov" zvok meša s starim. Če se pa od stene nič ne odbija, potem je težko doseči veliko raven zvočne jakosti. Potreben je nek kompromis. Računska ocena je Sabinova formula, ki jo bomo izpeljali.

Povezati moramo jakost zvoka I (ki je enaka povprečni gostoti zvočnega toka $\bar{j}$) in gostoto energije v zaprtem prostoru. V tem primeru ne gre za potujoči val, pri katerem smo izpeljali $\bar{j} = \bar{w}c$.

V zaprtem prostoru zaradi odbojev prihaja valovanje v izbrani točki prostora iz vseh smeri. Ko povprečimo smeri levo-desno, dobimo faktor $1/2$. Še en faktor $1/2$ dobimo pri povprečevanju po vseh kotih. Zato je v zaprtem prostoru, ko

valovanje prihaja iz vseh smeri, zveza med jakostjo zvoka in povprečno gostoto energije zvočnega valovanja (glej Osnove gradbene fizike, J.P.)

$$\bar{j} = \frac{1}{4} \bar{w} c.$$

Ko $\bar{j}$ pade na steno, se delno absorbira. To opišemo z absorpcijskim koeficientom α neke površine. Množina energije, ki se v časovni enoti absorbira na steni s površino S , je enaka $\alpha \bar{j} S$. Če imamo stene z različnimi površinami, je celotna absorbirana energija enaka vsoti

$$\sum_i \alpha_i S_i \bar{j} = \bar{j} \sum_i \alpha_i S_i \equiv a \bar{j}.$$

Definirali smo *absorptivnost prostora*

$$a = \sum_i \alpha_i S_i$$

z enoto m^2 . In predpostavili, da je jakost zvoka I (oz. $\bar{j}$) enaka po celem prostoru!

Tipične vrednosti absorpcijskih koeficientov so našteje v tabeli (10). Vrednosti absorpcijskih koeficientov določajo eksperimentalno.

Absorberji so:

- za visoke frekvence (valovne dolžine v področju centimetrov) so porozne vlaknaste snovi
- oboge na distančnikih kot membrane (lastna nihanja). Ugodno, če izberejo distančnike dolžine $\lambda/4$.
- luknjičaste obloge za srednje frekvence.

Poglejmo na internetu *zvočna izolacija kalcer*.

Tabela 10: Absorpcijski koeficient α za različne vrste sten

Snov	α					
	ν (Hz)					
	128	256	512	1024	2048	4096
opečna stena (nepleskana)	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05
preproga	0,11	0,25	0,37	0,34	0,27	0,24
debele zavese	0,10	0,27	0,50	0,80	0,82	0,75
betonska tla	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
lesena tla	0,05	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03

Premislamo, kaj je z zvočno energijo v prostoru:

- trenutna energija je $\bar{w} V = \frac{4\bar{j}}{c} V$,
- izvor jo povečuje za $P(t) dt$,
- absorpcija jo zmanjša za $-a \bar{j} dt$.

Skupaj dobimo diferencialno enačbo:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{4\bar{j}}{c} V \right) = P(t) - a \bar{j}.$$

Premislamo o treh primerih:

- a) če se moč izvora ne spreminja veliko in dosežemo stacionarno stanje, je leva stran enaka nič in dobimo:

$$\bar{j} = \frac{P(t)}{a}.$$

Vidimo, da bo jakost zvoka obratno sorazmerna absorptivnosti a .

- b) če se moč izvora $P(t)$ spreminja hitro glede na časovno skalo $\frac{4V}{ac}$, jakost zvoka $\bar{j}$ ne bo sledila izvoru in bo zvok popačen.

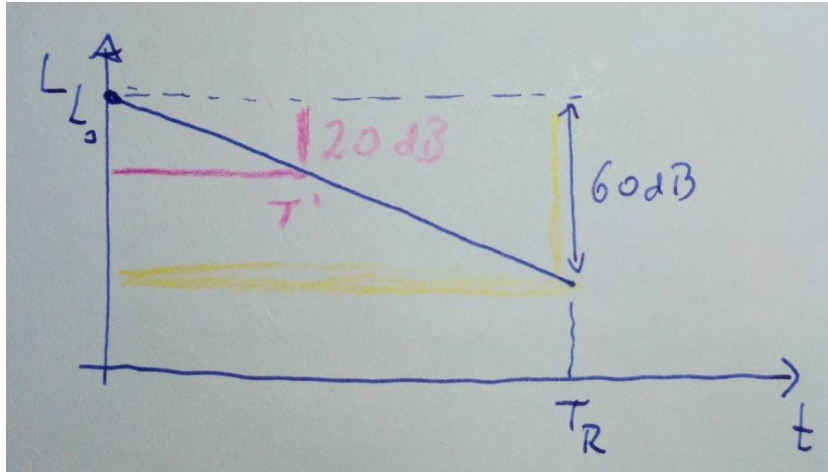
c) če v nekem trenutku izvor $P(t)$ odstranimo, je rešitev diferencialne enačbe (8.10):

$$\bar{j} = \bar{j}_0 e^{-\frac{ac}{4V}t}.$$

To je zvok, ki ga slišimo potem, ko je izvor že ugasnjen. Imenujemo ga (po)odvemanje ali reverberacija.

Raven zvočne jakosti:

$$L = 10 \text{ dB} \log \frac{\bar{j}_0 e^{-\frac{ac}{4V}t}}{I_{\min}} = L_0 - (4,34 \text{ dB} \frac{ac}{4V}) t.$$



Slika 8.14: Reverberacijski čas T_R . Če zaradi npr. šuma iz okolice ne moremo direktno izmeriti T_R (ne dosežemo 60 dB nižjo raven zvočne jakosti), izmerimo T' in potem izračunamo (to naredi merilnik že sam) reverberacijski čas $T_{20} = 3T'$.

Dogovor: reverberacijski čas (čas odmevanja) T_R je tisti, ko se raven zvoka L zmanjša za 60 dB, potem, ko izvor izključimo. Dobimo **Sabinovo formulo**

$$T_R = 0,161 \text{ m}^{-1} \text{ s} \frac{V}{a}.$$

Koeficient $0,161 \text{ m}^{-1} \text{ s}$ smo dobili pri hitrosti zvoka pri 20°C .

Premislimo: če se jakost zvoka $\bar{j}(=I)$ manjša eksponentno, bo raven jakosti (logaritem!) pojemala linerano! Zaključek: ko izmerimo linearno pojemanje ravni jakosti zvoka po ugasnitvi izvora, smo prepričani, da je bil zvok predtem enakomerno porazdeljen po prostoru. To je ugodno. Pomembno je tudi, kako hitro pojema. Počasi je ugodno zato, ker bi to pomenilo majhno absorpcijo (bolj glasno v prostoru ob enakem izvoru). Po drugi strani pa prepočasi ni dobro, ker je potem zvok popačen.

Če se zvok, ki ga oddaja izvor, spreminja počasi v primerjavi z reverberacijskim časom, potem jakost zvoka v prostoru natančno sledi spreminjanju moči izvora. V nasprotnem primeru, ko je časovno spreminjanje izvora hitro v primerjavi s približno $t_R/10$, pa zvok v prostoru ne more slediti izvoru.

Da zvok, ki ga poslušalci v prostoru zaznavajo, natančno sledi zvoku, ki ga oddaja izvor, mora biti reverberacijski čas kratek, ali absorptivnost prostora a mora biti velika. Da hkrati ne zmanjšamo preveč zvočne jakosti, moramo za vsak prostor posebej izbrati optimalno vrednost absorptivnosti a . Za prostor velikosti $V \approx 300 \text{ m}^3$ je ustrezen reverberacijski čas okrog 1 s. Pri 100-krat večji prostornini pa mora biti reverberacijski čas vsaj 2 s, da bo zvočna jakost še vedno zadostna. Če je prostor namenjen govoru (predavalnice, kongresne dvorane itd.), je primeren reverberacijski čas okrog 1 s ne glede na velikost prostora. Pri večjih prostorih zato poskrbimo za ustrezno jakost zvoka s primerno postavitvijo zvočnikov. Če pa je prostor namenjen poslušanju glasbe, je reverberacijski čas lahko daljši in ne vpliva na kakovost zvoka. Velja namreč, da glasba v koncertni dvorani ne zveni dobro, če ni dovolj odmeva.

Čeprav gornje ocene temeljijo na predpostavki, da je porazdelitev zvočne energije po prostoru bolj ali manj enakomerna in izotropna, veljajo v glavnem tudi tedaj, ko ta predpostavka ne velja natančno. Hkrati smo z gornjimi enačbami pridobili kvantitativno oceno za enakomernost porazdelitve zvočne energije po prostoru. Če namreč raven zvočne jakosti, potem ko

smo izvor izklopili, pojema linearno, je to znak, da je porazdelitev zvoka po prostoru enakomerna. V nasprotnem primeru, ko je časovni potek pojemanja ravni zvoka nelinearen, nam to pove, da porazdelitev zvočne energije po prostoru zagotovo ni enakomerna ali izotropna ali pa ne eno in ne drugo hkrati.

Tabela iz S. Medved:

Tabela 11: Priporočeni reverberacijski časi

Prostor	T_R (s)
učilnica	1,0
konferenčna soba	1,0
gledališče	1,0
cerkev, opera	1,4 - 1,6
filharmonija	1,8 - 2,0

Primer 52.

(Medved, Gradbena fizika, str. 249 oz. 253) Določite odmevni čas po Sabinu konferenčne dvorane dolžine 10 m, širine 6 m in višine 3,2 m z betonskimi stenami z zvočno absorptivnostjo 0,03! Okno v prostoru ima površino 20 m^2 . Zvočna absorptivnost zasteklitve je 0,05. Ali je odmevni čas primeren za konferenčni prostor, potem ko zadnjo steno obložimo z oblogo iz lesnih vlaken z zvočno absorptivnostjo 0,75, pred celo steno z okni pa namestimo zaveso z zvočno absorptivnostjo 0,03? V sredi prostora bo skupina 20 sedečih oseb. Ekvivalentna površina poslušalca je $0,65 \text{ m}^2$ in njegova zvočna absorptivnost 0,60. Vse zvočne absorptivnosti so podane za frekvenco 500 Hz.

Rešitev:

Povzetek, kaj si zapomniti:

- Reverberacija opisuje zvočne lastnosti zaprtega prostora.
- Pri načrtovanju akustike prostora iščemo kompromis med veliko absorpcijo na stenah: zvok bo jasen, razumljiv. Poslušalec sliši le direkten zvok od izvora. Na različnih mestih v prostoru je različno glasno.

malo absorpcije: takrat je pomemben odbiti zvok od sten. Zato je bolj glasno, lahko bolj enakomerna glasnost po prostoru. Slabo je pa to, da se odbiti zvok z zakasnitvijo meša z direktnim in lahko slabo razumemo govorca.

- Merilo je reverberacijski čas T_R : reverberacijski čas (čas odmevanja) T_R je tisti, ko se raven zvoka L zmanjša za 60 dB, potem, ko izvor izključimo. Formule

$$T_R = 0,161 \text{ m}^{-1} \text{ s} \frac{V}{a}$$

ni potrebno poznati napamet. Si pa zapomnite, da je reverberacijski čas odvisen od prostornine prostora in absorptivnosti prostora. Absorptivnost prostora a izračunamo po Sabinovi formuli:

$$a = \sum_i \alpha_i S_i,$$

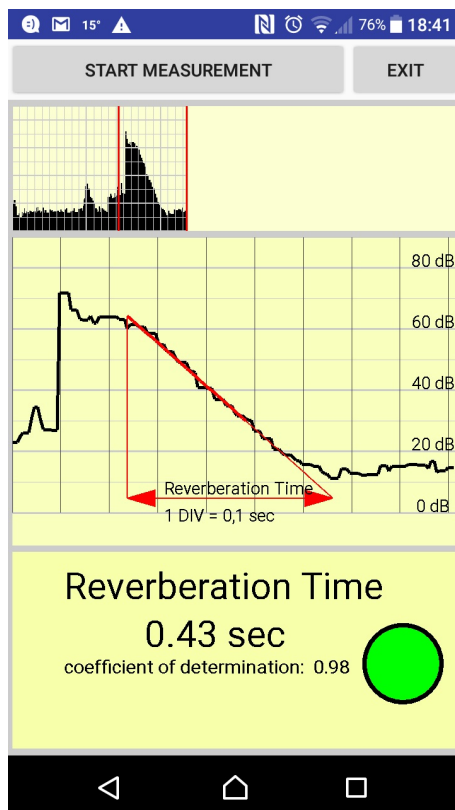
kjer so α_i absorpcijski koeficienti neke površine.

Za doma:

- Poiščite dvorano na internetu in pogledajte rešitve glede odboja od sten, da zagotovijo ustrezne zvočne lastnosti.
- Žal sem našel le plačljivo aplikacijo za Android (**reverberation time KröberMusic & Audio**, 2 EUR):

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.kroeber.reverberation_time&hl=en_US

Obstaja tudi nekaj programov za iPhone, a teh ne morem preiskusiti.



Slika 8.15: ScreenShot zaslona mobitela meritve v domači delovni sobi.

8.11 Odboj in lom zvočnega valovanja

Prepisano iz Osnove gradbene fizike, J. Peternejl ...

Na meji dveh sredstev se del vpadnega valovanja odbije, preostali del pa se razširi v drugo sredstvo. Valovanje v prvem sredstvu je tako sestavljeno iz vpadnega in odbitega valovanja, v drugem sredstvu pa obstaja samo prepuščeno valovanje. Smer razširjanja prepuščenega valovanja je v splošnem različna od smeri vpadnega valovanja, zato rečemo, da se valovanje na meji dveh sredstev *lomi*. Prepuščeno valovanje običajno imenujemo *lomljeno valovanje*. Kolikšen del valovanja se odbije in kolikšen prepusti, določimo s pomočjo *mejnih pogojev*, ki jim morajo na meji obeh sredstev zadoščati vsa tri valovanja.

Predpostavimo, da je mejna površina ravna ploskev, ki sovpada z ravnino $y - z$ ustrezno izbranega koordinatnega sistema. Koordinatna os x je pravokotna na mejno ravnino in je usmerjena tako, da sredstvo 1 zapolnjuje polprostor $x < 0$, polprostor $x > 0$ pa zapolnjuje sredstvo 2 (slika 8.16). Vpadno valovanje, ki se razširja iz sredstva 1 proti sredstvu 2, naj bo ravno harmonično valovanje,

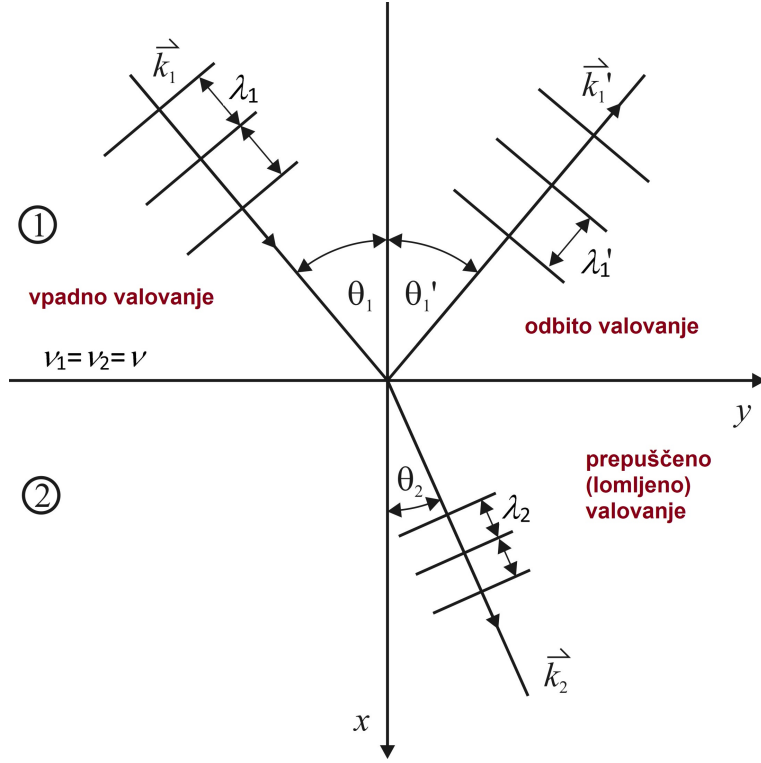
$$\vec{u}_1 = A_1 \frac{\vec{k}_1}{k_1} \sin(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) , \quad (19)$$

z valovnim vektorjem

$$\vec{k}_1 = \frac{\omega}{c_1} (\cos \theta_1, \sin \theta_1, 0) . \quad (20)$$

θ_1 je kot, ki ga valovni vektor vpadnega valovanja oklepa z osjo x . V enačbi (20) smo vzeli, da leži valovni vektor vpadnega valovanja v ravnini $x - y$. Hitrosti c_1 in c_2 sta hitrosti valovanja v prvem in drugem sredstvu. Valovna vektorja odbitega in prepuščenega valovanja označimo s $\vec{k}_1$ in $\vec{k}_2$. Ker je mejna površina ravna in ker se frekvenca nihanja tekočinskih delcev pri odboju in lomu valovanja ne spremeni, sta tudi prepuščeno in odbito valovanje ravni harmonični valovanji s frekvenco ω . Iz same simetrije problema je očitno, da so vse točke v mejni ravnini $y - z$ enakovredne. V matematični obliki to zapišemo kot:

$$(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})|_{x=0} = (\omega t - \vec{k}_1' \cdot \vec{r})|_{x=0} = (\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})|_{x=0} \quad (21)$$



Slika 8.16: Vpadno, odbito in prepuščeno valovanje na meji dveh sredstev

Če označimo kartezične komponente valovnih vektorjev s k_{1x}, k_{1y}, k_{1z} , itd., lahko gornje enačbe prepišemo v obliki

$$k_{1y} y + k_{1z} z = k'_{1y} y + k'_{1z} z = k_{2y} y + k_{2z} z . \quad (22)$$

Ker morajo enakosti (22) veljati za vse vrednosti y in z na mejni ravnini, sledi

$$k_{1y} = k'_{1y} = k_{2y} , \quad (23)$$

$$k_{1z} = k'_{1z} = k_{2z} . \quad (24)$$

Nadalje, ker je $k_{1z} = 0$, sledi iz (24) $k'_{1z} = k_{2z} = 0$, ali z drugimi besedami, vsi trije valovni vektorji ležijo v ravnini $y - z$. Valovna vektorja odbitega in prepuščenega valovanja tako zapišemo kot

$$\vec{k}'_1 = \frac{\omega}{c_1} (-\cos \theta'_1, \sin \theta'_1, 0) , \quad (25)$$

$$\vec{k}_2 = \frac{\omega}{c_2} (\cos \theta_2, \sin \theta_2, 0) , \quad (26)$$

kjer je θ'_1 kot, ki ga oklepa valovni vektor odbitega valovanja z osjo x , θ_2 pa kot, ki ga oklepa valovni vektor prepuščenega valovanja z osjo x . Iz enačbe (23) sledi *odbojni zakon* (ker gre odbito valovanje nazaj v sredstvo 1 sta velikosti valovnih vektorjev $\vec{k}_1$ in $\vec{k}'_1$ enaki)

$$\theta_1 = \theta'_1 , \quad (27)$$

in *lomni zakon*,

$$\frac{\sin \theta_1}{c_1} = \frac{\sin \theta_2}{c_2} . \quad (28)$$

Vpadno, odbito in prepuščeno valovanje tako zapišemo,

$$\vec{u}_1 = A_1 \frac{\vec{k}_1}{k_1} \sin \left[\omega t - \frac{\omega}{c_1} (x \cos \theta_1 + y \sin \theta_1) \right] , \quad (29)$$

$$\vec{u}'_1 = A'_1 \frac{\vec{k}'_1}{k'_1} \sin \left[\omega t - \frac{\omega}{c_1} (-x \cos \theta_1 + y \sin \theta_1) \right] , \quad (30)$$

$$\vec{u}_2 = A_2 \frac{\vec{k}_2}{k_2} \sin \left[\omega t - \frac{\omega}{c_2} (x \cos \theta_2 + y \sin \theta_2) \right] . \quad (31)$$

Mejni pogoji pri $x = 0$ zahtevajo, da je pomik tekočinskih plasti v smeri pravokotno na mejno ravnino v enem in drugem sredstvu enak in da sta tlaka v prvem in drugem sredstvu ob mejni ravnini enaka. Če upoštevamo izraze (29 - 31), orientacijo koordinatnega sistema in enačbi ($c^2 = \frac{1}{\rho \chi_S}$) in ($\vec{P} = -\frac{1}{\chi_S} \nabla \cdot \vec{u}$), robne pogoje zapišemo s temi enačbami:

$$u_{1x}(0, y, z, t) + u'_{1x}(0, y, z, t) = u_{2x}(0, y, z, t) , \quad (32)$$

$$\rho_1 c_1^2 \nabla \cdot \vec{u}_1|_{x=0} + \rho_1 c_1^2 \nabla \cdot \vec{u}'_1|_{x=0} = \rho_2 c_2^2 \nabla \cdot \vec{u}_2|_{x=0} . \quad (33)$$

Izraze (29 - 31) vstavimo v enačbi (32) in (33) in dobimo

$$\cos \theta_1 (A_1 - A'_1) = \cos \theta_2 A_2 , \quad (34)$$

$$\rho_1 c_1 (A_1 + A'_1) = \rho_2 c_2 A_2 \quad (35)$$

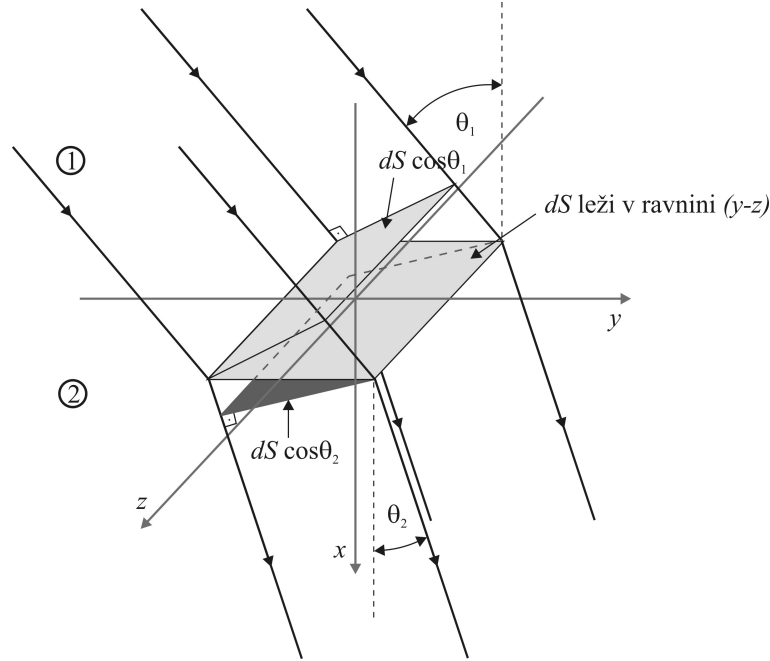
in

$$A'_1 = \left(\frac{\rho_2 \tan \theta_2 - \rho_1 \tan \theta_1}{\rho_2 \tan \theta_2 + \rho_1 \tan \theta_1} \right) A_1 , \quad (36)$$

$$c_2 A_2 = \left(\frac{2 \rho_1 \tan \theta_2}{\rho_2 \tan \theta_2 + \rho_1 \tan \theta_1} \right) c_1 A_1 . \quad (37)$$

Odbojni koeficient R je definiran kot kvocient med povprečno množino energije, ki jo odbito valovanje odnese v časovni enoti s površinskega elementa dS mejne ravnine, in povprečno množino energije, ki jo v časovni enoti vpadno valovanje prinese na površinski element dS . Ker ne smer vpadnega valovanja ne smer odbitega valovanja nista pravokotni na mejno ravnino, moramo pri izračunu vpadne in odbite energije upoštevati kot θ_1 (slika 8.17), tako da imamo:

$$R = \frac{\bar{j}'_1 \cos \theta_1}{\bar{j}_1 \cos \theta_1} = \frac{\frac{1}{2} \rho_1 A_1'^2 \omega^2 c_1 \cos \theta_1}{\frac{1}{2} \rho_1 A_1^2 \omega^2 c_1 \cos \theta_1} = \frac{A_1'^2}{A_1^2} . \quad (38)$$



Slika 8.17: Gostota energijskega toka, ki vpada na mejno ploskvico dS , je j_1 , gostota odbitega toka je j_1' in gostota prepuščenega toka je j_2 . Kakor je razvidno iz slike, je energijski tok, ki ga prejema ploskvica dS , enak $j_1 dS \cos \theta_1$.

Ko upoštevamo enačbo (36), sledi

$$R = \left(\frac{\rho_2 \tan \theta_2 - \rho_1 \tan \theta_1}{\rho_2 \tan \theta_2 + \rho_1 \tan \theta_1} \right)^2. \quad (39)$$

Rezultat za odbojni koeficient lahko še preuredimo, če upoštevamo $\tan \theta_2 = \sin \theta_2 / \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2}$ in $\sin \theta_2 = \frac{c_2}{c_1} \sin \theta_1$. Tako dobimo

$$R = \left[\frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 - \rho_1 \sqrt{c_1^2 - c_2^2 \sin^2 \theta_1}}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 + \rho_1 \sqrt{c_1^2 - c_2^2 \sin^2 \theta_1}} \right]^2. \quad (40)$$

Pri pravokotnem vpadu ($\theta_1 = 0$) se izraz (40) poenostavi in dobimo

$$R = \left(\frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \right)^2. \quad (41)$$

Vidimo, da je odbojnost odvisna od **karakteristične impedance materiala oz. akustične impedance**

$$Z = \rho c.$$

Označimo $Z_{zrak} = \rho_1 c_1$ (običajno, ko valovanje v zraku pade na npr. protihrupno ograjo), $Z_2 = \rho_2 c_2$. Sledi:

$$R = \frac{Z_2/Z_{zrak} - 1}{Z_2/Z_{zrak} + 1}.$$

Ker za večino trdnih snovi velja $Z_2 \gg Z_{zrak}$, se na meji zrak - trdna snov večina valovanja odbije. Zaključek je pravilen le, če je sredstvo 2 (trdna snov) „neomejeno“, pravzaprav pol-neomejeno, saj smo prostor razdelili na zrak in trdno snov.

8.11.1 Prehod zvočnega valovanja skozi steno

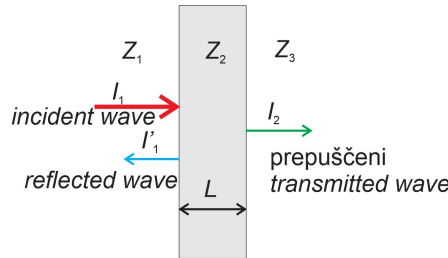
Povzeto iz R.F. Barron: *Industrial noise control and acoustic*.

Akustična impendanca Z odloča o tem, koliko valovanja se odbije od površine, koliko gre vanjo oz. skozi. Akustično impendanco izražamo v enotah $\frac{\text{Pa}\cdot\text{s}}{\text{m}} = \text{rayl}$ (rejl, po lordu Rayleigh).

V primeru pravokotnega vpada (slika 8.18) je razmerje med prepuščeno jakostjo zvoka I_2 (transmitted wave) in vpadnjo jakostjo I_1 (incident wave) enako:

$$a_t = \frac{I_2}{I_1} = \frac{4 \frac{Z_1}{Z_3}}{(1 + \frac{Z_1}{Z_3})^2 \cos^2(k_2 L) + (\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_3})^2 \sin^2(k_2 L)},$$

kjer je a_t koeficient prepustnosti zvočnega valovanja (sound power transmission coefficient) in $k_2 = \frac{2\pi\nu}{c_2}$.



Slika 8.18: Prehod zvočnega valovanja skozi steno

Za beton ($\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, $c = 3500 \text{ m/s}$) je $Z_{\text{beton}} = 9,5 \cdot 10^6 \text{ rayl}$. Za zrak pri 20°C ($\rho = 1,184 \text{ kg/m}^3$, $c = 343 \text{ m/s}$) je $Z_{\text{zrak}} = 406 \text{ rayl}$.

Premislimo o posebnih primerih:

- a) Naj bo na obeh straneh stene zrak z enako temperaturo. Potem je $Z_1 = Z_3$ in izraz za a_t poenostavimo v

$$a_t = \frac{4}{4 \cos^2(k_2 L) + (\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1})^2 \sin^2(k_2 L)}.$$

- b) Za občutek: vzemimo 10 cm debelo steno iz betona. Frekvenca naj bo 1 kHz. Potem je produkt $k_2 L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1000 \text{ s}^{-1}}{3500 \text{ m s}^{-1}} \cdot 0,2 \text{ m} = 0,18 \text{ rad}$. Izkaže se, da je $\cos(k_2 L) \approx 1$ in $\sin(k_2 L) \approx k_2 L$ in

$$a_t = \frac{4}{4 + (\frac{Z_2}{Z_1})^2 (k_2 L)^2}.$$

Akustična impendanca betona je namreč veliko večja od akustične impendace zraka, zato $Z_1/Z_2 \approx 0$.

Vidimo, da je koeficient prepustnosti zvočnega valovanja a_t frekvenčno odvisen. V imenovalcu imamo ν^2 , torej je za višje frekvence manjši. Višje frekvence slabše prodirajo skozi ovire.

- c) Zanimivo: ko je frekvenca tako velika, da velja $k_2 L = n\pi$, je $a_t = 1$. Stena postane popolnoma "prozorna"! Pri običajnih materialih in dimenzijah se to zgodi ponavadi v področju ultrazvoka že za $n = 1$. Za podatke iz primera b) dobimo frekvenco 17,5 kHz - ta gre (teoretično) skozi steno, ne da bi se zmanjšala jakost zvoka.

Primer 53.

Zvok frekvence 250 Hz (500 Hz, 1000 Hz) z $L = 90$ dB zadene vrata iz hrasta ($\rho = 770 \text{ kg/m}^3$, $c = 4300 \text{ m/s}$) v pravokotni smeri. Vrata so debela 4 cm. Izračunajmo raven zvočne jakosti na drugi strani vrat!

Rešitev: Zrak: $Z_1 = Z_3 = \rho_{\text{zrak}} c_{\text{zrak}} = 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot 340 \text{ m/s} = 408 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}$.

Bukova vrata: $Z_2 = 3,311 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}$.

Izračunajmo zvočno izolirnost ali angleško *transmission loss*:

$$R = TL = L_1 - L_2 = 10 \text{ dB} \left(\log \frac{I_1}{I_{\min}} - \log \frac{I_2}{I_{\min}} \right) = 10 \text{ dB} \log \frac{I_1}{a_t I_1} = 10 \text{ dB} \log a_t^{-1},$$

kjer je $a_t = \frac{I_2}{I_1} = \frac{4}{4 \cos^2(k_L L) + \left(\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 \sin^2(k_L L)}$, koeficient prepustnosti zvočnega valovanja (sound power transmission coefficient).

V izbranem primeru je $k_L L = \frac{2\pi\nu}{c} L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 250 \text{ s}^{-1}}{4300 \text{ m s}^{-1}} \cdot 0,04 \text{ m} = 0,01461 \text{ rad}$. (0,02922 rad, 0,05844 rad)

Vidimo, da je za vse tri frekvence $\sin(x) \approx x$ in $\cos(x) \approx 1$.

Dobimo: $a_t = 2,84 \cdot 10^{-4}$, $(7,11 \cdot 10^{-5}, 1,78 \cdot 10^{-5})$ in

$TL = 35 \text{ dB}$ (41 dB, 47 dB).

Narišimo funkcijo $R(\nu)$ v Wolfram alpha

```
plot log(cos(2*PI*x*0.04/4300)*cos(2*PI*x*0.04/4300)+0.25*65.86E6*sin(2*PI*x*0.04/4300)*sin(2*PI*x*0.04/4300)
) x from 0 to 80000
```

Premislamo, da višje frekvence težje gredo "skozi" vrata.

https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+10*log10%28cos%282*PI*x*0.04%2F4300%29*cos%282*PI*x*0.04%2F4300%29%2B0.25*65.86E6*sin%282*PI*x*0.04%2F4300%29*sin%282*PI*x*0.04%2F4300%29+29+x+from+0+to+80000
V treh vrsticah:

https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+10*log10%28cos%282*PI*x*0.04%2F4300%29*cos%282*PI*x*0.04%2F4300%29%2B0.25*65.86E6*sin%282*PI*x*0.04%2F4300%29*sin%282*PI*x*0.04%2F4300%29+29+x+from+0+to+80000

Primer 54.

Na protihrupno oviro vpada zvočno valovanje z $L_1 = 90$ dB. Na drugi strani ovire izmerimo raven zvočne jakosti $L_2 = 82$ dB. Kolikšna je zvočna izolirnost ovire, če absorpcijo zvoka v oviri zanemarimo?

Odgovor: $R = L_1 - L_2 = 8 \text{ dB}$.

Kolikšna je raven zvočne jakosti odbitega valovanja?

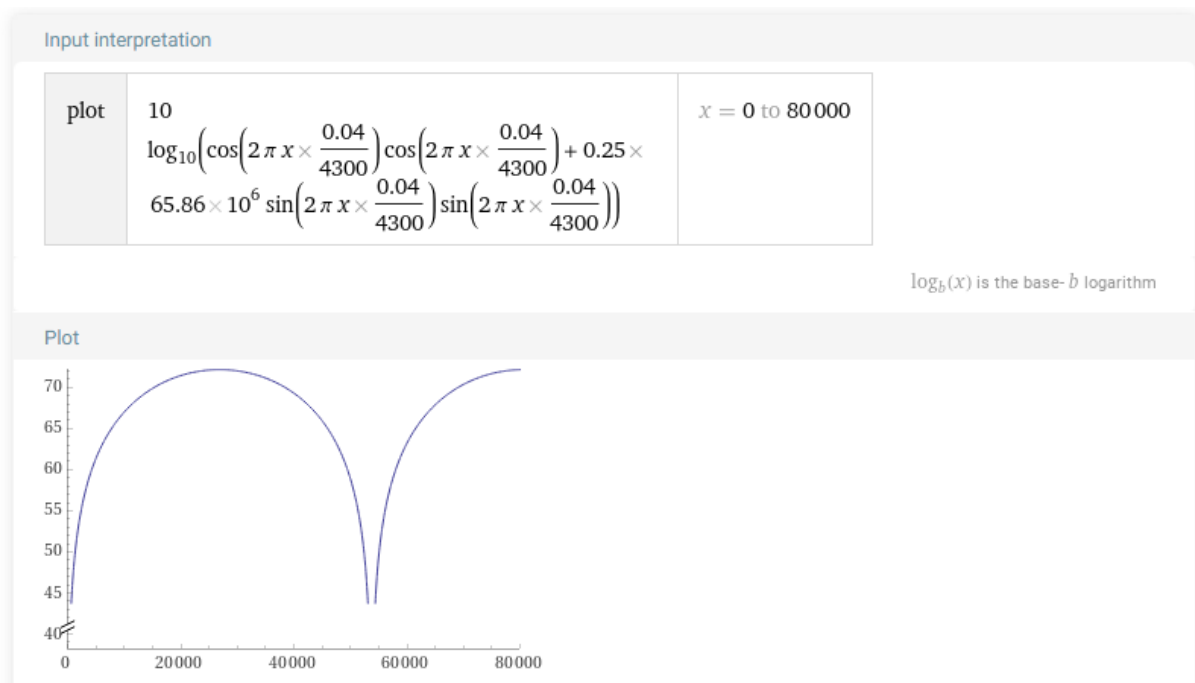
Odgovor: Ne pozabimo, da ne smemo seštevati/odštevati ravni jakosti zvoka v dB, pač pa le ustrezne energije, oziroma gostote energijskega toka $\bar{j}$ (isto kakor I).

Zato: $I_1 = I_2(\text{prepusceno}) + I'_1(\text{odbito})$, če ni absorpcije. Jakosti zvoka izrazimo iz ustreznih ravni jakosti zvoka in izračunamo $L'_1 = 89.2 \text{ dB}$.

Za koliko se poveča raven zvočne jakosti na vpadni strani ovire zaradi odboja od ovire?

Odgovor: Brez ovire bi poslušalec (npr. na nasprotni strani ceste) izmeril 90 dB. Zaradi odboja od overi dodatno dobi še 89.2 dB, torej skoraj 2-kratno ENERGIJO.

Zato se na vpadni strani ovire raven zvočne jakosti poveča za (največ) 3 dB.



Slika 8.19: Zvočna izolirnost R v odvisnosti od frekvence ν iz zadnjega zgleada

Povzetek, kaj si zapomniti:

- Odbojni in lomni zakon sta posledica robnih pogojev na meji med sredstvoma.
- Pri pravokotnem vpadu je jakost odbitega zvoka od ovire ali prepuščenega zvoka skozi oviro odvisna od karakteristične impedance snovi $Z = \rho c$ (ovire in zraka), debeline ovire in frekvence valovanja.
- Če valovanje ne pada na oviro pod pravim kotom, je količina odbitega in prepuščenega valovanja odvisna tudi od vpadnega kota.
- Zvočna izolirnost R nam pove za koliko decibelov je raven zvočne jakosti prepuščenega valovanja manjša od ravni zvočne jakosti vpadnega valovanja.

Za doma:

- V eni sobi vključite precej glasen zvok. Izmerite raven zvočne jakosti L (v dB). Potem izmerite koliko je manjša raven zvočne jakosti L v sosednjih sobah in iz razlike ocenite zvočno izolirnost sten med sobo z izvorom zvoka in ostalimi sobami. Enak poskus lahko naredite tako, da kot izvor uporabite generator ene same frekvence. Na enak način kakor prej izmerite zvočno izolirnost. Potem spremenite frekvenco in znova določite zvočno izolirnost. Ugotovili boste, kako je zvočna izolirnost neke stene ali vrat odvisna od frekvence. Podobne poskuse bomo delali na laboratorijskih vajah.