

1. naloga

Vlakci v zabaviščnem parku imajo najvišjo točko obrata nakoliko nižje od začetne točke. Pojasni, zakaj je to potrebno. Ali je to potrebno tudi, če ne bi bilo nobenih izgub? (Privzemi, da naj bi ljudje na vlakcu ostali 'pritisnjeni' na stole, tudi ko vlakec izvaja obrat.)



Ta naloga je več o silah pri kroženju kakor o energiji. Med obratom delujeta na človeka sili teže in podlage (stola), kakor je narisano na zgornji sliki. Veljati mora (Newtonov zakon), da je vsota teh dveh sil enaka masi m človeka pomnoženo z a_r (= radialni pospešek):

$$m a_r = F_g + N .$$

Sila N je sila s katero stol pritiska na človeka. Z nasprotno enako silo (spomnimo se tretjega Newtonovega zakona) človek pritiska na stol. Če bo sila N različna od nič, bo tudi sila s katero pritiska človek na stol različna od nič. Zdelo se nam bo, da nas tišči ob stol, zato ne bomo imeli občutka, da padamo.

Izrazimo silo N iz zgornje enačbe:

$$N = m \frac{v^2}{r} - F_g .$$

Radialni pospešek $a_r = v^2/r$ smo izrazili s hitrostjo in radijem po katerem se človek vrti. To je kar radij kroga, ki ga opisuje tir. Iz zadnje enačbe vidimo, da je pri hitrosti $v = \sqrt{gr}$ sila N enaka nič. (Kako vidimo? Zahtevamo $m \frac{v^2}{r} - F_g = 0$, upoštevamo $F_g = mg$ in izrazimo v .)

Če naj ljudje ostanejo pritisnjeni na stole, mora biti sila N večja od nič, torej hitrost v večja od \sqrt{gr} .

In kaj ima to opraviti z začetno točko in energijo? Če si mislimo, da ni izgub zaradi trenja, se vsota kinetične in potencialne energije ohranja. Zato, da vlakec pridobi dovolj hitrosti in zvozi obrat

tako, da ljudje ostanejo pritisnjeni ob stol, mora biti začetna točka dovolj višje od točke obrata. Če vzamemo, da je na začetku hitrost vlakca enaka nič, bo veljalo (če ni izgub):

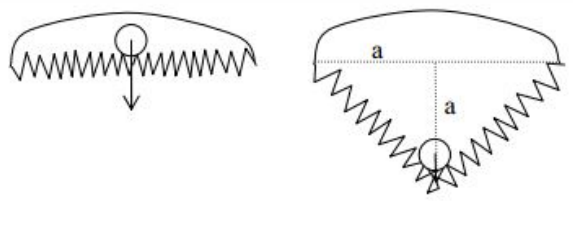
$$m g \Delta H = \frac{m v^2}{2} ,$$

kjer je ΔH višinska razlika med začetno točko in točko obrata, hitrost v pa hitrost na mestu obrata. Pokrajšamo maso m , upoštevamo minimalni $v = \sqrt{g r}$, ki smo ga prej določili z uporabo Newtonovega zakona, in dobimo:

$$\Delta H = \frac{r}{2} .$$

Bolj, ko imamo oster zavoj pri obratu (to je majhen r), manjšo hitrost in manjšo višinsko razliko rabimo!

2. naloga

<p>2) Denimo, da imamo napravo na sliki. Razdalja a naj bo 30 cm, neraztegnjeni vzmeti sta dolgi vsaka 20 cm (sistem ima dve vzmeti, ki sta na sredi spojeni) in imata koeficient 0,20 N/cm. Kroglica z maso 200 g pade na to napravo s hitrostjo 4,5 m/s (leva slika). Kolikšna je hitrost kroglice na desni sliki? Ali se situacija spremeni, če je $a=20\text{cm}$ (ostali podatki ostanejo enaki)?</p>	
--	--

Spomnimo se najprej energijskega zakona: Delo vseh sil je enako vsoti sprememb kinetične, potencialne in prožnostne energije. Pri "delu vseh sil" NE računamo dela, ki ga opravijo sile, ki jih upoštevamo v energijah. V tem primeru so to sile vzmeti in teža. Ker so to pri tem zgledu edine sile (dve vzmeti in teža), ki delujejo na kroglico, pomeni, da je delo vseh sil enako nič! Zato mora biti tudi vsota sprememb kinetične, prožnostne in potencialne energije enaka nič.

Označimo z indeksom 1 količine, ki se nanašajo na začetno stanje (levo na zgornji sliki) in z indeksom 2 količine za končno stanje (desno).

Sprememba kinetične energije je:

$$\Delta W_k = W_{k2} - W_{k1} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} , \quad (1)$$

kjer je $m = 0,2\text{ kg}$, $v_1 = 4,5\text{ m/s}$, hitrost v_2 pa iščemo.

Sprememba potencialne energije je:

$$\Delta W_{pot} = W_{pot2} - W_{pot1} = 0 - m g a = -m g a = -0,60\text{ J} .$$

Kot izhodišče za merjenje višine smo postavili višino na kateri se kroglica nahaja na koncu. Prav je, da je sprememba potencialne energije negativna, saj se potencialna energija zmanjša.

Sprememba prožnostne energije je:

$$\Delta W_{proz} = W_{proz2} - W_{proz1} = 2 \left(\frac{k x_2^2}{2} - \frac{k x_1^2}{2} \right) .$$

Faktor 2 je zato, ker imamo dve vzmeti. Raztezka x_1 in x_2 moramo še izračunati:

$$x_1 = a - 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm} ,$$

$$x_2 = \sqrt{a^2 + a^2} - 20 \text{ cm} = 22,4 \text{ cm} .$$

Koeficient vzmeti je enak za obe vzmeti $k = 20 \text{ N/cm}$. Dobimo:

$$\Delta W_{proz} = 0,80 \text{ J} .$$

Iz:

$$0 = \Delta W_k + \Delta W_{pot} + \Delta W_{proz}$$

sledi

$$\Delta W_k = -(\Delta W_{pot} + \Delta W_{proz}) = -(-0,60 \text{ J} + 0,80 \text{ J}) = -0,20 \text{ J} .$$

Začetna kinetična energija je $W_{k1} = m \frac{v_1^2}{2} = 2,03 \text{ J}$. Iz enačbe (1) sledi, da je končna kinetična energija enaka

$$W_{k2} = W_{k1} + \Delta W_k = 2,03 \text{ J} - 0,20 \text{ J} = 1,83 \text{ J} .$$

Ker je $W_{k2} = m \frac{v_2^2}{2}$, sledi

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 W_{k2}}{m}} = 4,3 \text{ m/s} .$$

Hitrost kroglice na desni sliki je $4,3 \text{ m/s}$.

Če je a enak 20 cm namesto 30 cm se situacija spremeni. Manjša bo sprememba potencialne in prožnostne energije. Ponovimo skoraj enak račun kakor zgoraj. Povsod, kjer smo prej vnesli $a = 0,3$ zdaj vstavimo $a = 0,2$. Vidimo npr., da je v tem primeru začetna prožnostna energija enaka nič, saj vzmeti nista napeti.

3. naloga

<p>3) Imejmo sistem na sliki. Vzmeti sta različni. Zgornja ima koeficient $2,0 \text{ N/cm}$, spodnja pa $5,0 \text{ N/cm}$. Preko Hookeovega zakona se da izračunati, da se bo zgornja podaljšala za $5,0 \text{ cm}$, spodnja pa za $2,0 \text{ cm}$, če na spodnji konec obesimo utež z maso $1,0 \text{ kg}$. Izračunaj energije vzmeti vseh petih možnosti na sliki. V katerem od teh stanj ima sistem najmanjšo skupno energijo? Spremeni v tem stanju razdaljo vsake vzmeti za $1,0 \text{ mm}$ tako, da ostane skupna razdalja enaka. Kaj se zgodi z energijo? (Številke pod slikami predstavljajo, koliko centimetrov je raztegnjena zgornja in koliko spodnja vzmet.)</p>											
	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">3,5</td> <td style="text-align: center;">0,0</td> <td style="text-align: center;">7,0</td> <td style="text-align: center;">5,0</td> <td style="text-align: center;">2,0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3,5</td> <td style="text-align: center;">7,0</td> <td style="text-align: center;">0,0</td> <td style="text-align: center;">2,0</td> <td style="text-align: center;">5,0</td> </tr> </table>	3,5	0,0	7,0	5,0	2,0	3,5	7,0	0,0	2,0	5,0
3,5	0,0	7,0	5,0	2,0							
3,5	7,0	0,0	2,0	5,0							

V tekstu naloge je pravilno napisano, da se bosta vzmeti podaljšali za 5 cm zgornja in za 2 cm spodnja, če na njiju obesimo utež z maso 1 kg . Edina fizikalno oz. naravno možna kombinacija je zato tista na predzadnji skici. Ostale so nemogoče. Pri zaporedno vezanih vzmeteh je sila v obeh vzmeteh enaka! Zato bo pri vzmeteh s k -jema kakor je opisano v tej nalogi, razmerje podaljškov vedno 5 proti 2 .

Verjetno pa učitelj pričakuje, da dijaki 6-krat (oz. 7-krat z dodatnim vprašanjem) seštejete $\frac{k_1 x_1^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2}$, čeprav je zgled za to zelo vprašljiv.

4. naloga

4) Avtomobil z maso 1300kg drvi po klancu navzgor s hitrostjo 100km/h. Nanj je privezana elastika s koeficientom 20N/cm. Ko ima avtomobil hitrost 20m/s in je na višini 6,0m, je elastika raztegnjena za 10m. Ko se elastika raztegne še za 10m, ima avtomobil hitrost le še 10m/s. Pri tem se je po klancu dvignil za 3,0m. Koliko dela je med tem opravil motor?

Naj bo **začetno stanje** takrat, ko ima avto hitrost $v_1 = 20$ m/s, na višini $h_1 = 6$ m in je elastika raztegnjena za $x_1 = 10$ m. Avto prevozi nekaj poti po klancu navzgor (niti ne vemo kako dolga je ta pot, vemo le da se je dvignil za 3 m). Imenujmo to drugo stanje **končno stanje** in označimo $v_2 = 10$ m/s, $h_2 = 9$ m in $x_2 = 20$ m. Energijski zakon pravi:

Delo vseh sil, razen tistih, ki jih upoštevmo pri energijah, je enako spremembi energije.

Pri zgornjem zgledu bo tako:

$$A_{motor} + A_{upor, trenje} = \Delta W_{kin} + \Delta W_{pot} + \Delta W_{proz} .$$

Ker nič ne vemo o sili upora in trenja, si mislimo, da velja $A_{upor, trenje} = 0$.

Vse spremembe energije vemo izračunati:

$$\Delta W_{kin} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = -195 \text{ kJ} ,$$

$$\Delta W_{pot} = m g h_2 - m g h_1 = 39 \text{ kJ}$$

in

$$\Delta W_{proz} = \frac{k x_2^2}{2} - \frac{k x_1^2}{2} = 300 \text{ kJ} ,$$

pri čemer je $k = 2000$ N/m. Sledi

$$A_{motor} = -195 \text{ kJ} + 39 \text{ kJ} + 300 \text{ kJ} = 144 \text{ kJ} .$$